№ 11(52)
2025
НАУКА і ТЕХНІКА СЬОГОДНІ
серії: право, економіка, педагогіка, техніка, фізико-математичні науки

УДК 510.2; 511

https://doi.org/10.52058/2786-6025-2025-11(52)-2982-2989

Ярова Оксана Анатоліївна кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри вищої та прикладної математики, Державний податковий університет, м. Ірпінь, https://orcid.org/0000-0002-0522-8368

Скасків Лілія Василівна кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри вищої та прикладної математики, Державний податковий університет, м. Ірпінь, https://orcid.org/0000-0001-9090-6700

Черкас Ярина Петрівна здобувачка першого (бакалаврського) рівня вищої освіти, Державний податковий університет, м. Ірпінь

ІСТОРІЯ ВИНИКНЕННЯ ДІЙСНИХ ЧИСЕЛ. ЦІЛА ТА ДРОБОВА ЧАСТИНИ

Анотація. Числа невипадково увійшли в наше життя. Навіть важко уявити собі спілкування без використання чисел. Людство створило багато законів і закономірностей у світі чисел, розгадало деякі таємниці і використовує свої відкриття у повсякденному житті.

Вивчаючи математику, учні мають справу з різними типами чисел. Однак багато людей плутаються, бо не розуміють, що таке дійсні числа, а що таке натуральні числа. Або яка різниця між раціональними та ірраціональними числами?

Перші згадки про цілі числа відносяться до ранніх цивілізацій, таких як давньоєгипетська та давньовавилонська. На ранніх етапах розвитку людства числа використовувалися для простих потреб, таких як дні, кроки та гроші. Первісні суспільства потребували лише кількох основних чисел. З часом цивілізація розвивалася, і потреба у використанні ширшого спектру чисел зростала. Цей процес зайняв багато часу і вимагав великої когнітивної роботи. Поняття числа знаходиться в центрі математики. На початку не існувало абстрактного розуміння числа. Числа асоціювалися з об'єктами, які можна було порахувати, і різні люди мали різні уявлення про одну й ту саму кількість об'єктів. З розвитком писемності та використанням спеціальних символів для позначення чисел з'явилося абстрактне розуміння натуральних чисел.

Якщо говорити про дроби, то вони виникли як розширення поняття цілого числа для опису частин, дробів і відношень між ними. Дроби в стародавніх цивілізаціях використовувалися і розумілися по різному, наприклад у Давньому

Єгипті Єгиптяни володіли знаннями про дроби, але переважно використовували їх з чисельником. А от Вавилоняни використовували шістдесяткову систему числення, де кожна цифра множилася на 60. Ця система продовжувала використовуватися для вимірювання часу і кутів після падіння Вавилонської імперії.

Сучасний спосіб запису дробів з чисельником і знаменником був розроблений в Індії, з деякими відмінностями. Система запису дробів з чисельником, знаменником і рисками існувала протягом століть, але вона стала революційним явищем у математиці.

Не заперечую, що дроби відіграють важливу роль у математиці та використовуються в багатьох галузях науки і техніки. Вони розвивалися протягом століть і є свідченням творчості математиків та їхнього бажання глибше зрозуміти світ.

Світ лежить в основі всієї математики, а дійсні числа знаходяться в центрі математики і дозволяють вимірювати відстані, час, температуру, та інші параметри, що оточують нас. Вивчення та застосування дійсних чисел постійно розвивається, створюються нові методи та інструменти

Нові інструменти для нових відкриттів. Комп'ютерне моделювання стає віртуальною лабораторією, де ми можемо досліджувати складні системи, описувані дійсними числами. Динамічні системи, диференціальні рівняння, моделі фізичних явищ – все це стає доступним для аналізу та прогнозування, аналіз даних дає гори інформації, що містять дійсні числа, тепер не просто цифри.

Завдяки машинному навчанню ми можемо розкривати нові закономірності, робити прогнози та приймати кращі рішення, а ось графіки та інтерактивні візуалізації стають вікном у світ дійсних чисел. Ми можемо бачити їх поведінку, розуміти їхні властивості та досліджувати їхні таємниці.

Реальні цифри роблять фінансовий світ більш стійким та прозорим. Завдяки дійсним числам ми можемо краще розуміти складні фінансові процеси, приймати більш обґрунтовані рішення та будувати більш стійку та прозору фінансову систему. У медицині: дійсні числа рятують життя та покращують якість життя людей: за допомогою комп’ютерної томографії та МРТ лікарі мають можливість отримати детальні зображення внутрішніх органів, що допомагає їм діагностувати захворювання та планувати лікування.

У даній роботі проаналізовано роль дійсних чисел у сучасному світі. Було досліджено такі аспекти як історія розвитку дійсних чисел: від найпростіших дробів, до складних математичних концепцій, нові методи дослідження дійсних чисел, практичне застосування дійсних чисел: у фінансах, медицині та інших галузях. Встановлено, що дійсні числа є основою математики. Дійсні числа – це не просто цифри. Це безмежний світ знань, можливостей та нових відкриттів.

Ключові слова : математика, число, дійсні числа, дріб, натуральні числа, раціональні числа, ірраціональні числа, цілa та дробова частини, чисельник, знаменник.

Yarova Oksana Anatolyivna PhD in physical and mathematicalsciences, associate professor, Associate Professor of Department higher and applied mathematics, State Tax University, Irpin, https://orcid.org/0000-0002-0522-8368

Skaskiv Liliia Vasylivna PhD in physical and mathematical sciences, associate professor, Associate Professor of Department higher and applied mathematics, State Tax University, Irpin, https://orcid.org/0000-0001-9090-6700

Cherkas Yaryna Petrivna student for the first (bachelor's) level of higher education, State Tax University, Irpin

THE HISTORY OF REAL NUMBERS. INTEGER AND FRACTIONAL PARTS

Abstracts. Numbers have entered our lives for a reason. It is even hard to imagine communication without using numbers. Mankind has created many laws and patterns in the world of numbers, solved some mysteries, and uses its discoveries in everyday life.

They are dealing with different types of numbers in math. However, many people get confused because they do not understand what real numbers are and what natural numbers are. Or what is the difference between rational and irrational numbers?

The first mention of integers dates back to early civilizations, such as the Ancient Egyptian and Ancient Babylonian. In the early stages of human development, numbers were used for simple needs such as days, steps, and money. Primitive societies needed only a few basic numbers. Over time, civilization developed and the need to use a wider range of numbers grew. This process took a long time and required a lot of cognitive work. The concept of number is at the center of mathematics. In the beginning, there was no abstract understanding of number. Numbers were associated with objects that could be counted, and different people had different ideas about the same number of objects. With the development of writing and the use of special symbols to represent numbers, an abstract understanding of natural numbers emerged.

Speaking of fractions, they originated as an extension of the concept of an integer to describe parts, fractions, and the relationships between them. Fractions in ancient civilizations were used and understood in different ways, for example, in Ancient Egypt, the Egyptians had knowledge of fractions, but mostly used them with

a numerator. The Babylonians, on the other hand, used the hexadecimal system, where each digit was multiplied by 60. This system continued to be used to measure time and angles after the fall of the Babylonian Empire.

The modern way of writing fractions with a numerator and denominator was developed in India, with some differences. The system of writing fractions with numerator, denominator, and dashes had existed for centuries, but it was a revolutionary phenomenon in mathematics.

There is no denying that fractions play an important role in mathematics and are used in many fields of science and technology. They have evolved over the centuries and are a testament to the creativity of mathematicians and their desire to understand the world more deeply.

The world is the basis of all mathematics, and real numbers are at the center of mathematics and allow us to measure distances, time, temperature, and other parameters around us. The study and application of real numbers is constantly evolving, with new methods and tools being created.

New tools for new discoveries. Computer modeling becomes a virtual laboratory where we can explore complex systems described by real numbers. Dynamic systems, differential equations, models of physical phenomena - all this becomes available for analysis and forecasting, data analysis provides mountains of information containing real numbers, no longer just numbers. Thanks to machine learning, we can uncover new patterns, make predictions, and make better decisions, while graphs and interactive visualizations become a window into the world of real numbers. We can see their behavior, understand their properties, and explore their secrets.

Real numbers make the financial world more stable and transparent. Thanks to real numbers, we can better understand complex financial processes, make more informed decisions, and build a more sustainable and transparent financial system. In medicine, real numbers save lives and improve the quality of life: with computed tomography and MRI, doctors are able to obtain detailed images of internal organs, which helps them diagnose diseases and plan treatment.

This paper analyzes the role of real numbers in the modern world. We have studied such aspects as the history of the development of real numbers: from the simplest fractions to complex mathematical concepts, new methods of studying real numbers, and practical applications of real numbers in finance, medicine, and other fields. It has been established that real numbers are the basis of mathematics. Real numbers are not just numbers. This is an unlimited world of knowledge, opportunities and new discoveries.

Keywords: mathematics, number, real numbers, fraction, natural numbers. rational numbers, irrational numbers, integer and fractional parts, numerator, denominator.

Постановка проблеми. Основою математики є дійсні числа, що використовуються в багатьох галузях науки та техніки. Розуміння історії виникнення дійсних чисел та їх структури (ціла та дробова частини) може допомогти у кращому розумінні математики в цілому. Існують різні теорії щодо того, як виникли дійсні числа, і дослідження цих теорій може дати нове розуміння математики. Світ рясніє численними теоріями походження дійсних чисел, але жодна з них не володіє остаточною істиною. Як наслідок, школярі і навіть студенти опиняються в стані розгубленості, це пов'язано з тим, що інформація, викладена у даних темах, здається занадто складною для молодого мозку і заважає чіткому сприйняттю. Тому потрібні чіткі та стислі пояснення, що розкривають історію виникнення дійсних чисел та їх структуру, щоб зробити складну тему доступною для молодих дослідників.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дійсні числа, включаючи цілі числа і дроби, складають основу математики і використовуються в багатьох галузях науки. Нещодавні дослідження та публікації пролили нове світло на походження та структуру цих чисел. Аналізуючи архіви та математичні системи різних культур, дослідники вивчають, як поняття дійсних чисел розвивалося протягом історії. Нові археологічні знахідки та історичний аналіз дають уявлення про те, як люди в різні періоди розуміли та використовували дроби.

Вивчаючи новітні наукові роботи та публікації, проблему розуміння дійсних чисел та їх структури висвітлили такі представники як Дедекінд, Георг Кантор, Генріх Лебег, Жуль Анрі Пуанкаре. Однак не розроблено чіткої методології використання проблемних методів у курсах алгебри та елементарного аналізу.

Мета статті: узагальнити та систематизувати знання учнів про дійсні числа, цілу та дробову частину, пригадати правила дій над дійсними числами. Розвивати логічне мислення, пам'ять та мовленнєві навички. Показати прямий зв'язок між математичними поняттями та навколишнім світом.

Використовувати активні та наочні методи навчання.

Виклад основного матеріалу. Історія виникнення дійсних чисел, які складаються з цілої та дробової частин, пов'язана з розвитком математики в давні часи. Перші згадки про цілі числа (позитивні та негативні) відносяться до ранніх цивілізацій, таких як давньоєгипетська та давньовавилонська. У давньому Єгипті використовувалися позначення для додатних цілих чисел, але вони не мали від'ємних чисел чи нуля.

У ранніх етапах розвитку людства числа використовувалися для простих потреб, таких як облік майна, днів, кроків та грошей. Початкові суспільства мали потребу лише в декількох перших числах. З розвитком цивілізації зросла потреба у використанні більш широкого спектру чисел. Цей процес зайняв велику кількість часу і вимагав значної когнітивної праці.

Поняття числа є ключовим у математиці. Спочатку не існувало абстрактного розуміння чисел; вони були пов'язані з об'єктами, які можна було перелічити, і різні народи мали різні системи позначення для однакових кількостей предметів. Абстрактне розуміння натуральних чисел, тобто чисел, що не пов'язані з конкретними об'єктами, з'явилося з розвитком писемності і введенням спеціальних символів для позначення чисел.

Використання від'ємних чисел стало можливим завдяки розвитку алгебри, яка надала універсальний метод розв'язання арифметичних задач незалежно від їх змісту чи початкових даних. Від'ємні числа почали систематично використовуватися індійськими математиками між VI і XI століттями. В Європі вони були вперше використані в XVII столітті, коли Рене Декарт, якого вважають "батьком" аналітичної геометрії, ввів геометричне тлумачення від'ємних чисел. У 17 столітті розвиток сучасної математики вимагав чіткого визначення поняття числа, що стимулювало подальше його розширення. Один з засновників математичного аналізу, Ісаак Ньютон, у своїй праці "Загальна арифметика", визначив число як абстрактний принцип, що відображає співвідношення між двома величинами одного типу, а не просто колекцію одиниць. Це визначення встановило єдине й універсальне поняття для раціональних та ірраціональних дійсних чисел [1].

Дробові числа з'явилися як розширення концепції цілих чисел для опису частин, часток і відношень між ними. Вони також мали велике значення для стародавніх цивілізацій у вимірюванні кількостей та обсягів.

Алгебраїчні дійсні числа (які включають ірраціональні та раціональні числа) були ближче вивчені в Давній Греції, зокрема під впливом математиків, таких як Піфагор, Евклід і Архімед. Вони досліджували властивості чисел і вперше зазначили існування чисел, які не можна представити у вигляді дробів, таких як корінь квадратний з числа, яке не є повним квадратом [2].

Потреба у вимірюванні довжин, площі земельних ділянок, маси тіл та інших величин того ж типу викликала виникнення дробів. Під час вимірювання не завжди виходило ціле число, оскільки одиниця вимірювання не завжди точно ділилася на вимірювану величину. Наприклад, при розподілі здобичі між мисливцями не завжди виходило розподілити її порівну, оскільки кількість мисливців не завжди була кратною кількості здобутої дичини. Це призвело до появи найпростіших дробів, таких як половина, третина і чверть.

Стародавні єгиптяни володіли знаннями про дроби, але переважно використовували дроби з чисельником 1. Вавилоняни використовували шістдесяткову систему числення, де кожен розряд множився на 60. Ця система залишилася у вживанні для вимірювання часу та градусів кута навіть після падіння Вавилонської імперії. Астрономи та математики античності та арабського світу продовжували використовувати шістдесяткові дроби.

На території Київської Русі першим математиком, який досліджував поділ цілих чисел на частини, був новгородський монах Кирик. У 1136 році він написав трактат "Число років", в якому описав методи обчислення часу.

Сучасний спосіб запису дробів з чисельником і знаменником був розроблений в Індії, але із певними відмінностями: знаменник розташовувався зверху, а чисельник – знизу. Хоча система запису дробів із чисельником, знаменником і дробовою рискою існує вже багато століть, вона стала революційною подією в математиці.

Цю систему розробили араби, а Леонардо Пізанський (1202 р.) поширив її в Європі, де до цього використовувалися лише звичайні дроби.

Практична діяльність людей спонукала до розвитку нових числових концепцій, а математика, зі свого боку, забезпечувала їм теоретичне обґрунтування та систематизацію.

Вейєрштрасс не був першим, хто досліджував множини, але його визначення дійсного числа, як дедекіндової множини, стало революційним і значно сприяло розвитку теорії множин та математики загалом.

Дедекіндова множина - це множина раціональних чисел, яка має такі властивості:

1) вона не містить найменшого верхнього кордону;

2) будь-яке раціональне число, менше за верхню межу, належить цій множині.

Розвиток поняття дійсних чисел тривав упродовж історії математики, і його сучасне розуміння і формалізація були введені у XIX столітті, коли математики почали вивчати властивості чисел більш систематично. Тепер дійсні числа використовуються в різних галузях математики та науки, щоб висловлювати і вирішувати різноманітні завдання і проблеми.

Покладаючи основи теорії множин, Вейєрштрасс також вніс значний внесок у такі галузі математики:

Математичний аналіз: розробка теорії границь, неперервності та диференціювання.

Теорія функцій: дослідження властивостей різних типів функцій, таких як степеневі ряди, тригонометричні ряди та аналітичні функції.

Варіаційне числення: значний внесок у теорію екстремумів функцій.

Дійсні числа є базою математики для вимірювання величин, відстаней, часу та інших параметрів. Постійний розвиток їх дослідження та застосування призводить до появи нових методів та інструментів.

Нові методи дослідження:

Комп'ютерне моделювання: використовується для аналізу складних систем, які описуються дійсними числами, наприклад, динамічні системи та диференціальні рівняння, а також моделі фізичних явищ.

Аналіз даних: великі набори даних, що містять дійсні числа, стають все доступнішими. Їх аналіз за допомогою нових методів, таких як машинне навчання, дозволяє отримувати нові знання та можливості [3]. Візуалізація: графічні та інтерактивні візуалізації допомагають дослідникам краще розуміти властивості дійсних чисел та їх поведінку у різних сценаріях.

У фінансовій сфері дійсні числа використовуються для моделювання ризиків, прогнозування курсів валют та розв'язання інших задач. У медицині вони використовуються для створення медичних зображень, аналізу даних пацієнтів та моделювання біологічних процесів

Висновок. У ході розвитку математики дійсні числа, складені з цілої та дробової частин, виникли як результат необхідності вираження різних видів кількостей, відношень та обсягів. Вони знайшли широке застосування у вимірюваннях, науці та інженерії. Розуміння дійсних чисел стало важливим кроком у розвитку математичної науки, а їх властивості дозволяють вирішувати складні математичні та наукові задачі. Дійсні числа є фундаментальним поняттям у математиці і відіграють ключову роль у розвитку наукових знань та технологій. Історія дійсних чисел налічує сотні років. Від ранніх концепцій про величини та відстані до сучасних абстрактних аксіом, дійсні числа пройшли довгий шлях еволюції. Цей шлях був наповнений працею багатьох визначних математиків, які внесли свій вклад у розуміння та застосування цих чисел. Сьогодні дійсні числа є основою сучасної науки, вони використовуються для опису практично всіх фізичних явищ, від руху планет до поведінки атомів. Дійсні числа дозволяють нам вимірювати, моделювати та прогнозувати світ навколо нас. Важливо розуміти не лише практичне значення дійсних чисел, але й їх історичну еволюцію. Це розуміння дає нам ключ до розгадки таємниць природи та дозволяє нам продовжувати дослідження Всесвіту.

Література:

1. Ларін А. А. Коротка історія математики: учб. посібник / А. А. Ларін. – Харків: НТУ «ХПІ», 2022. – 116 с.

2. Семко М. М. Основні поняття сучасної алгебри / М. М. Семко, О. А. Ярова, Л. В. Скасків; Університет ДФС України. – Ірпінь, 2020. – 128 с.

3. Скасків Л. В. Теорія чисел та основні структури сучасної математики: навчаль-ний посібник /Л.В.Скасків. – Ірпінь: Університет ДФС України, 2021. – 70 с.

References:

1. Larin, A.A. (2022). Korotka istoriia matematyky: uchbovyi posibnyk [A brief history of mathematics: Textbook]. Kharkiv: NTU "KhPI" [in Ukrainian].

2. Semko, M.M., Jarova, O.A., Skaskiv, L.V. (2020). Osnovni ponjattja suchasnoї algebri [Basic concepts of modern algebra]. Irpin': Universitet DFS Ukraïni [in Ukrainian].

3. Skaskiv, L. V. (2021). Teorija chisel ta osnovni strukturi suchasnoї matematiki [Number-theory and basic structures of modern mathematics]. Irpin': Universitet DFS Ukraïni [in Ukrainian].