

PEDAGOGY AND EDUCATION

Комбінаторика як наука

Ярова Оксана Анатоліївна¹, Соболь Марія Сергіївна²

¹ кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри
кібернетики та прикладної математики;
Державний податковий університет; Україна

² здобувач вищої освіти;
Державний податковий університет; Україна

В роботі проведено аналіз застосування комбінаторики в різних аспектах життя та різних галузях.

Комбінаторика є математичною галуззю, яка вивчає розрахунок кількості можливих комбінацій, перестановок, розміщень, підмножин та інших об'єктів.

Деякі елементи комбінаторики були відомі в Індії ще в II ст. до н.е. У XII столітті індійський вчений Бхаскара (Bhaskara, 1114–1185) обчислював деякі види комбінацій і перестановок. Припускають, що індійські вчені вивчали комбінації у зв'язку із застосуванням їх у поетиці, науці про структуру вірша й поетичних добутоків. Одним з перших почав підраховувати число різних комбінацій при грі у кості італійський математик Нікколо Тарталья (Tartaglia, 1500–1557).

Теоретичними дослідженнями питань комбінаторики займалися французькі вчені Блез Паскаль (Pascal, 1623–1662) і П'єр Ферма (Fermat, 1601–1665). Подальший розвиток комбінаторики пов'язаний з іменами видатних учених Якоба Бернуллі (Bernoulli, 1654–1705), Готфріда Лейбніца (Leibniz, 1646–1716), Леонарда Ейлера (Euler, 1707–1783).

Сам термін «комбінаторика» вперше з'явився у роботі німецького математика Г.Лейбніца «Про мистецтво комбінаторики» (1666), в якій вона розглядається уже як самостійна галузь науки [1].

Комбінаторний аналіз розглядається як важливий вид логічних дій, яким повинні опанувати учні середньої школи. Комбінаторні задачі – це задачі, де потрібно вибирати з деякої сукупності об'єкти, що володіють тією чи іншою властивістю, розташувати їх у певному порядку.

Конкретні комбінаторні задачі, що торкалися перерахунку

PEDAGOGY AND EDUCATION

невеликих груп предметів, греки розв'язували без помилок. Аристотель описав без пропусків всі види правильних тричленних силогізмів, а його учень Аристоксен з Тарента перерахував різноманітні комбінації довгих і коротких складів у віршових розмірах. Математик Папп (IV ст. н.е.) роздивлявся число пар і трійок, які можна отримати з трьох елементів, не забороняючи їх повторення.

Велику увагу грецькі вчені приділяли питанням, граничним між комбінаторикою та теорією чисел. Ще в VI ст. до н.е. в школі філософа-ідеаліста і математика Піфагора виникло твердження, що світом правлять числа, а речі лише відображення чисел (можливо, ці ідеї виникли у Піфагора під впливом вавилонської культури). Тому, щоб пізнати світ, піфагорейці почали вивчати властивості натуральних чисел. Їхні досліді про парні і непарні числа, ділення чисел, простих і складених чисел поклали основу теорії чисел (в науці буває, що невірні похідні основи дають поштовх до корисних досліджень). Як і китайці, піфагорейці надавали особливе значення числу 36 – воно було для них не тільки сумою перших 4 парних і перших 4 непарних чисел, але й сумою перших трьох кубів: $36 = 1^3 + 2^3 + 3^3$. Символом бездоганності піфагорійці вважали бездоганні числа, що дорівнювали сумі своїх дільників, наприклад, $6 = 1 + 2 + 3$, $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$, а символом дружби – дружні числа, кожне з яких дорівнює сумі дільників іншого числа (наприклад, 220 і 284). Пошук таких чисел потребував комбінаторної майстерності [2, с. 2].

Поняття множини – одне з понять, яке не визначається в математиці. Наприклад, множина натуральних чисел, множина простих чисел. Об'єкти, з яких складається множина, називаються елементами цієї множини. Множина, що складається зі скінченного числа елементів, називається скінченною. Такими множинами є: множина всіх двозначних чисел, множина вершин даного многокутника і множина його діагоналей. Множина, яка містить необмежену кількість елементів, називається нескінченною. Нескінченною множиною є множина всіх натуральних чисел; всіх простих чисел. Множина, яка не містить елементів, називається пустою множиною [4].

Перестановкою (the permutation) із n елементів називається будь-яка скінченна послідовність (progression), яка одержується в результаті упорядкування деякої скінченної множини, складеної з n елементів. Число всіх перестановок із n елементів позначається P_n . Це число дорівнює добутку всіх цілих чисел від 1 до n .

Будь-яка підмножина множини M , яка містить k елементів

PEDAGOGY AND EDUCATION

($k=0, 1, 2, \dots, n$), називається сполученням (combination) або комбінацією з даних n елементів по k елементів, якщо ці підмножини відрізняються хоча б одним елементом.

Кожна впорядкована підмножина, яка містить k елементів даної множини з n елементів, називається розміщенням (accommodation) із n по k елементів. Таким чином, два різних розміщення із даних n елементів по k відрізняються один від одного або складом елементів, або порядком їх розміщення [3].

Отже, вивчення комбінаторики є важливим для розуміння й застосування в інших областях, таких як статистика, комп'ютерні науки, криптографія, економіка і бізнес, гральна індустрія та багато інших.

В статистиці та дослідженнях комбінаторика допомагає в підрахунку можливих варіантів вибірки для проведення опитувань, експериментів та досліджень.

В криптографії вона використовується для захисту інформації, наприклад – створення складних паролів, кодів шифрування, тощо.

Кількість можливих комбінацій грає важливу роль у забезпеченні безпеки даних. Комбінаторика використовується у логічних грах, ребусах, головоломках та інших розважальних активностях.

Знання з комбінаторики можуть допомогти аналізувати складні ситуації, раціонально приймати рішення та розв'язувати різноманітні завдання в багатьох галузях. Вона розвиває логічне мислення, аналітичні навички та допомагає вирішувати задачі з великою кількістю можливих варіантів.

Розрахунок кількості комбінацій та ймовірностей в комбінаториці допомагає вирішувати різноманітні задачі, такі як розкладання на факторіал числа, обчислення ймовірності випадкових подій та встановлення правил для гри.

References:

- [1] Швай О.Л. Комбінаторні задачі: навчальний посібник /Швай О.Л. – Луцьк: СНУ імені Лесі Українки, 2018. 142 с.
- [2] Швай О.Л. Історія розвитку комбінаторики та деякі її застосування: наукова стаття /Швай О.Л. – Одеса, 2020. С. – 6.
- [3] Історичні екскурси та теоретичні відомості : навчальний посібник / Л. М. Тичинська, А. А. Черепашук. – Вінниця : ВНТУ, 2010. С. – 112.
- [4] Скасків Л. В. Теорія чисел та основні структури сучасної математики: навчальний посібник /Л.В.Скасків. – Ірпінь: Університет ДФС України, 2021. – 70 с.