МІНІСТЕРСТВО ФІНАНСІВ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ПОДАТКОВИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ФІНАНСІВ ТА ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ
КАФЕДРА КІБЕРНЕТИКИ ТА ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА
на тему:

МЕТОДИКА ВИКОРИСТАННЯ НАОЧНОСТІ ПРИ ВИВЧЕННІ ВЗАЄМНОГО РОЗМІЩЕННЯ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У КУРСІ СТЕРЕОМЕТРІЇ

Здобувача вищої освіти
другого (магістерського) рівня, II курсу, СОМ-23-1 групи,
спеціальності 014 «Середня освіта»
освітня програма «Середня освіта: математика»

Мазура Владислава Олександровича

Науковий керівник Оксана ЯРОВА, к.ф-м.н., доцент

Керівник освітньо-професійної програми Микола СЕМКО, д.ф-м.н., професор

Допущено до захисту за рішенням кафедри
кібернетики та прикладної математики
протокол від «29» 01 2024 № 1

Завідувач кафедри Оксана ЯРОВА, к.ф-м.н., доцент

Ірпінь – 2024

Реєстрація № 1 19.12.2024 Скасків Л.В.
(дата) (підпис відповідальної особи)

Результати перевірки до захисту 23.12.2024
(до захисту, на доопрацювання) (дата) (підпис)

Результат захисту 90б 29.01.2025
(оцінка) (дата) (підпис)

Голова комісії: Трачовецький М.В.
(підпис) (ініціали, прізвище)

Члени комісії:

(підпис) Семенко М.М.
(ініціали, прізвище)

(підпис) Скасків Л.В
(ініціали, прізвище)

(підпис) Дерова О.А.
(ініціали, прізвище)

БЛАНК ОЦІНЮВАННЯ ВИПУСКНОЇ РОБОТИ

Об'єкти контролю	Діапазон оцінки в балах	Фактична кількість балів	Примітки	Дата, П.І.П.: керівника, голови комісії членів комісії, секретаря, (підписи)
ОЦІНЮВАННЯ РОБОТИ КЕРІВНИКОМ ТА РЕЦЕНЗЕНТОМ				
1. Зміст випускної роботи (якість теоретичного матеріалу, його зв'язок з практичним, вміння представляти матеріал в логічній послідовності, наявність висновків та пропозицій)	від 0 до 30	26		29.01.2025
2. Дотримання вимог щодо оформлення	від 0 до 10	10		
3. Вчасне виконання роботи на всіх етапах у встановлені кафедрою терміни	від 0 до 5	5		
4. Рецензент	від 0 до 5	5		
РАЗОМ БАЛІВ	від 0 до 50	46		
ОЦІНЮВАННЯ РОБОТИ КОМІСІЄЮ ПО ЗАХИСТУ				
1. Доповідь	від 0 до 10	10		29.01.2025
2. Роздатковий матеріал	від 0 до 5	5		
3. Знання теоретичного та практичного матеріалу, вміння відповідати на запитання	від 0 до 25	25		
4. Апробація (участь у конференціях)	від 0 до 10	4		
РАЗОМ БАЛІВ	від 0 до 50	44		
ЗАГАЛЬНА КІЛЬКІСТЬ БАЛІВ	від 0 до 100	90		

Оцінка за 100-бальною шкалою	Оцінка за шкалою ЕКТС	Оцінка за національною шкалою	Дата	П.І.П.: голови, членів комісії, секретаря, (підпис)
90	A	5 (відмінно)	29.01.2025	О.А. Чуєва

ПЕРЕВЕДЕННЯ ОЦІНКИ ЗА 100-БАЛЬНОЮ ШКАЛОЮ ДО НАЦІОНАЛЬНОЇ ШКАЛИ

Оцінка за 100-бальною шкалою	Оцінка за шкалою ЄКТС	Оцінка за національною шкалою
90-100	A	5 (відмінно)
80-89	B	4 (добре)
70-79	C	
60-69	D	3 (задовільно)
50-59	E	
35-49	X	2 (незадовільно)

Анотація.

Мазур Владислав. МЕТОДИКА ВИКОРИСТАННЯ НАОЧНОСТІ ПРИ ВИВЧЕННІ ВЗАЄМНОГО РОЗМІЩЕННЯ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У КУРСІ СТЕРЕОМЕТРІЇ.

У даній роботі проаналізовано літературу по розділах «Паралельність та перпендикулярність прямих і площин у просторі». Проаналізовано дидактичну, психологічної та методичну літературу по темі дослідження. Описано методику використання наочності при вивченні взаємного розміщення прямих і площин у просторі. Встановлено, що наочність застосовується і як засіб пізнання нового, і для ілюстрації думок, і для розвитку спостережливості, і для кращого усвідомлення та запам’ятовування матеріалу. Все це в цілому сприяє розвитку важливих якостей мислення школярів: самостійності, гнучкості, критичності, глибини, раціональності. Застосовані наочні методи роботи вчителя з комп’ютерною підтримкою відкривають широкі можливості колективної, розумової, активної діяльності учнів та вчителя.

Ключові слова: стереометрія, пряма, площина, наочність, методика навчання математики.

Annotation.

Mazur Vladyslav. THE METHOD OF USING VISIBILITY WHEN STUDYING THE MUTUAL LOCATION OF LINES AND PLANES IN THE COURSE OF STEREOMETRY.

This paper analyzes the literature on the sections «Parallelism and perpendicularity of lines and planes in space». The didactic, psychological and methodical literature on the research topic was analyzed. The technique of using visualization when studying the mutual placement of lines and planes in space is described. It has been established that visualization is used both as a means of learning new things, and for illustrating thoughts, and for developing observation, and for better understanding and memorization of the material. All this contributes to the development of important thinking qualities of schoolchildren: independence, flexibility, criticality, depth, rationality. Applied visual methods of the teacher's work with computer support open up wide possibilities for collective, mental, active activity of students and the teacher.

Key words: stereometry, straight line, plane, visibility, teaching method of mathematics.

ЗМІСТ

Вступ	6
Розділ 1. Наочність в навчальному процесі як принцип дидактики	9
1.1. Роль і значення наочності в навчально-виховному процесі	9
1.2. Типи наочних посібників з математики, їх характеристика	20
1.3. Аналіз психологічної, дидактичної і методичної літератури за темою дослідження	33
Розділ 2. Методика використання наочності при вивченні взаємного розміщення прямих і площин в курсі стереометрії в загальноосвітніх навчальних закладах	42
Висновки	71
Список використаних джерел	74

ВСТУП

У сучасній системі освіти і розвитку суспільства, яке активно впливає на інтелектуальний потенціал нації, науку, техніку, економіку та глобальну інтеграцію, особливо важливим є забезпечення належного рівня математичної підготовки учнів. Навички та знання в математиці сприяють інтелектуальному розвитку та формуванню логічного мислення особистості. Вивчення математики сприяє розвитку просторових уявлень, уяви, алгоритмічної культури та здатності до встановлення причинно-наслідкових зв’язків, обґрунтування тверджень та моделювання ситуацій.

У сучасній освітній парадигмі акцент робиться на демократизації та гуманізації процесу навчання, а також на формуванні компетентностей учнів. Важливими аспектами є розвиток інформаційної грамотності, аналітичного й синтетичного мислення та навичок прогнозування. Отже, математика виступає необхідним інструментом для досягнення цих цілей.

Аналіз сучасного стану освітньої системи в Україні свідчить про важливість та необхідність створення єдиного освітнього простору, який забезпечуватиме освітян необхідними інформаційно-педагогічними ресурсами для ефективного проведення уроків з використанням наочно-ілюстративного матеріалу [4].

На сьогоднішній день, проблема використання наочності під час навчання математики є досить актуальною. Цю проблему вже розглядали відомі дидактики та методисти, такі як Дубравська Д.М., Коменський Я.А., Малафіїк І.В., Іванюта О.В., Леонтьєв А.Н. та інші.

Незважаючи на наявність значної кількості публікацій і методичних рекомендацій, які займаються проблемою використання наочності у навчанні, варто зазначити два важливих аспекти. По-перше, на сьогоднішній день немає повноцінного посібника, який би детально розкривав методику використання різних видів наочності під час вивчення геометрії в старшій школі. По-друге, відсутній навчальний комплект наочностей, який би забезпечував ефективне

засвоєння програмного матеріалу з теми «Взаємне розміщення прямих і площин в просторі».

Також спостерігається тенденція до зменшення кількості годин, які відводяться на вивчення математики в загальноосвітніх школах, особливо в тих, де математика не є профільним предметом. Зміст програми та вимоги до знань, умінь і навичок учнів з математики залишаються практично незмінними.

Виникає проблема ефективного використання часу під час уроку, і одним із способів розв'язання її є розумне використання наочних засобів. Зараз існуючі підручники з геометрії [3, 5, 7, 9, 10, 15, 16] не враховують методику, яка дозволяла б проводити уроки з використанням ілюстративного та наочно-навчального матеріалу. Ця ситуація спонукала нас обрати тему нашого дослідження: «Методика використання наочності при вивченні взаємного розміщення прямих і площин у курсі стереометрії».

Об’єктом дослідження є процес навчання математики в загальноосвітніх навчальних закладах.

Предметом дослідження є методика використання наочності при вивченні взаємного розміщення прямих і площин в курсі стереометрії в загальноосвітніх навчальних закладах.

Зміст дослідження полягає у розробці нової методики використання наочності для ефективного навчання взаємного розміщення прямих і площин у курсі стереометрії в загальноосвітніх навчальних закладах. Основна мета полягає в створенні цієї методики, а також виконанні наступних завдань:

1. Аналіз літератури з методики, дидактики та психології, що стосуються даної теми.
2. Вивчення та ознайомлення з інноваційними та інформаційними технологіями, які можуть бути застосовані в навчальному процесі.
3. Розробка конкретної методики використання наочності для навчання взаємного розміщення прямих і площин у курсі стереометрії в загальноосвітніх навчальних закладах.

Дослідження має практичне значення, оскільки розроблена методика

допоможе вчителям ефективно використовувати різноманітні засоби наочності під час уроку та створити необхідний комплект для їх використання у навчально-виховному процесі. Ці дії вчителя дозволять організовувати навчальну діяльність учнів раціонально, зробити її цілеспрямованою та продуктивною, а також сприятимуть подальшому вдосконаленню навчально- виховного процесу.

У процесі дослідження використовувались наступні методи:

1) Аналіз і використання історії математики і математичної освіти: цей метод дозволяє дослідникам вивчити історичні аспекти математики та методику її навчання, що може надати цінний контекст і інсайти для вдосконалення навчального процесу.

2) Вивчення і використання досвіду сучасного навчання математики: у цьому методі дослідники аналізують і використовують сучасні підходи, методи та практики навчання математики, що дозволяє застосовувати ефективні та актуальні підходи під час розробки методики навчання.

3) Дидактична обробка ідей та методів математики: цей метод передбачає дослідження, аналіз та адаптацію математичних ідей і методів для використання їх у навчальному процесі. Це дозволяє розробити систему наочності та дидактичних матеріалів, що сприятимуть кращому розумінню та засвоєнню математичних концепцій учнями.

РОЗДІЛ І. НАОЧНІСТЬ В НАВЧАЛЬНОМУ ПРОЦЕСІ ЯК ПРИНЦИП ДИДАКТИКИ

1.1. Роль та значення наочності в навчально-виховному процесі

Ефективність виховного і розвиваючого характеру навчання справді залежить від того, наскільки вчитель враховує індивідуальні вікові особливості та розумові здібності учнів, їхнє ставлення до навчального процесу, ідеї та риси характеру.

Навчити учнів мислити і розвивати прагнення до пізнання нового є центральним завданням педагога. Це може бути досягнуто шляхом створення стимулюючого навчального середовища, яке сприяє самостійності і активності учнів. Наприклад, вчитель може застосовувати такі методи навчання, як проблемне навчання, дослідницьке навчання, колективну роботу, проектну діяльність тощо. Ці підходи стимулюють учнів досліджувати, аналізувати, розв'язувати проблеми та самостійно конструювати знання.

Важливо також враховувати індивідуальні особливості кожного учня. Кожен учень має свої сильні та слабкі сторони, свої інтереси та потреби. Врахування цих особливостей дозволяє підібрати методи навчання та завдання, які будуть найбільш ефективними для кожного учня окремо. Вчитель може використовувати індивідуальні завдання, диференційовані підходи, особисту розмову та співпрацю з учнями для підтримки їхнього особистісного розвитку.

Освіта у школі пристосовується до вікових та індивідуальних особливостей учнів, а зміст і методи навчання враховують ці фактори. Реальні навчальні можливості учнів залежать від рівня їх інтелектуального, емоційного та вольового розвитку, а також від наявності знань, вмінь і навичок, необхідних для успішного навчання, а також від ставлення до нього, фізичного стану та працездатності. У школі різні діти мають власні способи навчання, і це свідчить про те, що навчання із застосуванням індивідуального підходу є найбільш ефективним. Успішність навчального процесу залежить від рівня активності учня, характеру його навчально-пізнавальної діяльності та розвитку

мотиваційної сфери. [2, 6]

Учні стають більш активними і ефективними у навчанні, коли на уроці вони займаються різноманітними видами діяльності та працюють інтенсивно. Це залежить від організації педагогом різних методів роботи на уроці. Принципи навчання визначають основні принципи і методи роботи школи і є основою для формулювання правил навчання.

Правила навчання визначаються принципом навчання, вони конкретизують його, дотримуються його і сприяють його реалізації. Ці правила мають чітко сформульовану форму практичних вказівок, якими користуються в конкретних ситуаціях навчання.

Принцип наочності в навчанні відображений у праці Я. А. Коменського «Велика дидактика», опублікованій у XVII столітті. У цій праці вчений сформулював принцип, який називається «золотим правилом» дидактики: «...все, що можна, слід подавати для сприймання за допомогою відчуттів: візуально сприймати видиме, аудіально-чутне, нюхати запахи, смакувати смакове, а також дотикатися до об'єктів, які доступні для дотику. Якщо деякі об'єкти можна сприймати кількома відчуттями одночасно, дозволяйте їх сприймати за допомогою всіх відчуттів одразу...». [11]

Залежно від способу, яким реалізується відображення дійсності, наочність можна класифікувати на наступні типи:

а) Природна наочність - це представлення реальних об'єктів, таких як рослини, тварини, інструменти і вироби праці, мінерали, хімічні речовини та інші.

б) Зображувальна наочність - це використання навчальних малюнків, репродукцій художніх полотен, макетів, муляжів та інших засобів для візуального представлення інформації.

в) Схематична наочність - це використання карт, схем, діаграм, графіків, малюнків та інших зображень, які доступно представляють інформацію для кращого розуміння й аналізу.

Використання наочності в освітньому процесі залежить від творчого

потенціалу вчителя. Один з відомих вчителів математики з Донецька, В. Шаталов, активно використовує малюнки, які він називає опорними сигналами. Ці малюнки відображають головну суть факту чи явища у образно-символічній формі. Вони дуже прості, що дозволяє учням легко запам'ятовувати та відтворювати їх, зберігаючи основний зміст нового матеріалу у своїй пам'яті. Головна цінність цих малюнків полягає у їх сконцентрованому інформаційному змісті, у зручному форматі, який легко сприймається. [1]

Використання візуальних засобів у процесі навчання сприяє когнітивному розвитку учнів, сприяє встановленню зв'язків між науковими знаннями та їх застосуванням у реальному житті, а також між теорією і практикою. Використання наочності полегшує процес засвоєння матеріалу та стимулює інтерес до навчання. Крім того, воно допомагає учням сприймати об’єкти у всій їх різноманітності та виявляти зв'язки між їх різними аспектами. Особливу увагу слід приділяти наступним дидактичним вимогам:

- не надмірно використовувати наочні засоби під час навчання, оскільки це може знизити самостійність та активність учнів у сприйнятті навчального матеріалу;

- використання наочності повинно мати чітку мету і включатись у структуру уроку з певними обґрунтованими цілями і очікуваними висновками;

- попереднє вивішування всіх наочних засобів може спричинити розсіювання уваги учнів та утруднити їх сприйняття. Важливо, щоб учні зосереджувались лише на потрібному об'єкті в потрібний момент, тому інші елементи мають бути приховані або закриті;

- наочні об'єкти повинні бути зрозумілими та не містити надлишкової інформації, щоб уникнути виникнення непотрібних асоціацій у учнів;

- використовуючи наочність, необхідно враховувати вікові особливості учнів.

У пізнанні оточуючого світу споглядання відіграє важливу роль. Воно є початковим етапом, який приводить до розвитку абстрактного мислення і наступного застосування практичних знань. Цей шлях пізнання істини,

об’єктивної реальності можна розглядати як діалектичний процес.

Однак, коли мова йде про математику, цей закон можна сформулювати так: емпіричний матеріал перетворюється на математичні концепції, які потім організовуються в логічну систему. Після цього можна застосувати отриману математичну теорію для розв’язання конкретних практичних завдань.

Навчання математики є процесом взаємозв’язку між вчителем і учнем через математичний предмет, який проймає діалектичний характер. Зміст і методи навчання взаємопов'язані, і новий зміст вимагає розробки нових методів, які впливають на зміну змісту навчання [8, 12].

Принцип наочності базується на процесі сприйняття, осмислення та узагальнення учнями вивченого матеріалу. Цей принцип означає, що в процесі навчання потрібно враховувати логіку засвоєння знань і на кожному етапі знаходити початкову основу в фактах, спостереженнях, аксіомах, наукових поняттях та теоріях, а потім визначати систематичний шлях від сприйняття конкретного предмета до загального або навпаки - від загального до конкретного [23-26].

Використання візуальних засобів сприяє розширенню уявлень дитини, робить навчання більш доступним, цікавим і конкретним, а також сприяє розвитку спостережливості і мислення.

Методика викладання математики має починатися з конкретних прикладів і поступово переходити до абстрактних висновків. Використання навчальних матеріалів, які допомагають перейти від конкретного до абстрактного та від абстрактного до конкретного, є важливою складовою цього процесу.

Засоби навчання математики – це різноманітні об'єкти, що можуть бути використані для передачі інформації про поняття, яке вивчається. Вони можуть бути природними або штучними і надають нові дані та розуміння предмету.

У навчальному процесі використовуються різноманітні засоби, які допомагають учням краще засвоювати матеріал. Серед цих засобів можна виділити підручники, навчальні посібники, наочні посібники, інструменти та прилади, а також технічні засоби навчання.

Підручники та навчальні посібники, такі як картки з математичними завданнями, зошити з друкованою основою та довідники, є основними джерелами інформації для учнів. Вони містять теоретичний матеріал і практичні завдання, що допомагають закріпити отримані знання.

Наочні посібники включають предмети або їх зображення, розрізні цифри, знаки дій і порівняння, моделі геометричних фігур. Вони використовуються для візуального представлення матеріалу, що сприяє кращому розумінню теми учнями.

Інструменти й прилади, такі як лінійка, циркуль, косинець та палетка, використовуються для виконання практичних завдань. Вони допомагають учням вимірювати, малювати та конструювати, що сприяє розвитку їхніх навичок та розумінню математичних концепцій.

Технічні засоби навчання включають комп'ютери, проектори, інтерактивні дошки тощо. Вони дозволяють використовувати сучасні технології для навчання, створюючи інтерактивну та захопливу навчальну атмосферу.

На початку слід відзначити важливу роль візуалізації в навчанні математики. Наприклад, використання різних графіків та їх елементів допомагає учням уявити концепції і поняття, пов'язані з цими графіками. В результаті таких візуальних представлень в учнів формуються образи, які потім можуть перетворитися в абстрактні поняття через аналіз і синтез. Ці поняття стають об'єктом ментальної активності учня, спрямованої на розуміння закономірностей реального світу.

Важливим аспектом у навчанні є стимулювання учнів до самостійного відкриття та доведення математичних тверджень. Це досягається шляхом надання учням можливості формулювати власні гіпотези та міркування щодо певної закономірності, яку вони прагнуть довести. Цей підхід спонукає учнів активно займатися навчанням і зацікавлюватися предметом.

Пошук своїх власних розв'язків та доказів може призвести до засвоєння більш глибоких та міцних знань. Якщо учень зможе підтвердити свою гіпотезу шляхом логічних міркувань та доказів, то вона перетвориться на підтверджений

факт. У разі, якщо гіпотеза не підтверджується емпіричними доказами, вона може бути спростована, що дозволить учневі краще розуміти реальну природу математичних явищ.

Такий підхід сприяє більшій активності учнів і підвищує їх зацікавленість у процесі навчання. Крім того, отримані знання стають більш свідомими і глибокими.

У практиці шкільного навчання існує поділ на два типи наочних посібників: загальнокласні та індивідуальні. Загальнокласні посібники призначені для використання всім класом, під час колективних занять. Індивідуальні посібники використовуються окремими учнями. Важливо правильно розмістити ці посібники, щоб забезпечити зручність їх використання під час уроків. Важливо враховувати, що вони можуть мати однаковий зміст, але різні розміри.

Залежно від способу виготовлення можна виділити два типи наочних посібників: комерційно виготовлені, друкарським шляхом або на фабриці, і саморобні, які виготовляються вчителями або учнями.

Саморобні посібники можуть бути використані як доповнення до готових наочних посібників. Їх складають різні малюнки та креслення для розв'язання задач, збірні геометричні фігури, таблиці з можливістю заміни чисел і окремих слів, а також електрифіковані таблиці множення та додавання. Залучення учнів до виготовлення наочних посібників має велике значення для освіти та виховання, оскільки сприяє глибокому і міцному засвоєнню знань і навичок, а також розвиває відповідні навички. Коли дитина працює з посібниками, які вона самостійно створила, вона навчається поважати працю. Саморобні посібники повинні бути простими для виготовлення і відповідати шкільним гігієнічним нормам.

У процесі вивчення математики таблиці є важливим інструментом для візуалізації матеріалу. Вони використовуються з різними цілями:

- навчальні таблиці використовуються для формування математичних понять і закономірностей;

- таблиці-інструкції містять алгоритми виконання арифметичних дій та пам'ятки для розв'язування текстових задач;
- таблиці можуть допомагати знаходити шляхи розв'язування конкретних задач;
- таблиці для усних обчислень допомагають швидко знаходити результати математичних операцій без використання калькулятора;
- таблиці-довідники містять корисну інформацію, яка допомагає в процесі вивчення математики.

У початкових класах до елементів наочного навчання відносяться записи та малюнки, які вчителі створюють на дошці. В залежності від етапів уроку та потреб учнів, способи та форми подання структурних схем обчислювальних прийомів можуть варіюватись. Особливо важливою є наочна інтерпретація при розв'язанні задач, яка може бути представлена у вигляді короткого запису, таблиці, схеми або малюнка. Кожен з цих видів наочності має свої різноманітні варіації. Крім того, значну роль відіграють інструменти, прилади, моделі, технічні засоби навчання та засоби зворотного зв'язку.

Володіння різноманітними наочними посібниками дозволяє вчителеві правильно підбирати їх і ефективно використовувати під час навчання. Проте важливо усвідомлювати, що наочність повинна бути використана з розумінням її обмежень. Вона слугує лише допоміжним засобом навчання, який іноді може зменшувати активність учнів і гальмувати розвиток їх логічного мислення. Тому необхідно уникати екстремальних підходів: абсолютного ігнорування наочності або надмірного її застосування.

Для досягнення максимальної ефективності при використанні наочних посібників, важливо залучати якомога більше органів чуття до їх сприйняття. Учень повинен не тільки спостерігати, але й безпосередньо взаємодіяти з ними: вимірювати, склеювати та інше. Тільки в такий спосіб він зможе розкрити всі аспекти та залежності спостережуваного об’єкта [29].

При вивченні математики вчителю важливо спочатку визначити, чи уявляють учні чіткі та яскраві наочні образи, пов'язані з концепціями, які вони

вивчають. Якщо такі образи відсутні, вчитель повинен створити їх, оскільки без наочних образів отримані знання учнів можуть бути формальними.

У зв’язку з тим, що учні мають складнощі у сприйнятті просторових геометричних та абстрактних математичних відношень, їх потрібно унаочнювати. Дидактика математики рекомендує використовувати математичні моделі як ефективний засіб унаочнення. Ці моделі допомагають встановити зв'язки між абстрактними математичними концепціями та конкретними візуальними представленнями. Встановлення таких зв’язків є необхідним не лише для кращого розуміння абстракцій у математиці, але й для ефективного застосування математичних знань на практиці, у повсякденному житті [8].

Ефективне використання наочності в навчальному процесі має значний вплив на формування позитивних рис особистості та характеру учнів, а також сприяє естетичному, економічному та трудовому вихованню.

Наочність є необхідною складовою будь-якого ефективного навчання. Шляхом усвідомлених дій ми допомагаємо учням виробити систему понять та зрозуміти взаємозв'язки між ними. Для успішного навчання учень повинен бути здатний сприймати цю систему та працювати з нею. Але для цього необхідно мати матеріальну модель цієї системи, яку можна представити учневі. І саме для цього застосовуються наочні засоби навчання.

Однак варто враховувати, що використання наочних посібників потребує обережного підходу, оскільки головною метою навчання математики є розвиток учнівських навичок абстрактного мислення. Унаочнення повинно служити лише допоміжною роллю в цьому процесі. Якщо учень здатний розібратися в математичному питанні без використання наочних посібників, то не варто нав'язувати їх, оскільки це може завдати шкоди його розвитку.

Зрозуміло, що значення та роль наочних посібників можуть змінюватися на різних етапах навчання математики. Зі зростанням загального інтелектуального розвитку учнів відбувається більш швидкий перехід від конкретного сприйняття до абстрактного мислення.

Зауваження до використання наочних посібників стосуються особливостей розвитку мислення дітей на різних вікових стадіях. Молодші діти мають конкретне мислення і потребують візуальної підтримки у вигляді конкретних наочних образів. Наприклад, дитина дошкільного та молодшого шкільного віку легко уявляє три яблука, три кубики або грибки, але важко уявити число три без конкретних предметів, які воно представляє [14].

У вивченні взаємного розміщення прямих і площин у просторі варто використовувати різні робочі і довідкові таблиці. Робочі таблиці дають можливість активно залучити учнів до мисленнєвої діяльності, яка спрямована на засвоєння теоретичного матеріалу та його закріплення. Також можна виконувати багато завдань, які сприяють розвитку певних навичок учнів. Використання проблемних ситуацій, опитувань та контрольних завдань також може бути ефективним підходом.

У додаток до робочих таблиць, існують також довідкові таблиці, призначені для запам'ятовування матеріалу. Довідкові таблиці можуть бути використані для тривалої дії на зоровий апарат учнів і вивішені в кабінеті математики на тривалий період.

Головна особливість довідкових таблиць - їх дидактична спрямованість, яка допомагає учням запам'ятовувати основні факти, формули, графіки та інші важливі відомості. Ці таблиці застосовуються для активізації пам'яті та сприяють запам'ятовуванню матеріалу.

Крім того, для вивчення взаємного розміщення прямих і площин у просторі (а також інших тем) можуть бути ефективно використані інші засоби навчання, такі як діапозитиви, кодопозитиви, комп’ютерні програми. Вони допомагають урізноманітнити процес навчання та забезпечують інтерактивний підхід до вивчення матеріалу [13].

Під час підготовки до конкретного уроку вчитель обирає такі засоби, які найлегше допоможуть організувати необхідну роботу учнів. Важливо, щоб ці засоби були зрозумілими для учнів у даному моменті, а не просто відображали поняття. Для цього наочні посібники, які використовуються на уроках, повинні

бути не тільки ілюстраціями до матеріалу, але й джерелом інформації. Один із широко використовуваних засобів у школах - навчальні картки. Діяльність учнів з реальними предметами, макетами і конструкціями може здійснюватись як через безпосередній контакт з ними, так і без такого контакту.

У першому випадку, учні мають можливість особисто маніпулювати предметами, макетами і конструкціями, що є найбільш доцільним підходом. Цей спосіб дозволяє активізувати зоровий канал сприйняття інформації, а також задіяти кінестетичні навички. Шляхом дотику і виконання механічних дій учні отримують додаткову інформацію про об'єкти, які вони спостерігають або досліджують. Важливо зазначити, що пояснення вчителя є невід'ємною складовою цього процесу.

У другому випадку, який можна назвати демонстрацією, учні отримують інформацію через зоровий канал під час пояснень вчителя. Візуальна демонстрація має свою важливість, але не завжди є достатньою для повного розуміння учнями. Оскільки практика показує, що «краще один раз побачити, ніж сто разів почути», то демонстрації необхідно використовувати разом з поясненнями.

Загалом, використання предметів, макетів і конструкцій для активної діяльності учнів є найефективнішим підходом. Водночас, демонстрація ілюстрацій та пояснень вчителя також має своє місце у навчальному процесі.

Для успішної організації демонстрацій під час уроків, увага вчителя має бути спрямована на кілька ключових аспектів. По-перше, необхідно забезпечити, щоб предмети, які використовуються, мали відповідні розміри та виглядали так, щоб їх зовнішній вигляд відповідав їх внутрішньому значенню, яке вчитель намагається передати. По-друге, кількість фонових елементів повинна бути зведена до мінімуму.

Учитель повинен також старатися використовувати засоби наочності, які охоплюють всю сферу сприйняття учнів. Це означає, що він має використовувати різноманітні засоби, які стимулюють зорову, слухову та тактильну сприйнятливість.

Використання наочних посібників на уроках математики вимагає від учителя певних педагогічних та методичних навичок. Готуючись до уроку, вчитель повинен чітко визначити такі аспекти, як:

- мету використання наочності;
- в який момент уроку її слід застосовувати;
- чи слід пропонувати учням самостійно створювати наочні посібники з даної теми і, якщо так, то які саме.

Для ефективного використання наочності важливо ретельно підбирати її, враховуючи, який вид наочності є найоптимальнішим для досягнення мети уроку та яку функцію вона має виконувати.

У навчанні математики присутні тісно пов'язані та взаємозалежні принципи. Кожен з цих принципів впливає на інші, і вони мають бути застосовані спільно. Під час уроків математики можна поєднувати теорію з практичними вправами лише тоді, коли навчання є зрозумілим, науковим і систематичним, а вчителю вдається заохочувати учнів до творчого мислення та інших аспектів.

Важливо зрозуміти, що ці принципи утворюють цілісну систему, взаємодіючи між собою для ефективного навчання математики. Наприклад, розуміння математичних концепцій стає основою для успішного застосування їх на практиці. Практичні вправи і задачі, у свою чергу, допомагають учням закріплювати знання та розвивати навички розв'язування задач.

Навчання математики також має ґрунтуватись на наукових принципах, щоб учні могли розуміти логіку та обґрунтування математичних правил і формул. Систематичний підхід до навчання, з плавним переходом від простого до складнішого, допомагає учням будувати стійкі знання та розвивати логічне мислення.

Також важливим елементом є пошук творчих підходів до математичних завдань, що сприяє розвитку творчих здібностей учнів. Вчитель повинен створювати стимулююче середовище, яке спонукає учнів до самостійного мислення, пошуку альтернативних шляхів розв'язання задач та власних математичних відкриттів.

1.2. Типи наочних посібників з математики та їх характеристика

У сучасному світі математика має велике значення. Особливість методу математики полягає в тому, що вона оперує абстрактними поняттями і виводить висновки на основі логічних міркувань. Згідно з [26], спостереження є вихідним пунктом у процесі пізнання. Тому для ефективного навчання необхідно використовувати наочні посібники, що дозволяють зробити навчання більш живим і зрозумілим для учнів. Наочні посібники в математиці використовуються з такими цілями, як формування нових понять у учнів, зв'язок матеріалу з реальним життям, а також спрощення доведення теорем і вирішення задач.

Особливості змісту та предметної діяльності в навчанні математики впливають на використання невербальних знаково-символічних засобів і визначають їх характер у навчальному процесі. Один зі шляхів використання таких засобів полягає у їх унаочненні, в традиційному розумінні цього терміну. Під час уроків математики найпоширенішими засобами є: 1) реальні об'єкти, що є частинами природи, побуту, техніки і т. д.; 2) спеціальні моделі і картини; 3) схематичні малюнки, графіки, діаграми та інші [23].

Найефективнішим наочним посібником часто є реальний предмет. Наприклад, показати учням справжній циркуль набагато корисніше, ніж просто показувати його зображення. Проте існують випадки, коли моделі і схеми є кращими засобами унаочнення, ніж реальні об'єкти. Наприклад, правила додавання раціональних чисел можна проілюструвати за допомогою моделі термометра з рухомою стрічкою, на якій можна швидко змінювати температуру. В такому випадку справжній термометр не є практичним [29].

У шкільній практиці використовуються два типи навчальних карток:

1. Картки-завдання, які містять завдання для конкретного уроку.
2. Картки контролю, які використовуються для оцінки знань, вмінь і навичок учнів.

Існують моделі та наочні посібники, які придатні для ілюстрування лише окремих фактів, правил або властивостей, тоді як інші є універсальними і можуть використовуватись у багатьох ситуаціях. Наприклад, скляна модель трикутної

піраміди переважно використовується для демонстрації піраміди та її складових елементів, тоді як спеціальні стереометричні конструктори дозволяють будувати різноманітні моделі.

Наочними посібниками можуть бути також різні інструменти та прилади. Існують фабричні і саморобні наочні посібники, причому фабричні зазвичай відрізняються більшою точністю та міцністю. Проте необхідно використовувати не лише фабричні посібники, по-перше, через їх обмежену доступність, а по-друге, саме виготовлення наочних посібників має свою користь: учень глибше осмислює поняття, властивості, закономірності, які ілюструє цей посібник, а також набуває навичок попередніх розрахунків і зв’язує засвоєний теоретичний матеріал з практичним застосуванням [30].

З між усіх доступних наочних посібників у математиці особливо поширеними є малюнки, особливо в геометрії. При доведенні теорем часто потрібно розглядати послідовність зображень фігур або їх елементів, що є характерними для конкретної теореми. Цей набір малюнків визначається ланцюгом висновків, необхідних для доведення даного твердження. Тому такий метод може бути використаний, коли вчитель усно пояснює довгі доведення теорем або розв'язання задач, використовуючи лише малюнки та схеми [1].

При виборі наочного матеріалу для навчання необхідно враховувати психологічну природу образів, які вони викликають. Різні типи наочності виконують різні функції, деякі допомагають зрозуміти концепції, інші стимулюють абстрактне мислення.

За ступенем абстракції наочні посібники можна поділити на образні і необразні. Образні посібники можуть бути натуральними (реальні предмети або процеси), моделями і макетами, образотворчими (фотокартки, малюнки, картини), графічними (креслення, ескізи, плани) та умовними (графіки, діаграми). Вони використовуються, коли показ реального предмету є неможливим або складним, а споглядання конкретного образу є необхідним.

Необразні посібники включають таблиці (наприклад, таблиці про многокутники та многогранники) та схеми (наприклад, схеми виведення формул

для обчислення об'єму піраміди).

Залежно від призначення, наочні посібники можуть бути демонстраційними або індивідуальними (класними та учнівськими).

В залежності від форми, наочні посібники можуть бути плоскими або об'ємними. Плоскі посібники мають зображення, які знаходяться на площині, і при цьому залишаються незмінними ракурс, форма та взаємне розміщення елементів.

Одним з видів плоских посібників є таблиці. Вони можуть бути довідковими, ілюстративними або робочими (таблиці-завдання). Довідкові таблиці призначені для тривалого використання. Використання таких таблиць під час уроку дозволяє заощадити час при вирішенні різних задач та вправ.

Крім того, існують комбіновані таблиці, в яких поєднана ілюстративна частина з завданнями.

Ілюстративні таблиці мають широке застосування під час пояснення нового навчального матеріалу, а також можуть використовуватись для фронтальної перевірки знань і проведення самостійних робіт на наступних уроках. Важлива роль надається також таблицям-завданням при організації фронтальної та самостійної роботи.

У сучасній психолого-педагогічній науці використовуються три поняття: «наочність», «засоби наочності» і «прийоми наочності». Під наочністю розуміється представлення матеріалу в такий спосіб, щоб його можна було легко сприйняти. Засоби наочності включають конкретні предмети і знаково-символьні засоби, які допомагають виділити суттєву інформацію для сприйняття. Прийоми наочності є способами підкреслення суттєвого в представленому матеріалі.

Таким чином, ілюстративні таблиці є ефективними засобами наочності, які допомагають у поясненні та усвідомленні навчального матеріалу, а також у проведенні різних видів учнівської роботи.

Технічні засоби навчання складаються з двох взаємопов'язаних частин: спеціальних навчальних посібників та апаратури, яка використовується для

передачі інформації з цих посібників. Використання таких засобів навчання має два аспекти:

1) Педагогічний аспект - це створення навчальних посібників (наприклад, навчальних відеофільмів, кодових посібників тощо) відповідно до педагогічних вимог навчального процесу, а також розробка методики їх використання у навчально-виховному процесі.

2) Технічний аспект - це створення необхідної апаратури для демонстрації зазначених навчальних посібників, яка відповідає педагогічним і технічним вимогам.

Досвід використання технічних засобів навчання в навчально-виховному процесі свідчить про те, що їх систематичне застосування разом з традиційними методами дозволяє більш ефективно вирішувати завдання навчання [21].

Проте, варто зазначити, що інформація, сприйнята через візуальні моделі, може мати високий абстрактний характер за своїм змістом.

У працях І. В. Малафіїк було відмічено, що існують два види наочності: конкретний, який полягає у спостереженні реальних об'єктів, і абстрактний, який виражає логічне знання і сприяє прискоренню мислення людини.

Наочність в процесі засвоєння знань виконує дві основні функції. По-перше, вона допомагає розширити чуттєвий досвід, а по-друге, дозволяє розкрити суть процесів і явищ, які вивчаються.

Знаково-символьна наочність забезпечує виконання другої функції. Вона ефективно використовується у математичних уроках завдяки високому рівню абстракції математичних понять.

Знаково-символьна наочність відображає структуру та функцію процесу перекодування інформації, моделює абстрактні залежності через свій зовнішній вигляд і конкретні особливості, використовуючи умовно-символьну форму. Існує чотири групи засобів знаково-символьної наочності:

- Функціональна наочність, яка включає графіки, формули, рівняння.
- Логіко-генетична наочність, що використовує графіки, граф-комплекси.
- Причинно-наслідкова наочність, представлена схемами та таблицями.

- Схематизована наочність, що використовує малюнки, діаграми, ескізи, карти та плани.

У традиційному підході до викладання математики широко використовуються малюнки, діаграми, схеми і таблиці. Ці засоби знаково-символьної наочності є ефективними, якщо вчитель організовує активну діяльність учнів.

Малюнки є невід’ємною частиною вивчення математики. При роботі з малюнками можна виконувати наступні завдання:

1. Розпізнавання об'єктів на готовому малюнку, таких як задачі або теореми. Учні можуть розпізнати поняття, зображені на малюнку, наприклад, малюнок до теореми, або на основі аналізу кількох малюнків зробити узагальнюючий висновок або висунути гіпотезу.

2. Самостійне створення малюнка, де учні зображають геометричну фігуру за її основними ознаками або створюють малюнок до теореми чи задачі.

Ці підходи дозволяють покращити розуміння математичних понять та розвивати творчість учнів, а при правильній організації занять стимулюють активну участь учнів у процесі вивчення математики.

Діаграма, за грецьким походженням, означає зображення, малюнок або креслення. Проте не кожен малюнок можна вважати діаграмою.

У контексті навчання математики, діаграма використовується для умовного зображення та візуалізації співвідношень між значеннями однієї або декількох змінних, зазвичай величин. Використання діаграм як засобу знаково-символьної наочності на уроках математики має на меті узагальнення та систематизацію знань, а також сприяє усвідомленню учнями взаємозв'язків між вивченими поняттями. Проте ефективне використання діаграм залежить від того, чи вміють учні «читати» діаграми, тобто розуміти суть відображених взаємозв'язків. У цьому аспекті важлива попередня робота вчителя з учнями.

Під час модернізації математичної освіти, теоретичні та методичні аспекти використання діаграм у школі стали актуальними. У цей період було звернуто увагу на побудову курсу математики на теоретико-множинній основі з активним

використанням поняття відношення між різними класами множин та їх елементами. Деякі вчені, такі як У. Боумен, В. Лисенко, Ж. Піаже, А. Столяр та інші, широко досліджували цю тему.

Підкреслюється, що детальніше вивчення діаграм допомагає учням не просто отримати додаткову інформацію, але й суттєво полегшує засвоєння матеріалу, який передбачений в програмі.

Діаграми є одним з найпоширеніших способів наочного представлення інформації, і вони застосовуються в різних сферах людської діяльності, таких як статистика, економіка, управління виробництвом та інші.

При використанні діаграм на уроках математики можна враховувати наступні особливості:

1. Починати роботу з діаграмами з найпростіших прикладів, коли учні мають добре засвоєні поняття. Це допомагає забезпечити належне розуміння теми.

2. Поступово ускладнювати завдання з діаграмами шляхом введення нових понять і підвищення рівня самостійності учнів у їх виконанні.

Для активізації діяльності учнів під час роботи з діаграмами можна використовувати такі завдання:

1. Доповнити зображення елементами, яких не вистачає, згідно заданих умов або правил.

2. Виключити зайві елементи з діаграми, враховуючи вимоги завдання.

3. Замінити окремі елементи зображення, дотримуючись правил або обмежень.

4. Скоригувати місце розташування окремих елементів у діаграмі, відповідаючи вимогам завдання.

Ці завдання сприяють активізації мислення та розвитку навичок роботи з діаграмами учнями під час математичного навчання.

Одним із традиційних методів використання знаково-символьної наочності у навчанні є використання таблиць. Вони відрізняються великою інформативністю та наочністю, що допомагає учням узагальнювати знання і

засвоювати поняття у системі. Ефективним способом використання таблиць є їх систематизація, яку можуть здійснити самі учні під керівництвом вчителя математики. Цей процес може відбуватися поетапно, протягом кількох уроків або після вивчення певної теми. Крім того, вчителю можна запропонувати систему питань, які сприяють усвідомленню учнями взаємозв'язків між поняттями. Такий підхід допомагає учням більш глибоко зрозуміти матеріал і розвиває їх аналітичні навички.

Введення нових інформаційних технологій навчання (ІТН) є важливою складовою комп'ютерної підтримки навчального процесу у школі. Цей підхід ґрунтується на навчально-пізнавальній діяльності і відкриває нові можливості для гуманізації навчання, розширення теоретичних знань та практичних навичок учнів. Використання ІТН сприяє розвитку здібностей та нахилів учнів, активізує їх навчально-пізнавальну діяльність та підтримує комунікацію між учителями та учнями, а також між самими учнями, з урахуванням їхніх індивідуальних позицій та вподобань.

Процес впровадження ІТН передбачає поступове та непротиставне вбудовування нових інформаційних технологій навчання в існуючі дидактичні системи без руйнівних перебудов і реформ. Це дозволяє гармонійно поєднувати традиційні підходи до навчання з комп'ютерно-орієнтованими методиками викладання.

Сучасні інформаційні технології навчання мають важливу роль у розвитку загальнонаукових умінь і навичок учнів. Серед цих навичок можна виділити організаційні, загально-пізнавальні та контрольно-оцінювальні вміння. Одним з важливих аспектів є здатність адекватно обирати програмний засіб для вирішення поставленої задачі. Крім того, використання новітніх інформаційних технологій сприяє розвитку учнівської потреби постійно поглиблювати та розширювати свої знання [22].

У минулому, спроби організувати навчання за допомогою комп’ютерних програм, що були здійснені на початку і середині 80-х років, не були успішними. Це було пов’язано з використанням несформованих програмних засобів, які не

показали переваги комп'ютерних технологій над традиційними методами навчання. Крім того, комп'ютери були недоступними для багатьох. Ні вчителі, ні учні не були готові розглядати комп'ютер як засіб навчання.

Але на сьогоднішній день ситуація змінилась. Сучасні персональні комп'ютери та програмне забезпечення дозволяють не тільки проводити прості тести, але й створювати навчальні ситуації з використанням анімації, звуку та фотографічної точності.

Давайте розглянемо питання про використання комп'ютера у навчальному процесі. Одним з найпоширеніших способів роботи вчителя є проведення уроку з комп’ютерною підтримкою (УКП), де комп’ютер виступає як технічний засіб навчання. УКП мають свої власні цілі, форми і особливу методику проведення, і головною метою для вчителя є правильна організація такого уроку.

Крім того, важливим теоретичним питанням є визначення категорій учнів, для яких використання комп'ютерних технологій може мати найбільший ефект, а для кого воно може не призвести до значних змін у навчальних результатів.

Використання комп'ютера в навчанні має ширший спектр застосувань, не обмежуючись лише уроками з комп'ютерною підтримкою. Сучасна українська освіта вимагає використання домашнього комп'ютера як навчального засобу для самостійної навчальної діяльності, дистанційного або змішаного навчання.

Основні переваги використання комп’ютерних навчальних програм включають:

- ✓ економія часу при виробленні технічних навичок учнів;
- ✓ збільшення кількості завдань, доступних для виконання;
- ✓ оптимальний темп роботи для кожного учня, що дозволяє індивідуалізувати навчання;
- ✓ учень перетворюється на активного суб’єкта навчання, який керує процесом;
- ✓ можливість комп’ютерного моделювання реальних процесів;
- ✓ підвищення мотивації до навчання через діалог з програмою у формі ігор.

Проте, також необхідно враховувати певні недоліки:

- ✓ відсутність емоційності у діалозі з програмою;
- ✓ розробники програм не завжди враховують особливості конкретної групи учнів;
- ✓ відсутність розвитку мовлення, графічної та писемної культури учнів;
- ✓ виникнення технічних помилок під час використання комп’ютерних програм;
- ✓ подання навчального матеріалу у вузькій, стиснутій та одноманітній формі;
- ✓ обмежений контроль знань за декількома формами, переважно тестами або програмованим опитуванням;
- ✓ необхідність наявності спеціальних знань у самого вчителя.

Комп’ютерне навчання має свої переваги та недоліки, тому важливо розумно використовувати комп'ютери під час уроків, керуючись критеріями корисності для кожної вікової групи та конкретних тем. Оцінювання програмних засобів також має бути засноване на встановлених критеріях [22].

Очевидно, що використання комп’ютерних технологій є корисним, якщо вони допомагають досягти певних навчальних результатів, які не можуть бути досягнуті без їх застосування. Наприклад, програма, яка дозволяє швидко навчитися будувати симетричні фігури на площині, є цінною. Вона допомагає уникнути надмірного навантаження на учня, пов'язаного з виконанням рутинних побудов та простих операцій. Крім того, за допомогою комп'ютера легше формувати та контролювати необхідні навички. Однак, після отримання вмінь за допомогою комп'ютера, їх слід закріплювати на практиці, оскільки справжні навички розвиваються тільки через реальні завдання.

Необхідно розглянути особливості уроку з використанням комп'ютера. Крім загальної мети уроку, такий урок має також технологічну мету. У процесі такого уроку використовується третій компонент – комп’ютер, який допомагає вчителю спілкуватися з учнями.

Успішне проведення комп'ютеризованого уроку включає три основні

аспекти: дидактичний, методичний і організаційний. Дидактичне забезпечення охоплює навчальні матеріали, програму та необхідну апаратуру. Методична задача полягає в обранні ефективних методів використання комп'ютерів під час викладання теми, аналізі результатів уроку і формулюванні наступних навчальних цілей. Організаційна задача, яка може бути простішою на традиційному уроці, стає ключовою. Вона передбачає розвиток навичок роботи з навчальною програмою учнями та організацію роботи, щоб уникнути надмірного навантаження і неефективного використання часу.

Під час використання навчальних програм важливо мати на увазі, що комп'ютерне тестування не може відстежити процес вирішення задачі, перевірити правильність математичних доведень чи виконання графічних завдань. Зазвичай для контролю навчальних досягнень учнів використовуються комп'ютерні тести. Однак для деяких учнів такий спосіб роботи з тестами може бути більш значущим, ніж традиційне опитування. Серед таких учнів можуть бути інтелектуально обдаровані діти, які часто мають труднощі у спілкуванні з вчителем через комунікативні обмеження, а також учні, які мають проблеми з успішністю. Для них комп’ютерні тести можуть стати засобом самоствердження.

Давайте розглянемо окремі фактори, які впливають на організацію уроку:

1. Методична мета уроку і його тип. Методична мета визначає характер уроку, будь то пояснення нового матеріалу, закріплення вивченого, узагальнення або контрольний урок. Вибір методики залежатиме від цієї мети.

2. Кількість учнів і комп’ютерів. Кількість комп’ютерів у навчальному кабінеті та кількість учнів у класі мають значний вплив на організацію уроку. Недостатня кількість комп’ютерів може обмежувати можливості взаємодії учнів з технологією.

3. Гігієнічні вимоги. Важливо дотримуватись гігієнічних вимог під час роботи учнів за комп’ютером, забезпечуючи комфортне і безпечне навчальне середовище.

4. Рівень підготовки класу. Рівень підготовки учнів до роботи з комп’ютером і володіння необхідними навичками впливає на темп і успішність

уроку. Наявність попередньої підготовки або необхідність додаткового навчання можуть впливати на розподіл часу та методику викладання.

5. Готовність учнів до нового виду навчання. Успішність уроку також залежить від готовності учнів до нового виду навчальної діяльності, зокрема володіння прийомами роботи з комп’ютерними програмами. Рівень їх вмінь і навичок може впливати на ефективність уроку.

Головна перевага використання комп'ютера на уроці полягає в тому, що учні можуть працювати у власному темпі. У традиційних уроках вчитель встановлює чіткі часові рамки для кожного етапу, визначає послідовність дій. Однак комп’ютерний урок працює інакше. Комп'ютерна програма вступає в діалог з кожним учнем, причому вчителем та програмою визначається рівень складності цього діалогу, а учень сам визначає темп та акценти. Таким чином, кожен учень отримує програму дій на уроці, зі своїми власними завданнями. Якщо клас різнорівневий, можна розробити окремі модулі для кожної підгрупи.

Орієнтація на дії може бути різною для учнів з різним рівнем підготовки. Для слабших учнів краще представити конкретний алгоритм або план дій. Іншим учням можна надати прості вказівки та інструкції. При проведенні уроків з комп’ютерною підтримкою важливо не забувати про використання робочого зошита. Новий теоретичний матеріал, правила та означення слід записувати в зошит.

Розглянемо приклад уроку з математики для класу з різним рівнем підготовки учнів. Це може бути комбінований урок або урок систематизації знань, умінь і навичок. Головною метою такого уроку є навчити учнів працювати з певною програмою. При цьому для кожної підгрупи можна визначити свою мету уроку. Використання комп’ютера дозволяє диференціювати завдання не лише за рівнем складності, а й за метою уроку.

Клас можна поділити на диференційовані групи. Кожній групі потрібно підготувати невелике програмне завдання, яке передбачає самостійну роботу з комп'ютером тривалістю 10-12 хвилин.

З точки зору вчителя урок можна представити у вигляді такої таблиці:

Етап	І підгрупа	ІІ підгрупа	ІІІ підгрупа	Час
1.	Організаційний момент, постановка мети			2 хв.
2.	Робота з комп’ютером	Інші форми роботи	Інші форми роботи	10 хв.
3.	Інші форми роботи	Робота з комп’ютером	Інші форми роботи	10 хв.
4.	Інші форми роботи	Інші форми роботи	Робота з комп’ютером	20 хв.
5.	Підсумки уроку, домашнє завдання			3 хв.

Отже, запропонований урок складається з п’яти етапів, причому організаційний момент і постановка мети залишаються однаковими для всіх учнів. Але решта етапів варіюються для кожного учня індивідуально. Учні другої і третьої підгруп знають послідовність своєї роботи за комп’ютером.

Коли учень з першої підгрупи закінчує роботу на комп’ютері, учень з другої підгрупи займає його місце, а потім учень з третьої підгрупи. Зазвичай сильні учні закінчують швидше і звільняють робоче місце раніше. Вчитель повинен слідкувати, щоб учні з другої групи не затримувались за комп’ютером довше від встановленого часу. Зате слабкі учні отримують більше часу для роботи з комп’ютерною програмою завдяки такій організації уроку.

Слід відзначити, що ефективне використання педагогічних програмних засобів (ППЗ) у процесі вивчення математики, зокрема стереометрії, має велике значення для засвоєння знань та розвитку вмінь учнів. Дослідження підтверджують, що результати поліпшуються, коли на уроках систематично використовуються такі типи ППЗ: демонстраційні, моделюючі та тренажерні.

Демонстраційні ППЗ призначені для створення динамічних ілюстрацій, які допомагають вчителю пояснювати зміст і склад операцій нового способу діяльності. Моделюючі ППЗ використовуються для імітації абстрактних

процесів, візуалізації абстрактних понять і властивостей геометричних фігур. Тренажерні ППЗ допомагають формувати вміння та навички, контролювати їх і вносити корективи у процес навчання.

Особливо великий вплив на навчання має програмний засіб GRAN-3D. Він дозволяє учням використовувати тривимірну модель для вивчення стереометрії, демонструє динамічні ілюстрації та імітує абстрактні процеси. Використання GRAN-3D сприяє покращенню розуміння матеріалу та формуванню вмінь учнів.

Використання програмного засобу GRAN-3D має значний вплив на процес навчання, особливо в геометрії. Деякі з основних переваг цього програмного засобу включають [24]:

- підтримка комп’ютерного навчання геометрії за допомогою GRAN-2D та GRAN-3D приносить помітні педагогічні результати;
- використання GRAN-3D стимулює активну пізнавальну діяльність учнів і розкриває їх творчий та дослідницький потенціал, враховуючи їх рівень розвитку, здібності та вікові особливості;
- використання подібних програм надає наочне уявлення про вивчені поняття, сприяє розвитку образного мислення та просторової уяви, дозволяє моделювати та глибше зрозуміти сутність досліджуваних явищ, полегшує розв'язання завдань;
- GRAN-3D створює необхідні умови для збільшення евристичної діяльності, індивідуалізації та диференціації навчання.

Цей програмний засіб допомагає зробити процес навчання більш цікавим, пізнавальним та результативним, сприяючи активному залученню учнів до математичних вправ та завдань.

1.3. Аналіз психологічної, дидактичної і методичної літератури за темою дослідження

Одним з основних завдань, які стоять перед школою, є зміцнення зв'язку між навчанням і реальним життям. У контексті вивчення математики це означає, що навчання повинно ґрунтуватися на власному життєвому досвіді дітей, а педагогічний процес повинен створювати найсприятливіші умови для уточнення, систематизації та розширення цього досвіду, а також розвитку інтересу учнів до навчання. Підвищення зацікавленості учнів є одним з важливих аспектів поліпшення освіти.

Раціональне використання різноманітних засобів наочності є важливою умовою для досягнення цих поставлених завдань на уроках математики. Вміле використання різноманітних наочних засобів під час навчання сприяє розвитку самостійності, активності та творчої пізнавальної діяльності учнів, що значно сприяє підготовці їх до самостійної практичної роботи [6].

Використання наочності є одним з основних принципів навчання, який має велике значення у педагогічному процесі. Шляхом безпосереднього сприйняття та розважальних думок, що базуються на наочних матеріалах, діти спочатку формують уявлення, а потім розуміння понять. Успіх подальшого засвоєння математики визначається якістю засвоєння цих початкових понять. Дитина здатна розуміти все, що доступно, конкретне і наочне; вона може запам'ятати певні абстрактні твердження, але без наочності вони залишаться порожніми фразами для неї.

Під час викладання математики вчитель орієнтується на безпосереднє сприйняття учнями окремих об'єктів або фактів, а також на їхню уяву. Наочність слугує засобом, який допомагає учням отримувати чуттєві дані, необхідні для формування уявлень і розуміння об'єктів або явищ навколишньої дійсності. За допомогою наочності збагачується та розширюється особистий пізнавальний досвід учнів, а також розвивається їхня спостережливість.

Однією з головних цілей навчання математики є розвиток абстрактного мислення. Під керівництвом вчителя учні навчаються виділяти загальне в

окремих об'єктах і явищах, розрізняти суттєве від другорядного, розуміти зв'язки між об'єктами і явищами. Для розвитку абстрактного мислення важливо створити відповідні умови, а одна з таких умов - це систематичне використання наочності. Різні наочні посібники допомагають учням опанувати розумові операції, такі як аналіз, синтез, порівняння, абстракція і узагальнення.

Під час навчання, навчальні посібники мають різні функції: введення до нового матеріалу, закріплення вивченого, перевірку засвоєння тощо. Коли наочний посібник використовується як джерело знань, його основна мета полягає в підкресленні суттєвого - того, що є основою для узагальнень, а також у відображенні несуттєвого, другорядного значення. Наприклад, використання моделей прямокутників різних розмірів дає дітям змогу бачити, що рівність протилежних сторін є загальною властивістю будь-яких прямокутників, незалежно від довжини їх сторін [6].

Під час введення нового матеріалу, вчителі часто використовують наочні посібники для більш конкретного пояснення. У таких випадках наочний посібник виступає як ілюстрація до словесних пояснень. Наприклад, вчитель може намалювати схематичний малюнок або креслення, щоб допомогти учням знайти розв'язок задачі. Також, під час пояснення різних методів обчислення, вчителі використовують предмети та записи, щоб ілюструвати процес. Важливо використовувати наочні посібники вчасно, залучаючи учнів до роботи з ними та до пояснення. Під час розкриття методів обчислення, вимірювання, розв'язання задач тощо, слід чітко показувати рухи (додавання, віднімання). Використання малюнків та математичних записів на дошці допомагає учням краще сприймати матеріал і одночасно демонструє зразок роботи в їх зошитах. Організація роботи з наочними посібниками під час ознайомлення з новим матеріалом і закріплення навичок дозволяє учням самостійно використовувати їх і пояснювати свої дії. Це покращує якість засвоєння матеріалу, оскільки задіяні різні чуттєві канали. Учні не лише опановують математичні знання, але й набувають вміння самостійно створювати наочні посібники. Вчителі повинні підтримувати учнів у використанні наочних засобів під час самостійної роботи.

Під час закріплення навчального матеріалу, різноманітні наочні посібники широко використовуються для вправ, таких як довідкові таблиці, таблиці для усної лічби, малюнки, схеми та креслення для складання задач. Іноді наочні посібники використовуються і для перевірки знань та вмінь учнів. Вони особливо корисні під час вивчення нового матеріалу, але менш потрібні під час закріплення і повторення. З учнями, які мають труднощі, використання таких наочних посібників рекомендується частіше.

Проте важливо вміло використовувати наочні посібники на уроці, оскільки неправильно підібраний матеріал може заважати роботі. Наголошуючи на важливості наочних посібників, слід зазначити, що вони є засобом навчання, який допомагає учням засвоювати математичні поняття та переходити від конкретного сприйняття до абстрактного мислення. Проте, якщо використовувати надмірне унаочнення, робота може нагадувати гру, де учень просто бавиться, не напружуючи свою мозкову активність. В такому випадку, наочні посібники втрачають свою ефективність і можуть перешкоджати розумовому розвитку учнів.

Важливо пам’ятати, що завдання вчителя математики полягає не тільки в передачі знань та навичок, але й у розвитку мислення учнів, зацікавленні їх у вивченні математики, активізації їх пізнавальної діяльності та навчанні працювати самостійно.

К. Д. Ушинський (1824-1871) відзначав, що увага є важливим фактором, через який знання входять до свідомості учнів. Але учень може бути нездатним бачити те, що дивиться, і не чути те, що слухає, особливо якщо вчитель не належним чином організовує увагу на уроці.

У сучасній психології існує два підходи до розуміння уваги серед інших психічних процесів:

- увага розглядається як складова частина будь-якої психічної діяльності, такої як пам’ять, мислення, сприйняття і т.д. (С.Л. Рубінштейн, М.Ф. Добринін).

- увага розглядається як самостійний процес, спеціальна форма

контролю (П.Я. Гальперін, О.М. Леонтьєв).

Увага передбачає спрямованість і зосередженість свідомості, що призводить до підвищення сенсорної, інтелектуальної та рухової активності особи.

Щоб забезпечити підтримку уваги за допомогою зацікавленості на уроці, необхідно враховувати такі принципи:

1. Представлення матеріалу в змістовному і цікавому форматі.
2. Використання різноманітних методів навчання.
3. Прояв захопленості та зацікавленості з боку вчителя.
4. Створення емоційно насиченого уроку.

Також варто враховувати закономірності уваги при використанні наочності. Наприклад, якщо вчитель приніс на урок наочні матеріали, про які буде розповідати через 20 хвилин, діти можуть почати розглядати їх самостійно, не чекавши команди та пояснень вчителя. Це відбувається через фактор новизни та зацікавленості. Проте, коли мова йде про ці наочності, увага класу до них може зменшитись. Тому демонстрування наочності слід супроводжувати коментарями та поясненнями вчителя в потрібний момент.

Пізнання об’єктивної дійсності розвивається від живого споглядання до абстрактного мислення та від нього до практичного застосування. Чуттєві процеси, такі як відчуття та сприйняття, відіграють важливу роль у цьому пізнанні навколишнього світу. «Живе споглядання» та сприйняття мають також велике значення у навчальній діяльності. Слухання мови вчителя та учнів, читання підручників, записи на дошці, використання різноманітних засобів унаочнення – все це, як необхідні компоненти навчання, здійснюється шляхом сприйняття.

Сприймання є психологічним процесом, в якому в мозку людини відбувається відображення предметів і явищ у цілому, враховуючи всі їх якості та властивості, при безпосередній дії подразників на аналізатори. У відмінність від відчуття, яке сприймає окремі ознаки, сприймання включає уявлення про предмет у цілому, з урахуванням взаємозв'язку його ознак і властивостей.

У процесі навчання використовуються різні види сприймання, такі як зорове, слухове, дотикове, рухове і т.д. Б. Г. Ананьєв наголошує на важливості зорового сприймання, оскільки зоровий рецептор забезпечує цілісне сприймання предметів, відрізняючись від інших рецепторів.

Мова відіграє значну роль у сприйманні. Учитель, ознайомлюючи дітей з різними явищами, повинен бути уважним до правильності і чіткості власної мови, оскільки це впливає на якість уявлень, що формуються у учнів. Мова також відіграє важливу роль у раціональній організації унаочнення в навчальному процесі.

Поєднання вербальних та наочних методів навчання може варіюватися. У деяких випадках вчитель, за допомогою словесних пояснень, спрямовує учнів на спостереження, яке має певну самостійність. В інших випадках вчитель описує явище, надає йому характеристику та демонструє наочні засоби. За словами Л. В. Занкова, перше поєднання слова та спостережень є більш продуктивним, оскільки сприяє самостійній роботі учнів.

Знання про закономірності людської пам’яті є необхідними для організації різних видів діяльності, але їх важливість найбільше проявляється у навчанні. Використання наочних засобів протягом уроку, згідно з вітчизняним психологом П.Л. М'ясоїдом, сприяє поліпшенню пам’яті учнів.

Пам’ять - це процес запам’ятовування, збереження і відтворення досвіду особи. Осмислене і міцне запам’ятовування поліпшується, коли логічна обробка матеріалу ґрунтується на образних зв’язках. Наприклад, використання просторових зорових схем і графічних моделей для складання плану матеріалу сприяє кращому запам’ятовуванню системи понять.

Схема може мати різну наочну форму, проте чим більший обсяг матеріалу вона охоплює і чим простіша її побудова, тим ефективнішим є спосіб запам’ятовування.

Отже, використання наочних засобів у навчальному процесі сприяє розвитку уваги, пам’яті, сприймання та інших психологічних аспектів.

Принцип наочності навчання передбачає, що ті, що вчаться повинні

засвоювати знання шляхом безпосереднього спостереження за предметами і явищами, через їх фізичне сприйняття. Я. А. Коменський вважав наочність золотим правилом навчання, і його підхід базувався на сенсуалістично-матеріалістичній гносеології. Він часто використовував фразу: «...нічого не може бути в свідомості, що наперед не було дане у відчутті...». Коменський висловлював свою думку про наочність і її значення такими способами:

1) Якщо ми хочемо дати учням справжні та міцні знання про речі загалом, ми повинні навчати через особисте спостереження і фізичне доведення.

2) Школи повинні надавати учням такий досвід, який вони самі можуть бачити, чути, відчувати, нюхати, смакувати все те, що вони мають бачити, чути і т.д. Це допоможе позбавити людську природу від непевностей та уявних уявлень.

3) Знання про речі повинні бути викладені через самі речі або їх зображення, сприяючи спостереженню, дотику, слуханню, нюханню і т.д., наскільки це можливо.

4) Той, хто самостійно спостерігав, краще розуміє і запам'ятовує все, ніж той, хто просто читав пояснення без власних очей.

Горацій мудро зауважив, що те, що ми сприймаємо слухом, повільніше проникає у нашу душу, ніж те, що ми бачимо своїми очима як спостерігачі. В. І. Водовозов підкреслював важливість наочності у навчанні кожного предмета, розуміючи наочність в широкому контексті, як вплив на всі наші почуття, а не тільки на зір. Л. В. Занков у своїх дослідженнях говорив про необхідність поєднання слова і наочності у процесі навчання, використання предметних і словесних засобів наочності, показу конкретних предметів, явищ, процесів, моделей або їх образних відтворень на всіх етапах навчання.

Очей самих по собі недостатньо, щоб зберегти предмети в пам'яті; для цього, якщо це можливо, потрібно використовувати також дотик. Наприклад, коли дитина ліпить букви з глини, важливо дати їм висохнути і потім повторити те, що вона зробила, за допомогою моделі або самостійно, декілька разів. Тоді можна бути впевненим, що спогад про ці предмети збережеться в пам'яті

назавжди.

Саме таким способом можна спростити вивчення геометричних фігур, географії, космографії, описової геометрії, фізики і механіки.

Максим Остроградський пропонує використовувати систематизуючі таблиці для організації знань учнів. Замість дорогих великих таблиць з формулами та описами, він пропонує кожній школі виготовляти власні таблиці під керівництвом викладачів та учнів. Ці таблиці можуть бути копіями готових рисунків, які збільшуються в три-чотири рази.

Використання наочних посібників у процесі розв'язання задач, загалом, і математичних задач, зокрема, є предметом досліджень З.І. Слєпкань, яка є науковцем і співавтором шкільних підручників. У посібнику [23] вона наголошує, що використання наочності для формування понять є необхідною умовою для ефективного навчання.

Ефективне використання комплексу графічних образів в якості основного завдання сприяє збільшенню пропускної здатності мозку та полегшує складні логічні роздуми. Одним з пояснень цьому може бути те, що зорові канали обробки інформації в мозку є значно потужнішими, ніж слухові.

Наочність сприяє утворенню ясних і точних образів сприйняття та представлення і спрощує перехід від сприйняття конкретних предметів до абстрактних понять про них. Це досягається шляхом виділення та словесного закріплення загальних суттєвих ознак предметів.

Для успішного використання наочності важливо детально планувати її застосування, враховуючи найбільш оптимальний вид наочності та його функцію. Наприклад, розглядаючи введення нового поняття, розв'язування задач або проведення практичної роботи. Також важливо навчити учнів активно сприймати засоби наочності, надаючи вказівки щодо виділення, порівняння та уявного перетворення матеріалу. Це сприяє свідомому сприйняттю, активізує мислення і підвищує пізнавальний інтерес учнів.

Г. П. Бевз підкреслює важливість раціонального використання наочних посібників та технічних засобів навчання для підвищення ефективності уроків з

математики. Аналізуючи це твердження, можна зробити висновок, що успішність досягають вчителі, які використовують наочні посібники та технічні засоби навчання в комплексі, тільки коли вони допомагають учням краще розуміти навчальний матеріал, економлять час і полегшують процес навчання.

Після вивчення психологічної літератури, зокрема праць Дуткевича, Дьяченка, Дьяконова, М’ясоїд та інших, можна зробити висновок, що використання наочності є важливим елементом для стимулювання пізнавальної та навчальної діяльності учнів. Наочні засоби сприяють кращому запам'ятовуванню інформації та швидшому її відтворенню, а також допомагають учням зосередити увагу та ефективно перевіряти свої знання. Використання наочності у процесі навчання, зокрема в математиці, допомагає розвивати навичку виділяти головне в навчальному матеріалі та уважно фокусуватися на конкретній інформації.

Використання наочності на уроках математики допомагає закріпити певні математичні факти в пам'яті учнів. Чим краще учні сприймають матеріал візуально, тим довше вони його запам'ятовують. Крім того, використання наочності сприяє покращенню мисленнєвої діяльності учнів, оскільки вони оперують конкретними образами і унаочненими матеріалами, які легше розуміють. Уява також може бути корисною, коли немає можливості використати наочність на уроці. Використання уяви, особливо при розв'язуванні задач з практичним змістом, допомагає учням уявити ситуацію і краще зрозуміти матеріал. Цей підхід до навчання, оснований на принципі наочності, рекомендується в дидактичній літературі (Бевз, Водовозов, Коменський, Остроградський, Скворцов, Слєпкань та інші).

При впровадженні принципу наочності в навчальний процес, вчителеві потрібно мати на увазі такі моменти:

- Наочність є засобом розвитку сприймання, мислення, активності і самостійності учнів, а не самоціллю.

- Поєднання словесного пояснення з використанням наочності допомагає учням краще осмислити спостережувані явища і зрозуміти зв'язки між ними.

- Не завжди необхідно демонструвати те, що вже відомо учням. Достатньо створити відповідні уявлення, які допоможуть їм краще усвідомити матеріал.

- Занадто багато наочності може створити труднощі у сприйнятті, а передчасне показування наочності може знизити увагу учнів.

Проте, проведений аналіз психологічної та дидактичної літератури показує, що питання використання наочного матеріалу при вивченні взаємного розміщення прямих і площин у шкільному курсі стереометрії досліджено на недостатньому рівні.

Незважаючи на наявність методичної літератури на цю тему, на сьогоднішній день не існує повного і всеохоплюючого посібника, який би вичерпно розглядав методику використання різних типів наочностей на уроках геометрії в старшій школі. Також відсутній навчальний набір наочностей, який би допомагав ефективному засвоєнню учнями матеріалу з теми «Взаємне розміщення прямих і площин» у курсі стереометрії.

Слід зазначити, що спостерігається тенденція до зменшення кількості годин, відведених на навчання математики в загальноосвітніх школах, особливо там, де вона не є профільним предметом. Програмний зміст і вимоги до знань, вмінь і навичок учнів з математики залишаються практично незмінними.

В ході проведеного аналізу було виявлено, що нинішні підручники (зазначені джерела) не використовують методику, яка б забезпечувала проведення уроків з використанням ілюстративного та наочного матеріалу. Це створює необхідність розробки такої методики.

РОЗДІЛ ІІ. МЕТОДИКА ВИКОРИСТАННЯ НАОЧНОСТІ ПРИ ВИВЧЕННІ ВЗАЄМНОГО РОЗМІЩЕННЯ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН В КУРСІ СТЕРЕОМЕТРІЇ В ЗАГАЛЬНООСВІТНІХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДАХ

Геометрія, будучи предметом навчання у старшій та основній школі, відіграє важливу роль у розвитку правильного сприйняття навколишнього світу учнями. Особливо стереометрія, яка надає більші можливості для цього. Практична компетентність в математичній освіті є важливим показником якості і вказує на готовність учнів до повсякденного життя, ключових аспектів суспільної діяльності і засвоєння професійної освіти.

Одна з головних цілей викладання математики, зокрема геометрії, полягає у розвитку навичок застосування математичних знань, включаючи метод математичного моделювання. Це охоплює введення понять, встановлення зв'язків між ними, використання наочних прикладів, систему вправ і механізми контролю. Таким чином, геометрію, разом з іншими математичними предметами, слід викладати з метою навчити учнів її застосовувати. Це включає розвиток логічного мислення, формування просторової уяви та здатності застосовувати геометрію для вирішення практичних завдань.

Теми «Паралельність прямих і площин у просторі» та «Перпендикулярність прямих і площин у просторі» становлять основу для вивчення стереометрії, геометрії простору, і допомагають сформувати чітке уявлення про взаємовідношення геометричних об'єктів, таких як прямі і площини, а також їх взаємодію з об'єктами навколишнього світу.

Важливо навчити учнів зображенню просторових фігур на площині та застосуванню цих зображень для вирішення завдань. Особливу увагу слід приділити формуванню таких основних понять, як загальне уявлення про відстань, поняття кута як міри розташування прямих і площин, а також двогранний кут як геометричної фігури.

Порівняємо зміст навчального матеріалу та очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів для різних навчальних програм. [17-19]

1) рівень стандарту:

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	**Зміст навчального матеріалу**
Тема 1. ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРІ 17 годин	
Учень/учениця: **називає** основні поняття стереометрії; **розрізняє** означувані та не означувані поняття, аксіоми та теореми; **формулює** аксіоми стереометрії та наслідки з них; **застосовує** аксіоми стереометрії та наслідки з них до розв'язання нескладних задач; **класифікує** за певними ознаками взаємне розміщення прямих, прямих і площин, площин у просторі за кількістю їх спільних точок; **встановлює** паралельність прямих, прямої та площини, двох площин; **з'ясовує**, чи є дві прямі мимобіжними; **зображає** фігури у просторі; **застосовує** відношення паралельності між прямими і площинами у просторі до опису відношень між об'єктами навколишнього світу.	Основні поняття, аксіоми стереометрії та найпростіші наслідки з них. Взаємне розміщення прямих у просторі. Паралельне проектування і його властивості. Зображення фігур у стереометрії. Паралельність прямої та площини. Паралельність площин.
Тема 2. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРІ 17 годин	
Учень/учениця: **встановлює та обґрунтовує** перпендикулярність прямих, прямої та площини, двох площин; **формулює** означення кута між прямими, прямою та площиною, площинами; теорему про три перпендикуляри; **застосовує** відношення між прямими і площинами у просторі, відстані і кути у просторі до опису об'єктів навколишнього світу; **розв'язує** задачі на знаходження відстаней та кутів в просторі, зокрема практичного міста.	Перпендикулярність прямих. Перпендикулярність прямої і площини. Теорема про три перпендикуляри. Перпендикулярність площин. Двогранний кут. Вимірювання відстаней у просторі: від точки до площини, від прямої до площини, між площинами. Вимірювання кутів у просторі: між прямими, між прямою і площиною, між площинами.

2) профільний рівень:

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
Тема 2. ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРІ 24 години	
Учень/учениця **демонструє на прикладах** моделей стереометричних фігур (об'єктах навколишнього середовища): розміщення паралельних прямих (відрізків); мимобіжних прямих; паралельність прямої (відрізка) до площини; паралельність двох площин; **формулює** означення, ознаки, теореми з тем, зазначених у змісті навчального матеріалу; **розрізняє** ситуації можливості точок і прямих належати одній площині; на зображених рисунках, моделях: площини граней многокутників; паралельні та мимобіжні прямі; проекціювання відрізків у певному відношенні; **пояснює та записує** ознаки: мимобіжних прямих; паралельності прямої та площини; паралельності площин; **класифікує** взаємне розміщення: двох прямих; прямої та площини; двох площин; зображення просторових фігур на площині за видом і формою; **зображає** плоскі та просторові фігури на площині; паралельне проекціювання многокутника на площину; переріз січної площини і многогранника; **обґрунтовує** методи слідів і проекцій під час побудови перерізів січної площини і многогранника; **ілюструє** текстовий зміст геометричних тверджень та задач за допомогою рисунка; **характеризує** властивості паралельних площин та паралельного проеціювання; **розв'язує вправи, що передбачають:** встановлення взаємного розміщення двох прямих; прямої та площини; двох площин; застосування ознак паралельності прямих, прямої і площини, площин в доведеннях практичних задач; застосування методу слідів та властивостей проекціювання; виконання побудови перерізів многогранників; моделювання життєвих ситуацій паралельності та проекціювання в задачах практичного та прикладного змісту.	Взаємне розміщення двох прямих у просторі: прямі, що перетинаються; паралельні прямі; мимобіжні прямі. Ознака мимобіжних прямих.. Взаємне розміщення прямої та площини у просторі: пряма і площина, що перетинаються; паралельні пряма і площина. Ознака паралельності прямої та площини. Взаємне розміщення двох площин у просторі: площини, що перетинаються, паралельні площини. Ознака паралельності площин. Властивості паралельних площин. Паралельне проекціювання, його властивості. Зображення плоских і просторових фігур у стереометрії. Задачі на побудову перерізів многогранників методом слідів.
Тема 3. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРІ 26 годин	
Учень/учениця **демонструє на прикладах** моделей стереометричних фігур (об'єктах навколишнього середовища) перпендикулярність прямих у просторі, прямої та площини, двох площин; **формулює** означення, ознаки, властивості понять, зазначених у змісті навчального матеріалу; **розрізняє** перпендикуляр і похилу, перпендикуляр і	Перпендикулярність прямих у просторі. Перпендикулярність прямої та площини. Ознака перпендикулярності прямої та площини. Перпендикуляр і похила. Теорема про три

проекцію похилої; кут між двома прямими простору, кут між прямою і площиною, кут між площинами; **пояснює та записує** зв'язок між паралельністю та перпендикулярністю прямих і площин; відстань у просторі: від точки до прямої, відрізка, променя; від точки до площини, півплощини; від прямої до паралельної їй площини; відстань між паралельними площинами; відстань між мимобіжними прямими. **пояснює** що таке двогранний кут, лінійний кут двогранного кута. **класифікує** взаємне розміщення: двох прямих простору; прямої та площини; двох площин; **зображає** рисунком перетин двох прямих простору. прямої і площини під прямим кутом; перетин двох (трьох) площин під прямим кутом; кути у просторі: між двома прямими простору, прямою і площиною, двома площинами; ортогональне проеціювання многокутника на площину; **знаходить на рисунку та зображає** відрізок, яким позначається (визначається) відстань у просторі: від точки до прямої, відрізка, променя; від точки до площини, півплощини; від прямої до паралельної їй площини; між паралельними площинами; між мимобіжними прямими; **аналізує та досліджує** перпендикулярність деякої прямої до похилої чи її проекції за теоремою про три перпендикуляри; **обґрунтовує** перпендикулярність прямих, прямої і площини, площин; **ілюструє** текстовий зміст геометричних тверджень та задач за допомогою рисунка; **характеризує** властивості перпендикулярних прямих простору на прикладах; прямокутні трикутники, кути яких утворені трьома попарно перпендикулярними прямими (площинами); форму ортогональної проекції многокутника; кут між многокутником та його проекцією; **розв'язує вправи, що передбачають:** встановлення взаємного розміщення двох прямих простору; прямої та площини; двох площин; застосування ознак перпендикулярності прямої і площини; двох площин; властивостей перпендикулярності прямих прямих простору; перпендикуляра і похилих; виконання побудови ортогональної проекції многокутника; знаходження лінійних вимірів досліджуваних фігур; площ многокутника та його ортогональної проекції, кута між многокутником та його ортогональною проекцією; моделювання життєвих ситуацій застосування перпендикулярності прямих і площин; ортогонального проекціювання в задачах навчально-практичного та прикладного змісту.	перпендикуляри. Перпендикулярність площин. Ознака перпендикулярності площин. Зв'язок між паралельністю та перпендикулярністю прямих і площин. Кути у просторі: між прямими, між прямою і площиною, між площинами. Двогранні кути. Лінійний кут двогранного кута. Відстані у просторі: від точки до прямої, відрізка, променя, від точки до площини, півплощини; від прямої до паралельної їй площини, між паралельними площинами, між мимобіжними прямими. Ортогональне проекціювання. Зображення кола. Площа ортогональної проекції многокутника. Практичне застосування властивостей паралельності та перпендикулярності прямих і площин.

3) поглиблений рівень:

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
Тема 2. ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРІ 24 години	
Учень/учениця **демонструє на прикладах** моделей стереометричних фігур (об'єктах навколишнього середовища): паралельні прямі; мимобіжні прямі; паралельність прямої (відрізка) до площини; паралельність двох площин; **формулює** означення, ознаки, теореми з тем, зазначених у змісті навчального матеріалу; **пояснює та записує** ознаки: мимобіжних прямих; паралельності прямої та площини; паралельності площин; **класифікує** взаємне розміщення: двох прямих; прямої та площини; двох площин; зображення просторових фігур на площині за видом і формою; **зображає** плоскі та просторові фігури на площині; **аналізує та досліджує** існування: прямої; паралельної даній прямій; прямої, паралельної даній площині; площини, паралельної даній площині; **ілюструє** текстовий зміст геометричних тверджень та задач за допомогою рисунка; **характеризує** властивості паралельних площин та паралельного проектування; **розв'язує вправи, що передбачають:** встановлення взаємного розміщення двох прямих; прямої та площини; двох площин; застосування ознак паралельності прямих, прямої і площини, площин; застосування методу слідів та властивостей проектування; виконання побудови перерізів многогранників.	Взаємне розміщення двох прямих у просторі: прямі, що перетинаються; паралельні прямі; мимобіжні прямі. Ознака мимобіжних прямих. Взаємне розміщення прямої та площини у просторі: пряма і площина, що перетинаються; паралельні пряма і площина. Ознака паралельності прямої та площини. Взаємне розміщення двох площин у просторі: площини, що перетинаються, паралельні площини. Ознака паралельності площин. Властивості паралельних площин. Паралельне проектування, його властивості. Зображення плоских і просторових фігур у стереометрії. Задачі на побудову перерізів многогранників методом слідів. Представлення про центральне проектування.
Тема 3. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРІ 26 годин	
Учень/учениця **демонструє на прикладах** моделей стереометричних фігур (об'єктах навколишнього середовища) перпендикулярність прямих у просторі, прямої та площини, двох площин; **формулює** означення, ознаки, властивості понять, зазначених у змісті навчального матеріалу; **розрізняє** перпендикуляр і похилу, перпендикуляр і проекцію похилої; кут між двома прямими простору, кут між прямою і площиною, кут між площинами; **класифікує** взаємне розміщення: двох прямих простору; прямої та площини; двох площин; **аналізує та досліджує** перпендикулярність деякої прямої до похилої чи її проекції за теоремою про три перпендикуляри;	Перпендикулярність прямих у просторі. Перпендикулярність прямої та площини. Ознака перпендикулярності прямої та площини. Перпендикуляр і похила. Теорема про три перпендикуляри. Перпендикулярність площин. Ознака перпендикулярності площин. Зв'язок між паралельністю та перпендикулярністю прямих і площин.

обґрунтовує перпендикулярність прямих, прямої і площини, площин; **ілюструє** текстовий зміст геометричних тверджень та задач за допомогою рисунка; **розв'язує вправи, що передбачають:** встановлення взаємного розміщення двох прямих простору; прямої та площини; двох площин; застосування ознак перпендикулярності прямої і площини; двох площин; властивостей перпендикулярності прямих прямих простору; перпендикуляра і похилих; виконання побудови ортогональної проекції многокутника; знаходження лінійних вимірів досліджуваних фігур; площ многокутника та його ортогональної проекції, кута між многокутником та його ортогональною проекцією; моделювання життєвих ситуацій застосування перпендикулярності прямих і площин.	Кути у просторі: між прямими, між прямою і площиною, між площинами. Відстані у просторі: від точки до прямої, відрізка, променя, від точки до площини, півплощини; від прямої до паралельної їй площини, між паралельними площинами, між мимобіжними прямими. Ортогональне проектування. Площа ортогональної проекції многокутника. .Практичне застосування властивостей паралельності та перпендикулярності прямих і площин. Поняття відстані від точки до фігури. Прийоми знаходження відстаней між мимобіжними прямими. Двогранний кут та його властивості Многогранний кут та його властивості. Теорема про три косинуси. Теорема про три синуси.

Як бачимо, значно відрізняється кількість годин, відведених на вивчення цих тем, а це має вплив на обсяг поданого матеріалу і, відповідно, на рівень знань учнів.

Сучасні комп'ютерні технології дозволяють більш ефективно вивчати окремі теми шкільного курсу математики.

Наведемо кілька розробок конспектів уроків з використанням наочності.

Тема уроку. ***Взаємне розміщення двох прямих у просторі. Паралельні прямі у просторі.***

Обладнання: каркасна модель куба, схема «Взаємне розміщення двох прямих у просторі»

Хід уроку

І. Організаційна частина

ІІ. Пояснення нового матеріалу

Вчитель. Із курсу планіметрії відомо, що дві прямі, які лежать у площині можуть перетинатися або не мати спільних точок. Сформулюйте означення паралельних прямих на площині.

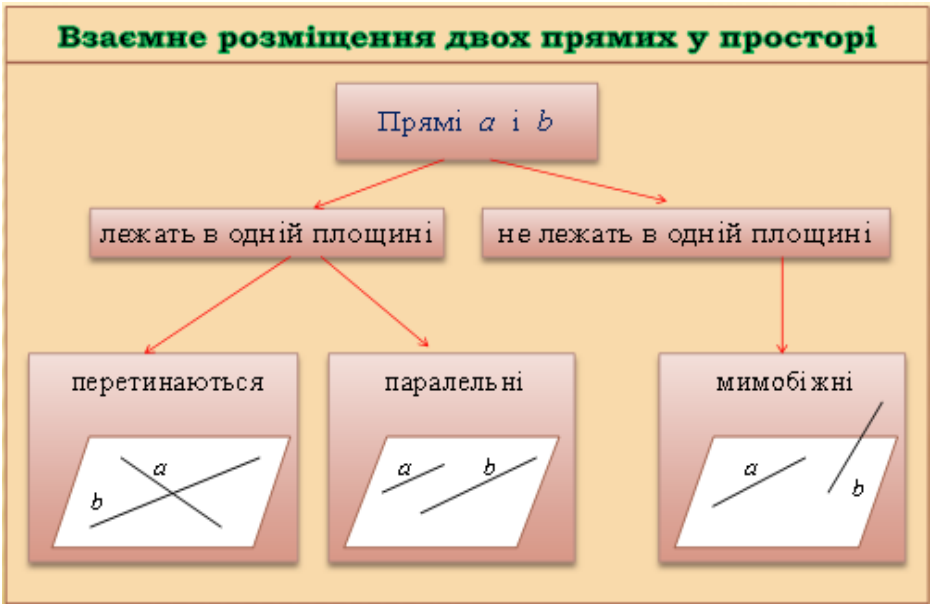
Учні. Якщо дві прямі лежать в одній площині і не мають спільних точок, то вони називаються паралельними.

Вчитель. У просторі дві різні прямі або перетинаються, або не перетинаються. З першого випадку можна зрозуміти, що прямі лежать в одній площині. Але другий випадок дає дві можливості розміщення: прямі лежать в одній площині або ж вони належать різним площинам.

Означення. Прямі, які лежать в одній площині і не перетинаються, називаються паралельними. А дві прямі, які не лежать в одній площині, називаються мимобіжними.

(Випадки взаємного розташування двох прямих у просторі доцільно демонструвати за допомогою каркасної моделі куба, ребра якого вважаючи прямими у просторі.)

Вчитель. Отже, дві прямі a і b у просторі можуть: перетинатися, бути паралельними, бути мимобіжними (схема «Взаємне розміщення двох прямих у просторі»).

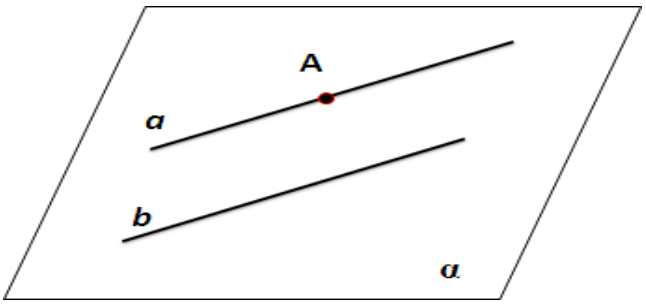


Вчитель. Пригадаємо аксіому IX з курсу планіметрії, яка вважається основною властивістю паралельних прямих.

Учні. Через точку, що не лежить на даній прямій, можна провести на площині пряму, паралельну даній, і до того ж тільки одну.

Вчитель. За цією аксіомою паралельності, випливає, що в просторі через дану точку можна провести лише одну пряму, яка буде паралельна даній прямій. Розглянемо кількість таких прямих, які можна провести в просторі.

Нехай дано пряму а і точку А, що не лежить на ній (мал. 1).



Мал. 1

Через них можна провести площину α (за теоремою 1.1). У цій площині можна провести пряму b, яка буде паралельною до даної прямої а.

Отже, у просторі через дану точку А можна провести пряму, паралельну прямій а.

Таким чином, справедлива теорема (формулюють учні):

Теорема 2.1. Через точку, яка не лежить на даній прямій, можна провести

пряму паралельну даній, і тільки одну.

Доведення.

Самостійна робота з підручником (ст. 11).

Запитання до класу

1. Як треба розуміти, що дві прямі у просторі не паралельні?

2. Що можна сказати про прямі у просторі, якщо відомо, що вони не мимобіжні?

3. Як формулюється теорема 2.1?

III. Закріплення набутих знань

№ 3. Доведіть, що всі прямі, які перетинають дві дані паралельні прямі, лежать в одній площині.

Доведення. Учні розбирають за підручником. (ст. 10)

№ 5(4). Через кінці відрізка АВ і його середину М проведено паралельні прямі, що перетинають деяку площину в точках A_1, B_1 і M_1. Знайдіть довжину відрізка MM_1 , якщо відрізок АВ не перетинає цю площину і відомо, що $AA_1 = a$, $BB_1 = b$.

№ 7 (1). Через кінець А відрізка АВ проведено площину. Через кінець В і точку С цього відрізка проведено паралельні прямі, які перетинають площину в точках B_1 і C_1. Знайдіть довжину відрізка BB_1 , якщо CC_1=15 см, АС:ВС = 2:3.

IV. Домашнє завдання

§2, п. 7; контрольні запитання №3; задачі № 5 (2), 7 (4) (ст. 18-19)

V. Підведення підсумків уроку

1. Як можуть розташовуватись дві прямі у просторі?

2. Які прямі називаються паралельними?

Тема уроку. ***Ознака паралельності прямих.***

Обладнання: моделі прямокутного паралелепіпеда і куба, кодопозитив.

Хід уроку

І. Перевірка домашнього завдання. Актуалізація опорних знань учнів

Два учні біля дошки виконують рисунки до задач №5(2) і №7(4) та відтворюють основні моменти розв'язання.

Запитання до класу

1. Скільки прямих, паралельних даній прямій, можна провести у просторі через точку:

а) яка не лежить на даній прямій? б) яка належить даній прямій?

2. Сформулюйте ознаки паралельності прямих на площині.

ІІ. Пояснення нового матеріалу

У планіметрії ми вивчали три ознаки паралельності прямих на площині:

1. Якщо внутрішні різносторонні кути рівні, то прямі паралельні.
2. Якщо сума внутрішніх односторонніх кутів дорівнює 180 градусам, то прямі паралельні.
3. Дві прямі, які паралельні третій прямій, паралельні одна одній.

Перші дві ознаки не мають аналогів для прямих у просторі. Однак, третя ознака залишається справедливою і в стереометрії. Давайте переформулюємо цю ознаку:

«Якщо дві прямі у просторі паралельні третій прямій, то вони також паралельні одна одній».

Теорема 2.2. Дві прямі, паралельні третій, паралельні між собою.

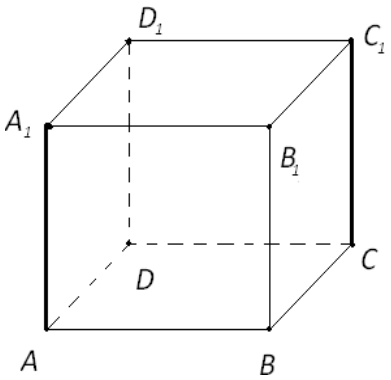
Доведення.

Доводить спочатку вчитель сам, а потім повторює разом з учнями, відповідно до тексту підручника.

ІІІ. Закріплення теоретичного матеріалу

1. Дано зображення куба. Доведіть, що $AA_1 \parallel CC_1$.

Доведення.



Мал. 2

Зобразимо даний куб і позначимо його вершини (мал. 2).

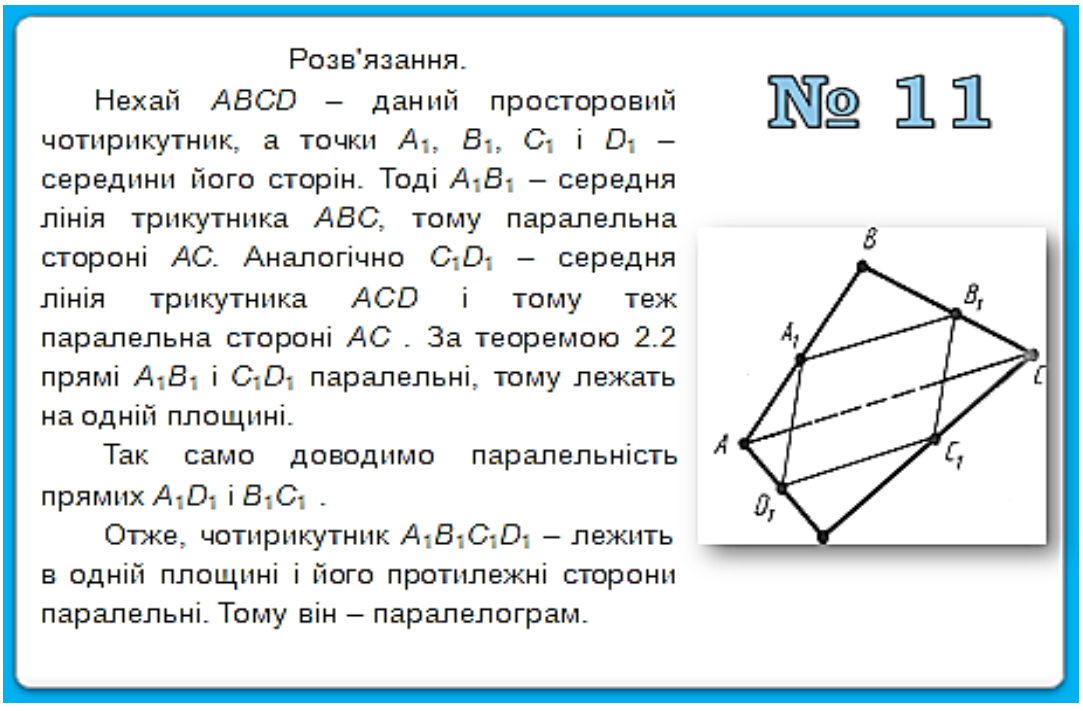
Розглянемо квадрат AA_1BB_1: його сторони AA_1 і BB_1 паралельні. Аналогічно, у квадрата BB_1CC_1 паралельними будуть сторони BB_1 і CC_1.

З того, що $AA_1 \parallel BB_1$ та $BB_1 \parallel CC_1$ випливає, що $AA_1 \parallel CC_1$ (за теоремою 2.2).

2. Прямі a і b паралельні, але прямі b та c не паралельні. Доведіть, що прямі a і c не паралельні.

3. №11 (ст. 19). Доведіть, що середини сторін просторового чотирикутника є вершинами паралелограма (вершини просторового чотирикутника не лежать в одній площині).

Доведення.


Розв'язання.

№ 11

Нехай $ABCD$ – даний просторовий чотирикутник, а точки A_1, B_1, C_1 і D_1 – середини його сторін. Тоді A_1B_1 – середня лінія трикутника ABC, тому паралельна стороні AC. Аналогічно C_1D_1 – середня лінія трикутника ACD і тому теж паралельна стороні AC. За теоремою 2.2 прямі A_1B_1 і C_1D_1 паралельні, тому лежать на одній площині.

Так само доводимо паралельність прямих A_1D_1 і B_1C_1.

Отже, чотирикутник $A_1B_1C_1D_1$ – лежить в одній площині і його протилежні сторони паралельні. Тому він – паралелограм.

Мал. 3

Дана задача розв’язана в підручнику, проте саме розв’язання і зображення просторового чотирикутника знаходяться на різних сторонах аркуша книги, що приводить до певних незручностей. Тому доцільно запропонувати учням розібратись в ході розв’язання за допомогою наступного кодопозитива (мал. 3).

IV. Домашнє завдання

§2, п. 8; контрольне запитання №4; задача № 9 (ст. 19)

V. Підведення підсумків уроку

1. Сформулюйте ознаки паралельності прямих на площині.
2. Сформулюйте ознаку паралельності у просторі.

Тема уроку. ***Розміщення прямої і площини у просторі. Ознака паралельності прямої і площини.***

Обладнання: моделі куба і тетраедра, схема «Взаємне розміщення прямої і площини», презентації.

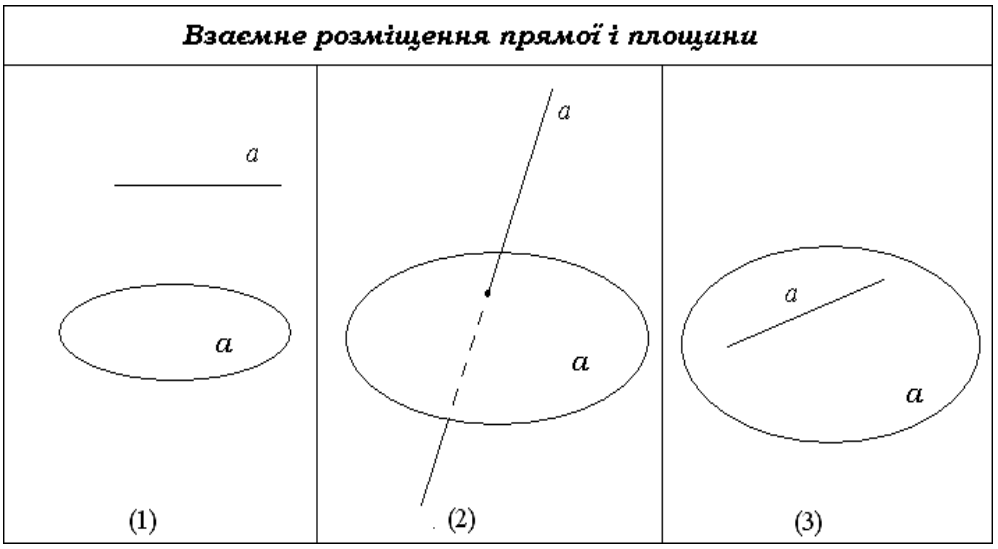
Хід уроку

І. Актуалізація опорних знань учнів

1. Згадайте і сформулюйте теорему про належність площині прямої, дві точки якої належать площині.

2. Як можуть розміщуватись пряма і площина в просторі?

При обговоренні цього питання доцільно скористатись схемою (мал. 1).



Мал. 1

ІІ. Пояснення нового матеріалу

За частиною (1) схеми можемо сказати, якщо пряма і площина не мають спільних точок, то вони паралельні.

Означення. Пряма і площина називаються паралельними, якщо вони не перетинаються.

Паралельність прямої a і площини α позначається так: a || α. Наочним представленням прямої, яка паралельна площині, є лінії перетину стіни і стелі – ці лінії паралельні площині підлоги. Відрізок називається паралельним площині, якщо він є частиною прямої, паралельної площині.

Доведемо ознаку паралельності прямої і площини.

Теорема 2.3. Якщо пряма, яка не належить площині, паралельна якій-небудь прямій у цій площині, то вона паралельна і самій площині.

(Доведення записується на дошці і в зошиті)

Дано: a || b, $b \in \alpha$.

Довести: a || α.

Доведення.

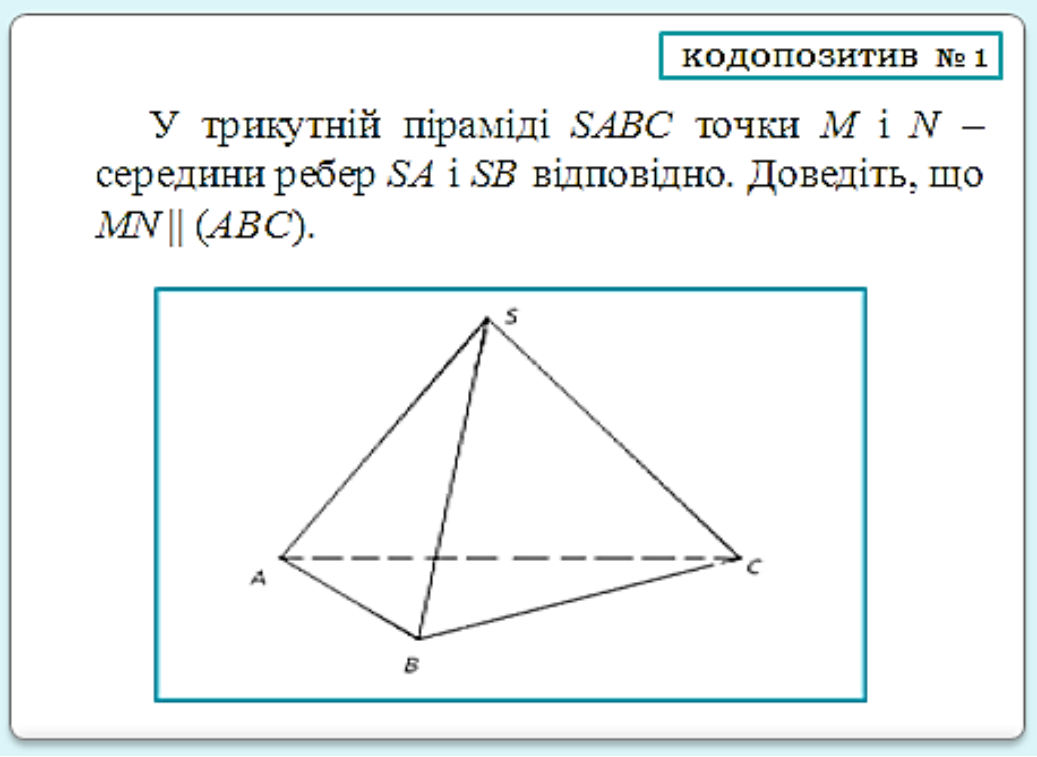
Припустимо, що пряма a перетинає площину α, тобто пряма і площина мають спільну точку A.

Якщо A ∈ b, то a і b мають спільну точку A, що суперечить умові. Якщо ж A ∉ b, то прямі a і b мимобіжні, що знову суперечить умові.

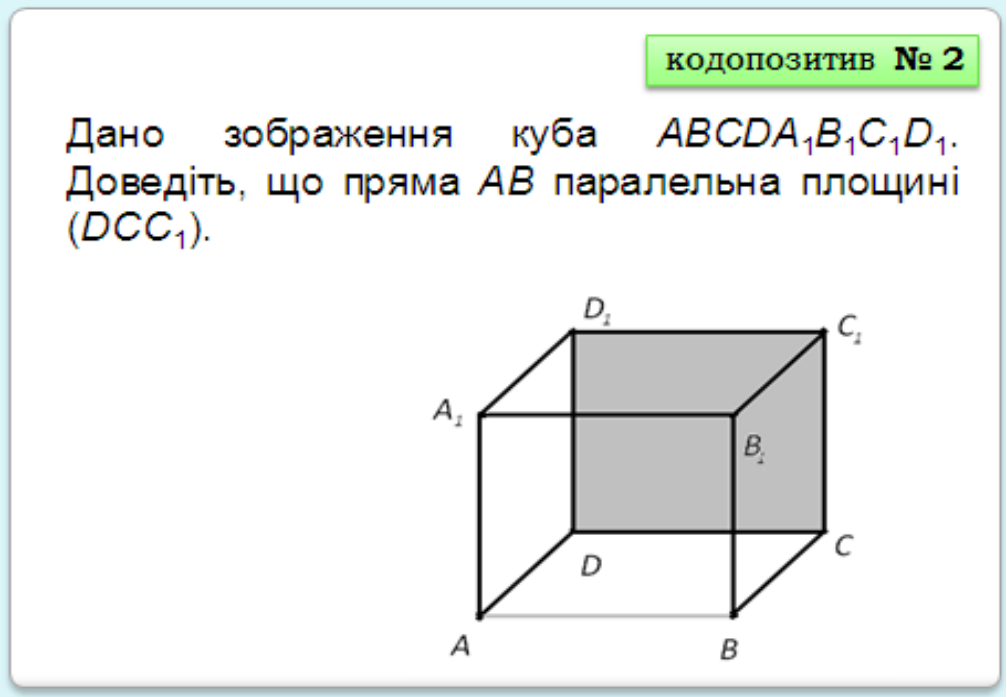
Отже, припущення хибне, а тому a || α.

III. Розв'язування задач

Задача 1.



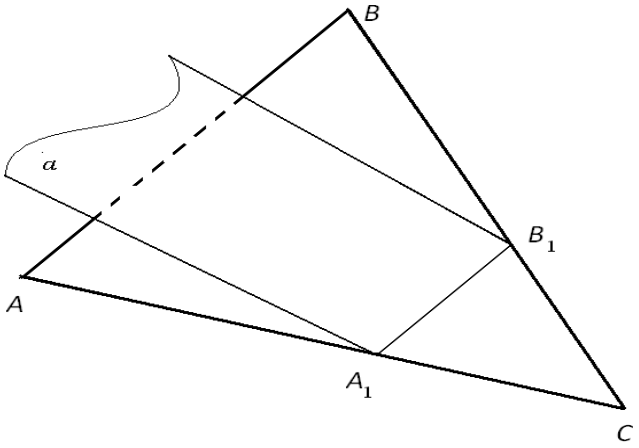
Задача 2.



№13 (1) (ст. 19). Дано трикутник АВС. Площина, паралельна прямій АВ, перетинає сторону АС цього трикутника в точці A_1, а сторону ВС – в точці B_1.Знайдіть довжину відрізка A_1B_1, якщо АВ=15 см, $AA_1 : AC = 2 : 3$.

Розв’язання.

Нехай площина α паралельна прямій АВ і перетинає площину (АВС) по прямій A_1B_1 (мал. 2).



Мал. 2

Прямі АВ і A_1B_1 лежать в одній площині (АВС) і не мають спільних точок. Отже, за означенням, АВ || A_1B_1.

$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, оскільки пряма, паралельна стороні трикутника,

відтинає подібний трикутник.

З умовою задачі маємо: АВ = 15 см, $AA_1 : AC = 2 : 3$.

Нехай х – коефіцієнт пропорційності, тоді $AA_1 = 2x$, $AC = 3x$, $A_1C = AC - AA_1 = 3x - 2x$.

З подібності трикутників:

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C};\ \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{3x}{x} = 3;\ A_1B_1 = \frac{AB}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

Отже, $A_1B_1 = 5$ см.

IV. Домашнє завдання

§2, п. 9; контрольне запитання №5, 6; задача № 14, 15 (ст. 19)

№14. Через дану точку проведіть пряму, паралельну кожній з двох даних площин, які перетинаються.

№ 15. Доведіть, що коли площина перетинає одну з двох паралельних прямих, то вона перетинає й другу пряму.

Тема уроку. ***Взаємне розміщення двох площин у просторі. Паралельні площини. Ознака паралельності площин.***

Обладнання: моделі куба і прямокутного паралелепіпеда, схема «Взаємне розміщення двох площин», презентації.

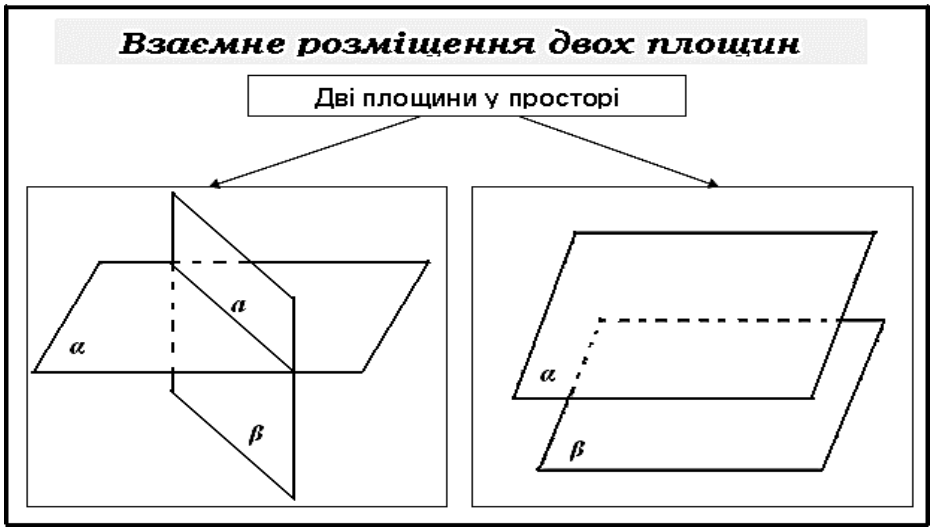
Хід уроку

І. Актуалізація опорних знань учнів

- ✓ Що означає: пряма і площина паралельні?
- ✓ Сформулюйте аксіоми стереометрії.
- ✓ Що є перетином двох площин?

ІІ. Пояснення нового матеріалу

Нам відомо, що якщо дві різні площини мають спільну точку, то вони перетинаються по прямій, що проходить через цю точку (аксіома C_2). Звідси випливає, що дві площини або перетинаються по прямій, або не перетинаються, тобто не мають спільних точок (демонструємо схему).



Означення. Дві площини називаються паралельними, якщо вони не перетинаються.

Уявлення про паралельні площини дають підлога і стеля кімнати, дві протилежні стіни тощо.

Якщо площини α і β паралельні, то це позначається так: α || β.

Завдання.

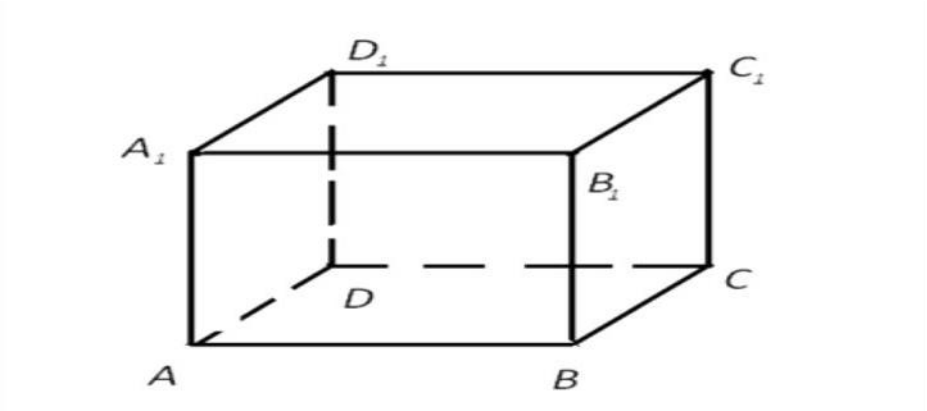
1. На моделях куба і прямокутного паралелепіпеда покажіть паралельні

площини і площини, що перетинаються.

2. Користуючись зображенням прямокутного паралелепіпеда (мал.1), вкажіть:

а) грані, які перетинають грань ABCD;

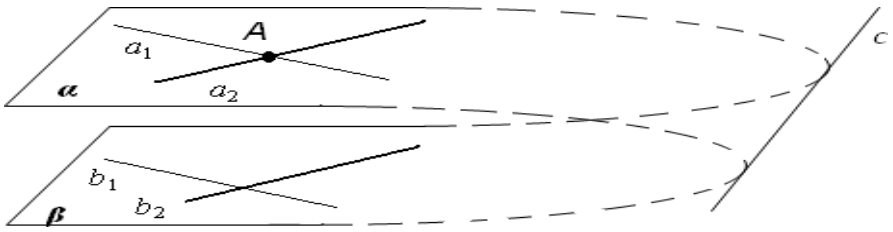
б) площини, які паралельні площині (ABC).



Мал. 1

Доводиться ознака паралельності площин згідно з підручником.

Теорема 2.3. Якщо дві прямі, які перетинаються, однієї площини відповідно паралельні двом прямим другої площини, то ці площини паралельні.



Мал. 2

III. Закріплення теоретичного матеріалу

1. Відомо, що дві прямі, які лежать у площині α, паралельні двом прямим площини β. Чи випливає з цього, що α || β ?

2. Дано куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

Доведіть, що: а) $ABC \parallel A_1B_1C_1$, б) $AB_1D_1 \parallel BDC_1$.

3. Точка В лежить поза площиною α. Проведіть через цю точку площину, паралельну площині α.

4. № 20 (ст. 19). Через дану точку простору проведіть пряму, яка перетинає кожну з двох мимобіжних прямих. Чи завжди це можливо?

IV. Домашнє завдання

§2, п. 10; контрольні запитання №7, 8; задача № 18, 19 (ст. 19)

№18. Доведіть, що коли пряма перетинає одну з двох паралельних площин, то вона перетинає й другу.

№19. Доведіть, що через дві мимобіжні прямі можна провести паралельні площини.

V. Підведення підсумків уроку

1. Як можуть розташовуватись дві площини у просторі?
2. Сформулюйте ознаку паралельності площин.

Тема уроку. ***Перпендикулярність прямих у просторі***

Обладнання: стереометричний набір, таблиця «Теорема 3.1», кодопозитив.

Хід уроку

І. Актуалізація опорних знань

1. Сформулюйте означення перпендикулярних прямих на площині.

2. Згадайте аксіоми стереометрії.

3. Сформулюйте ознаки паралельності в просторі.

ІІ. Пояснення нового матеріалу

Вивчаючи геометрію, ми розглядаємо не лише відношення паралельності, але й інше важливе відношення - перпендикулярність. У планіметрії ми вивчали перпендикулярність прямих. Прямі на площині називаються перпендикулярними, якщо вони перетинаються під прямим кутом.

У стереометрії ми також розглядаємо перпендикулярність, але вже в трьох випадках:

1. Перпендикулярність прямих: дві прямі вважаються перпендикулярними, якщо вони перетинаються під прямим кутом.

2. Перпендикулярність прямої і площини: пряма вважається перпендикулярною до площини, якщо вона перетинає площину під прямим кутом.

3. Перпендикулярність площин: дві площини вважаються перпендикулярними, якщо будь-яка пряма, що лежить в одній з площин і перпендикулярна до другої площини, перетинає її під прямим кутом.

На наступних уроках ми будемо детальніше вивчати ці випадки перпендикулярності прямих у просторі.

Означення. Дві прямі називаються перпендикулярними, якщо вони перетинаються під прямим кутом.

Завдання 1. Назвіть в оточенні моделі перпендикулярних прямих.

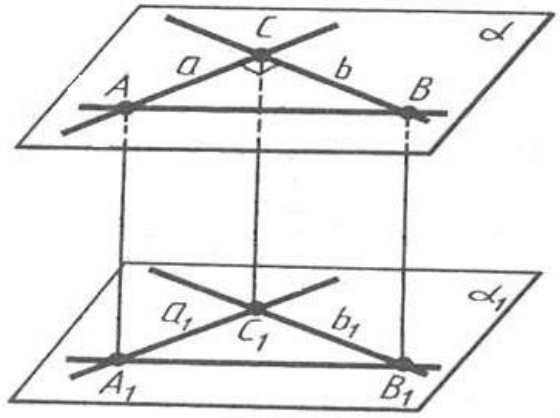
Завдання 2. Дано зображення куба. Вкажіть ребра, які будуть перпендикулярними до прямої AA_1.

Завдання 3. Задача №3 (1) з підручника (с. 34).

Для ілюстрації доцільно використати каркасну модель куба або прямокутного паралелепіпеда.

Далі формулюється теорема.

Теорема 3.1. Якщо дві прямі, які перетинаються, паралельні відповідно двом перпендикулярним прямим, то вони теж перпендикулярні.



Мал. 1

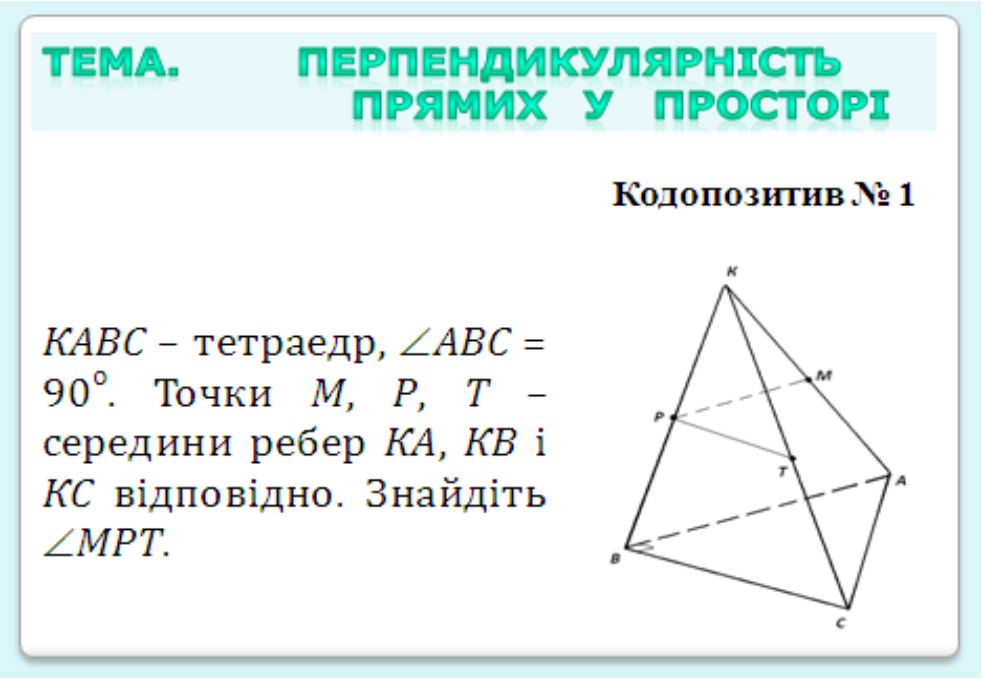
Таблиця «ТЕОРЕМА 3.1»

№ п/п	Твердження	Аргумент
1.	a і b лежать в α, a_1 і b_1 лежать в α_1	Аксіома C_3
2.	$\alpha \parallel \alpha_1$	Теорема 2.4
3.	Нехай C – точка перетину a і b, а C_1 – точка перетину a_1 і b_1	Означення
4.	$AA_1 \parallel CC_1$, $BB_1 \parallel CC_1$	Теорема 2.1
5.	$AA_1 \parallel BB_1$	Теорема 2.2
6.	CAA_1C_1 і CBB_1C_1 – паралелограми, тому	$AC \parallel A_1C_1$, $AA_1 \parallel CC_1$,
	$AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$	$BC \parallel B_1C_1$, $BB_1 \parallel CC_1$
7.	AA_1B_1B – паралелограм, тому $AB = A_1B_1$	$AB \parallel A_1B_1$, $AA_1 \parallel BB_1$
8.	$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$, тому кути $A_1C_1B_1$ і ACB рівні і дорівнюють $90^{o;}$ отже, a_1 □ b_1	Третя ознака рівності трикутників

III. Розв'язування задач

1. №1 (ст. 34). Доведіть, що через будь-яку точку прямої у просторі можна провести перпендикулярну до неї пряму.

2. Задача з кодопозитива.



3. №2 (ст. 34). Доведіть, що через будь-яку точку прямої у просторі можна провести дві різні перпендикулярні прямі.

IV. Домашнє завдання

§3, п. 14; контрольні запитання №1, 2; задача № 3(2, 3) (ст. 34).

V. Підсумки уроку

1. Які прямі в просторі називаються перпендикулярними?
2. Чи визначають площину дві перпендикулярні прямі? Чому?
3. Сформулюйте теорему 3.1.

Тема уроку. ***Перпендикулярність прямої і площини. Ознака перпендикулярності прямої і площини***

Обладнання: модель куба, кодопозитиви, стереометричний набір.

Хід уроку

І. Актуалізація опорних знань учнів

✓Сформулюйте аксіоми стереометрії.

✓Які прямі простору називаються перпендикулярними?

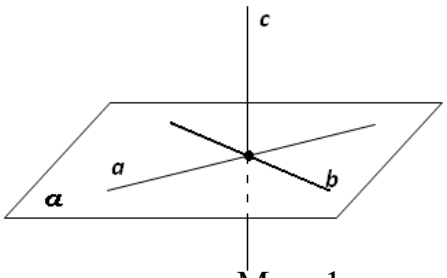
✓Сформулюйте означення паралельних прямої і площини.

ІІ. Пояснення нового матеріалу

Вчитель. Уявлення про пряму, перпендикулярну до площини дають вертикально поставлені стовпи – вони перпендикулярні до поверхні землі чи до будь-якої прямої цієї поверхні, яка проходить через основу стовпа.

Означення. Пряма називається перпендикулярною до площини, якщо вона перетинає цю площину і перпендикулярна до будь-якої прямої, що лежить у цій площині і проходить через точку перетину.

На мал. 1 пряма с перпендикулярна до площини α.



Мал. 1

Завдання 1. Укажіть в оточуючому середовищі моделі прямих і площин, які перпендикулярні.

Завдання 2. Що означає твердження: пряма не перпендикулярна до площини?

Завдання 3. Чи правильно, що коли пряма не перпендикулярна до площини, то вона не перпендикулярна ні до жодної прямої, яка лежить в цій площині.

Вчитель. Як можна перевірити, чи перпендикулярна дана пряма до даної площини? Це питання має практичне значення, наприклад, при установці колон,

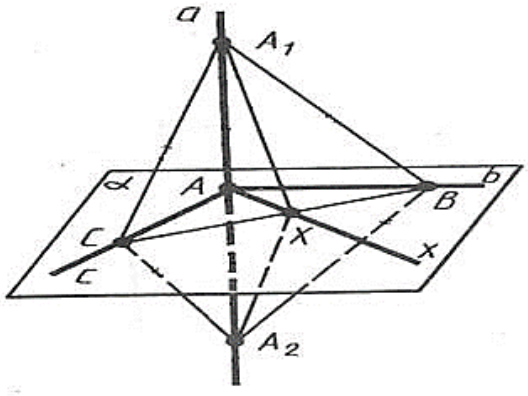
стовпів тощо, які потрібно поставити прямо, тобто перпендикулярно до поверхні землі.

Насправді немає необхідності перевіряти перпендикулярність прямої до всіх прямих, що лежать у даній площині й проходять через точку перетину даної прямої і площини.

Відповідь на це питання дає наступна теорема, що виражає ознаку перпендикулярності прямої і площини.

Теоремма 3.2. Якщо пряма перпендикулярна до двох прямих, які лежать у площині і перетинаються, то вона перпендикулярна до даної площини.

Доведення.



Мал. 2

Учні знайомляться з ходом доведення теореми у підручнику.

Незрозумілі моменти вчитель пояснює, використовуючи мал. 2.

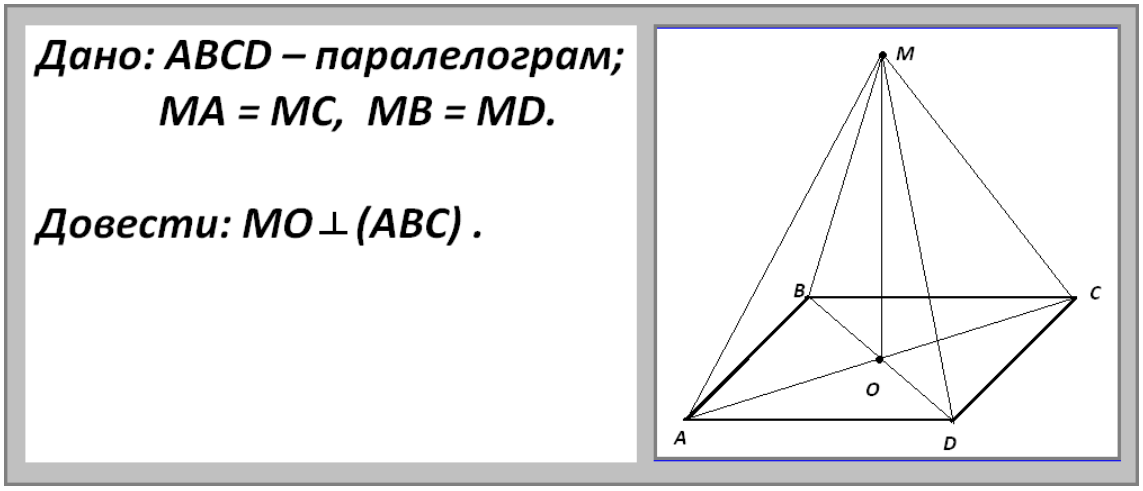
III. Закріплення набутих знань

1. Дано зображення куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Довести, що:

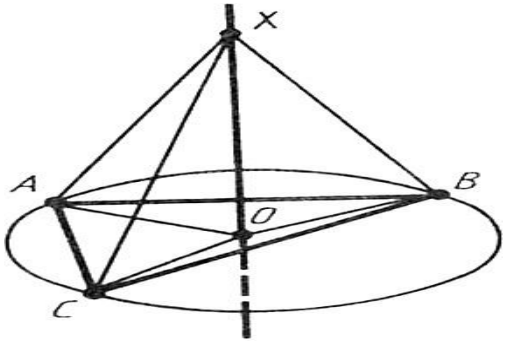
а) AB_1C_1D - прямокутник; б) $B_1D_1 \perp (A_1C_1C)$.

2. Задача з кодопозитива.

Кодопозитив № 1



№6. Центр описаного навколо трикутника кола проведено пряму, перпендикулярну до площини трикутника. Доведіть, що кожна точка цієї прямої рівновіддалена від вершин трикутника (мал. 3).



Мал. 3

IV. Домашнє завдання

§3, п. 15; контрольні запитання №3, 4; задача № 5 (ст. 34).

V. Підведення підсумків уроку

- Яка пряма називається перпендикулярною до площини?
- Сформулюйте ознаку перпендикулярності прямої і площини.

Тема уроку. ***Перпендикулярні площини. Ознака перпендикулярності площин***

Обладнання: кодопозитиви, стереометричний набір, моделі куба і прямокутного паралелепіпеда.

Хід уроку

І. Актуалізація опорних знань учнів Запитання фронтального опитування:

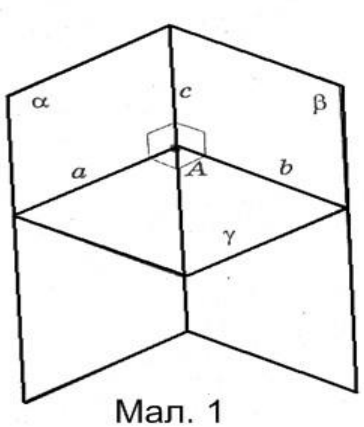
✓Сформулюйте аксіоми стереометрії.

✓Які прямі в просторі називаються перпендикулярними?

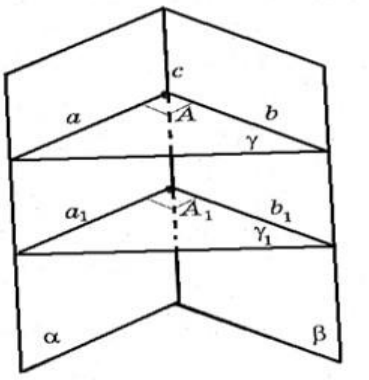
✓Сформулюйте ознаку перпендикулярності прямої і площини.

ІІ. Сприйняття нового матеріалу

Означення. Дві площини, що перетинаються, називаються перпендикулярними, якщо третя площина, яка перпендикулярна до прямої перетину цих площин, перетинає їх по перпендикулярних прямих.



Мал. 1



Мал. 2

ІІІ. Закріплення набутих знань

1. Наведіть приклади моделей перпендикулярних площин із оточуючого середовища.

2. Покажіть на моделі прямокутного паралелепіпеда перпендикулярні грані (площини).

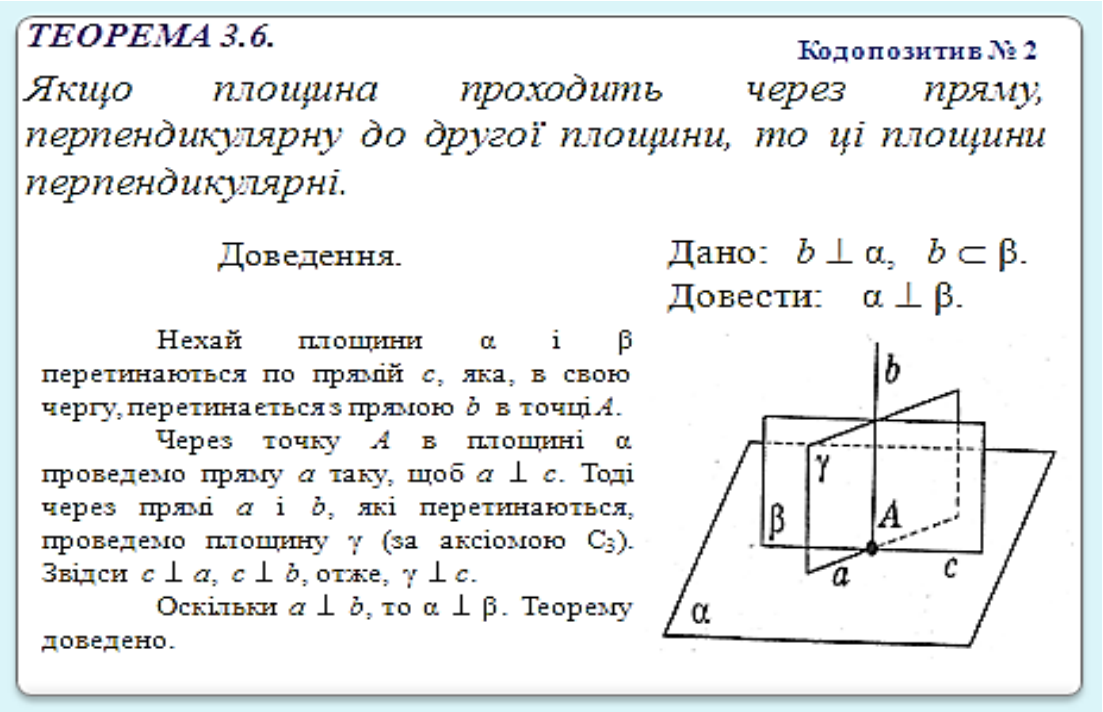
3. №59. З точок А і В, які лежать у двох перпендикулярних площинах, опущено перпендикуляри АС і ВD на пряму перетину площин. Знайдіть довжину відрізка АВ, якщо АС = 6 м, ВD = 7 м, СD = 6 м.

Вчитель. На практиці для спрощення процедури визначення перпендикулярності площин використовують наступну теорему.

Теорема 3.6. Якщо площина проходить через пряму, перпендикулярну до другої площини, то ці площини перпендикулярні.

Доведення.

Використовуємо кодопозитив №2.



III. Закріплення нових знань

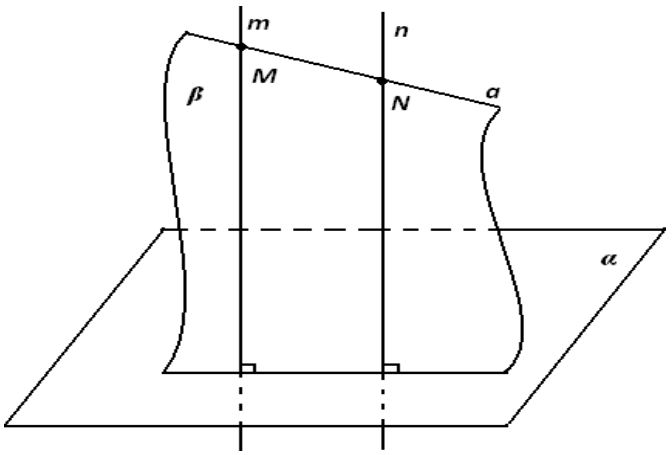
1. Як на практиці встановити, чи перпендикулярна площина стіни до площини підлоги?

2. № 54 (с. 38). Дано пряму a і площину α. Проведіть через пряму a площину, перпендикулярну до площини α.

Розв’язання.

Робота з підручником (с. 31).

3. № 55 (с. 38). Дано пряму a і площину α. Доведіть, що всі прямі, які перпендикулярні до площини α і перетинають пряму a, лежать в одній площині, перпендикулярній до площини α.



Мал. 3

4. № 61 (с. 39). Площини α і β перпендикулярні. У площині α взято точку А, відстань від якої до прямої с (лінії перетину площин) дорівнює 0,5 м. У площині β проведено пряму b, яка паралельна прямій с і віддалена від неї на 1,2 м. Знайдіть відстань від точки А до прямої b.

IV. Домашнє завдання

п. 20 із §3; контрольні запитання 11-12; задачі № 59(2,4,6) (с. 39).

V. Підведення підсумків уроку

- Які площини називаються перпендикулярними?
- Сформулюйте ознаку перпендикулярності площин.

Відповідно до досліджень психологів, дидактиків та методистів, шкільна практика підтверджує, що найбільша потреба в унаочненні виникає в учнів, які мають наочно-дійове або наочно-образне мислення. У старшокласників ця потреба зменшується, оскільки вони розвивають абстрактне мислення. Проте навіть у них часто виникають труднощі уявити чіткі образи певних об'єктів. Тому перед введенням формальних означень понять і вивчення їх властивостей необхідно створити ці образи. Чим більш абстрактне поняття, тим більше конкретизації потребує його засвоєння. Правильне і своєчасне використання наочності допомагає у засвоєнні цих понять. В процесі практичного аналізу об'єктів і використання засобів унаочнення відбувається абстрагування та узагальнення, і ці розумові дії спираються на наочний матеріал.

Такий спосіб унаочнення допомагає учням краще розуміти навчальний

матеріал і розвиває образне мислення. Використання різних засобів унаочнення дозволяє учням формувати та систематизувати знання про основні поняття і аксіоми стереометрії, а також розвиває їх здатність визначати взаємне розташування прямих і площин у просторі, обчислювати відстані і кути між прямими і площинами у просторі.

ВИСНОВКИ

Однією з головних цілей шкільної освіти є створення та підтримка умов, спрямованих на всебічний розвиток учнів, що допоможуть формувати компетентну особистість. Одним з ключових елементів навчання є активна взаємодія між вчителем і учнями, під час якої останні засвоюють знання, уміння та навички. Школярі мають можливість розвивати свої здібності, формувати світогляд та естетичні смаки, тобто активно працювати над своїм особистісним розвитком і вихованням.

Важливе значення для успішного навчання мають методи, форми та мотиви, які стимулюють та направляють учнів. Наочність виступає одним із основних принципів навчання. Це означає все, що можна бачити, чути, відчувати тощо. Дослідження психолого-методичної літератури та апробація розробленої нами методики підтверджують, що демонстрація та ілюстрація навчального матеріалу є ефективними засобами навчання. Учні досягають кращих навчальних результатів, коли вони бачать і розуміють все, що відбувається навколо них.

Використання наочності у навчальному процесі сприяє розумовому розвитку учнів та допомагає їм зв'язувати наукові знання з реальним життям. Це полегшує процес засвоєння теорії і практики, а також розвиває інтерес до знань та сприйняття нових об'єктів у різних контекстах.

При використанні наочних посібників у навчанні необхідно дотримуватися кількох правил:

- Забезпечення всебічного сприйняття предмета.
- Наголошення уваги учнів на суттєвих ознаках предмета.
- Демонстрація предмета у його динаміці та розвитку.
- Активна участь та самостійність учнів під час роботи з наочними посібниками.
- Розумне використання засобів наочності, уникання надмірного навантаження.

Проблема використання прикладного програмного забезпечення (ППЗ) в процесі навчання математики повинна бути розглянута з огляду на методичну систему. Потрібно не просто виходити з функціональних можливостей комп'ютера та бажання використати його у навчанні, але й ураховувати, які конкретні навчальні задачі можуть бути вирішені лише за допомогою ППЗ.

При належному матеріальному забезпеченні навчальних класів використання прикладного програмного забезпечення (ППЗ) є необхідним на етапі пояснення нового матеріалу. Використання презентаційних можливостей інтерактивних побудов та міркувань стає дуже корисним. Також важливо використовувати анімаційні ефекти для пояснення навчального матеріалу. Проте, головне полягає в методично правильно продуманій системі демонстрацій.

Всі ці умови сприяють розвитку важливих мислительних навичок у школярів, таких як самостійність, гнучкість, критичне мислення, глибина розуміння та раціональність. Використання наочних методів роботи з комп'ютерною підтримкою надає широкі можливості для колективної, розумової та активної діяльності як для учнів, так і для вчителя.

Так, принцип наочності є важливим аспектом у навчальному процесі. Багато педагогів (наприклад, Бевз, Водовозов, Коменський, Остроградський, Скворцов, Слєпкань) відзначають високу ефективність використання наочних засобів для збудження інтересу учнів до навчання та пізнавальної діяльності, а також для формування в них необхідних знань, умінь і навичок у сприйнятті та розумінні навколишнього світу.

Згідно з думкою досвідчених психологів (наприклад, Дуткевич, Дьяконов, Дьяченко, М’ясоїд), більш висока форма пізнання людиною дійсності полягає у абстрактному пізнанні, яке включає процеси мислення та уваги. Тому розвиток механізмів психічного відображення та використання наочності у навчанні є дуже важливим. Цим самим створюється сприятливе середовище для активної пізнавальної діяльності учнів та розвитку їхніх когнітивних функцій.

Наочність використовується як засіб пізнання нового матеріалу, ілюстрації

думок, розвитку спостережливості та поліпшення усвідомлення та запам’ятовування навчального матеріалу. У нашій роботі ми врахували ці аспекти і розробили наступні підходи:

- Методику використання наочності при вивченні взаємного розміщення прямих і площин у курсі стереометрії.

- Розробку навчально-демонстраційних презентацій з використанням наочних засобів.

- Аналіз еволюції принципу наочності на різних етапах розвитку педагогіки.

Аналіз психологічної, дидактичної та методичної літератури підтвердив необхідність створення методичної системи, що охоплює всі аспекти використання наочності на уроках геометрії в старшій школі. Запропонована методика допомагає вчителю ефективно навчати учнів і дозволяє вибрати оптимальний спосіб організації навчального процесу, враховуючи особливості конкретного класу та школи.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Апостолова Г. В. Стереометрія в опорних схемах. - Київ: Факт, 2000. - 68 с.
2. Барболіна А.С. ШЛЯХИ МОТИВАЦІЇ ВИВЧЕННЯ СТЕРЕОМЕТРІЇ ЗДОБУВАЧІВ ОСВІТИ РІЗНОЇ ПРОФІЛЬНОЇ СПРЯМОВАНОСТІ - м. Чернігів, 16-17 вересня 2022 р. - С.20-24.
3. Бевз Г. П. Математика: Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти /Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. - К.: Видавничий дім «Освіта», 2018. - 288 с.
4. Бондар С. П. Методи активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів як важливий компонент особистісно-орієнтованого навчання. Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Київ, 2011. № 26. С. 184-189.
5. Бурда М. І. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 10 класу закладів загальної середньої освіти /М.І.Бурда, Т.В.Колесник, Ю.І.Мальований, Н. А. Тарасенкова. - К.: УОВЦ «Оріон», 2018. - 288 с.
6. Василенко А. В. Психолого-педагогічні умови розвитку просторового мислення учнів /А. В. Василенко //Наука і школа. - 2013. - № 12 - С. 69-72.
7. Геометрія. Профільний рівень: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти /Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, В. М. Владіміров, Н. Г. Владімірова. - К.: Видавничий дім «Освіта», 2018. - 272 с.
8. Гулівата І. О. МЕТОДИКА НАВЧАННЯ УЧНІВ СТАРШОЇ ШКОЛИ ПОБУДОВИ СТЕРЕОМЕТРИЧНИХ ФІГУР З ВИКОРИСТАННЯМ ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ. - Інформаційні технології і засоби навчання, 2013, Том 34, №2
9. Істер О.С. Математика: (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 10-го кл. закл. заг. серед. освіти /О.С. Істер. - Київ: Генеза, 2018. - 384 с.
10. Істер О.С. Геометрія: (профіл. рівень): підруч. для 10-го кл. закл. заг. серед, освіти /О.С. Істер, О.В. Єргіна. - Київ: Генеза, 2018. - 368 с.

11. Коменський Я. А. Велика дидактика. Закони добре організованої школи /Я. А. Коменський //Історія зарубіжної педагогіки: хрестоматія: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. /Є. І. Коваленко, Н. І. Бєлкіна; М-во освіти і науки України, Ніжин. держ. ун-т ім. М. Гоголя. – Київ: Центр учбової літератури, 2006. - С.155-185.

12. Королюк О.М., Прус А.В. Методика навчання математики в старшій школі. Модуль 1: Стереометрія: навчально-методичний посібник. - Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2020. - 61 с.

13. Красницький М. П. Просторова уява та уявлення особистості й асоціативне мислення. Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2017. С. 59-61.

14. Мала Л. О. Психолого-педагогічні особливості організації мислення учнів у процесі розв'язування стереометричних задач /Л. О. Мала. //Вісник Черкаського університету. Серія «Педагогічні науки». - 2016. - № 17. - С.80 - 87.

15. Мерзляк А. Г. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти /А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. - Х.: Гімназія, 2018. - 256 с.

16. Мерзляк А. Г. Геометрія : проф. рівень : підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. — Х. : Гімназія, 2018. — 240 с.

17. НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА З МАТЕМАТИКИ для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів (Профільний рівень). URL: http://surl.li/xxthjt

18. НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА З МАТЕМАТИКИ (АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ ТА ГЕОМЕТРІЯ) для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів (Рівень стандарту). URL: http://surl.li/xxthjt

19. НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА З МАТЕМАТИКИ для учнів 10-11 класів (початок вивчення на поглибленому рівні з 8 класу) загальноосвітніх навчальних закладів (Профільний рівень). URL: http://surl.li/xxthjt

20. Нелін Є.П. Геометрія (профільний рівень): підруч. для 10 кл. закл. загал. серед. освіти /Є.П.Нелін. - Харків: Вид-во «Ранок», 2018. - 240 с.

21. ПРУС А. В. ПРИКЛАДНА СПРЯМОВАНІСТЬ ШКІЛЬНОГО КУРСУ СТЕРЕОМЕТРІЇ (дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук). – Київ, 2007.

22. Семенухіна О. В., Друшляк М. Г. Інструментарій програми GeoGebra 5.0 і його використання для розв'язування задач стереометрії. Інформаційні технології і засоби навчання. № 6. 2014. - С. 124-133.

23. Слєпкань З. І. Методика навчання математики. - Київ: Зодіак-ЕКО, 2000. - 512 с.

24. Скасків Л. В., Мартиненко В. В. МОЖЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ ПРОГРАМИ GRAN-2D ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ ЗАДАЧ НА ДОВЕДЕННЯ. 6 th International scientific and practical conference "Modern directions of scientific research development" (November 24-26, 2021) Chicago, USA. 2021. – С.602-608.

25. Стереометрія у старшій школі: посібник для вчителя /Я. С. Бродський, В. Ю. Гречук, О. Л. Павлов, А. К. Сліпенко. - Тернопіль: Навчальна книга - Богдан, 2005. - 404 с.

26. Тарасенкова Н.А. Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики: монографія /Н.А. Тарасенкова. - Черкаси: Відлуння-плюс, 2002. - 400 с.

27. Теличко І. І. Методика використання наочності при вивченні взаємного розміщення прямих і площин в курсі стереометрії в загальноосвітніх навчальних закладах різних типів та у вищих навчальних закладах І-ІІ рівнів акредитації: навчальний посібник - Кам'янець-Подільський. - 2011. - 175 с.

28. Філон Л.Г., Швець В.О. Елементи стереометрії в курсі математики основної школи. - Донецьк: Норд-Прес, 2006. - 180 с.

29. Швець В.О. Прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії. Математика в школі 2009. № 4. с. 17-24.

30. Швець В. О. Теорія та практика спрямованості шкільного курсу стереометрії: Навчальний посібник. В. О. Швець, А. В. Прус. Житомир: Видавництво ЖДУ імені І. Франка, 2007. - 156 с.