

МІНІСТЕРСТВО ФІНАНСІВ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ПОДАТКОВИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ФІНАНСІВ ТА ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ
КАФЕДРА ВИЩОЇ ТА ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА
на тему:

**Розвиток просторової уяви учнів при вивченні
математики**

Здобувача вищої освіти
другого (магістерського) рівня, II курсу, СОМ-24-1 групи,
спеціальності 014 «Середня освіта»
освітня програма «Середня освіта: математика»

Іванової Інни Іванівни

Науковий керівник



СКАСКИВ, к.ф.-м.н., доцент

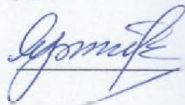
Гарант освітньо-професійної програми



Микола СЕМКО, д.ф.-м.н., професор

Допущено до захисту рішенням кафедри
вищої та прикладної математики
протокол від " " 2025 р.

Завідувач кафедри



Оксана ЯРОВА, к.ф.-м.н., доцент

Ірпінь – 2025

Реєстрація № 9

20.01.2026
(дата)

Савенів І.В.
(підпис відповідальної особи)

Результати перевірки

до захисту
(до захисту, на доопрацювання)

13.01.2026
(дата)

Ішт
(підпис)

Результат захисту

93
(оцінка)

06.02.2026
(дата)

Ішт
(підпис)

Голова комісії:

[підпис]
(підпис)

Н.М. Лосева
(ініціали, прізвище)

Члени комісії:

[підпис]
(підпис)

М.М. Сенико
(ініціали, прізвище)

Ішт
(підпис)

І.В. Савенів
(ініціали, прізвище)

[підпис]
(підпис)

О.А. Арбе
(ініціали, прізвище)

Об'єкти контролю	Діапазон оцінки в балах	Фактична кількість балів	Примітки	Дата, П.І.П.: керівника, голови комісії, членів комісії, секретаря, (підписи)
ОЦІНЮВАННЯ РОБОТИ КЕРІВНИКОМ ТА РЕЦЕНЗЕНТОМ				
1. Зміст випускної роботи (якість теоретичного матеріалу, його зв'язок з практичним, вміння представляти матеріал в логічній послідовності, наявність висновків та пропозицій)	від 0 до 30	24		Секретар Л.В. 
2. Дотримання вимог щодо оформлення	від 0 до 10	7		
3. Вчасне виконання роботи на всіх етапах у встановлені конференцією терміни	від 0 до 5	5		
4. Рецензент	від 0 до 5	5		
РАЗОМ БАЛІВ	від 0 до 50	46		
ОЦІНЮВАННЯ РОБОТИ КОМІСІЄЮ ПО ЗАХИСТУ				
1. Доповідь	від 0 до 10	10		Голова ек. ком. Лосєва Н.М.  Члени комісії: Семко М.М. Секретар Л.В. Дрова О.А.
2. Роздатковий матеріал	від 0 до 5	5		
3. Знання теоретичного та практичного матеріалу, вміння відповідати на запитання	від 0 до 25	23		
4. Апробація (участь у конференціях)	від 0 до 10	9		
РАЗОМ БАЛІВ	від 0 до 50	47		
ЗАГАЛЬНА КІЛЬКІСТЬ БАЛІВ	від 0 до 100	93		

БЛАНК ОЦІНЮВАННЯ ВИПУСКНОЇ РОБОТИ

Оцінка за 100-бальною шкалою	Оцінка за шкалою ЕКТС	Оцінка за національною шкалою	Дата	П.І.П.: голови, членів комісії, секретаря, (підпис)
93	A	5 (відмінно)	06.02.2026	Голова ек. ком. Лосєва Н.М.  Члени комісії: Семко М.М. Секретар Л.В. Дрова О.А.

ПЕРЕВЕДЕННЯ ОЦІНКИ ЗА 100-БАЛЬНОЮ ШКАЛОЮ ДО НАЦІОНАЛЬНОЇ ШКАЛИ

Оцінка за 100-бальною шкалою	Оцінка за шкалою ЕКТС	Оцінка за національною шкалою
90-100	A	5 (відмінно)
80-89	B	4 (добре)
70-79	C	
60-69	D	3 (задовільно)
50-59	E	
35-49	X	2 (незадовільно)

Анотація

Інна Іванова. РОЗВИТОК ПРОСТОРОВОЇ УЯВИ УЧНІВ ПРИ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИКИ

У роботі запропоновано комплексний підхід до розвитку просторової уяви учнів, що поєднує традиційні та інноваційні методи навчання, зокрема із застосуванням сучасних інформаційних технологій та візуалізаційних засобів.

Результати дослідження можуть бути використані вчителями математики загальноосвітніх шкіл, методистами, студентами педагогічних спеціальностей для вдосконалення навчально-виховного процесу та підвищення якості математичної освіти.

Ключові слова: освітній процес, учні, методика, просторова уява, STREAM-освіта.

Abstract

Inna Ivanova. DEVELOPMENT OF STUDENTS' SPATIAL IMAGINATION WHEN LEARNING MATHEMATICS

The work proposes a comprehensive approach to the development of students' spatial imagination, which combines traditional and innovative teaching methods, in particular with the use of modern information technologies and visualization.

The results of the study can be used by teachers of mathematics of secondary schools, methodologists, students of pedagogical specialties to improve the educational process and improve the quality of mathematical education.

Keywords: educational process, students, technique, spatial imagination, stream education.

ЗМІСТ

Вступ	6
Розділ 1. Теоретичні засади формування просторової уяви у дітей дошкільного та молодшого шкільного віку	9
Розділ 2. Розвиток просторової уяви на уроках математики в 5-9 класах	15
2.1. Ключові аспекти і методи розвитку просторової уяви учнів 5-9 класів	15
2.2. Методичні підходи до формування просторового мислення в умовах STREAM-освіти	31
Розділ 3. Розвиток просторової уяви при вивченні стереометрії з використанням динамічних комп'ютерних моделей	46
Висновки	56
Список використаних джерел	

ВСТУП

У сучасному суспільстві навчання математики має на меті формування математичної компетентності учнів на рівні, який забезпечує їхню ефективну життєдіяльність у світі сьогодення. Це включає успішне опанування знань з інших освітніх галузей під час шкільного навчання, сприяє інтелектуальному розвитку, покращує увагу, пам'ять, логічне мислення, культуру думки та інтуїцію. Важливість математики в шкільній освіті визначається її ключовою роллю у формуванні інтелектуальної, соціальної та моральної складової особистості, розумінні принципів конструкції та використання сучасних технологій, сприйнятті наукових і технічних ідей, а також у розвитку наукової картини світу і сучасного світогляду.

Традиційна програма навчання математики, сформована протягом десятиліть, все ще забезпечує високий рівень математичної підготовки школярів. Однак сучасні зміни в техніці, виробництві, освіті та комунікаціях висувають нові вимоги до математичних навичок і компетенцій фахівців. Це спонукає переосмислити традиційний зміст навчання математики, визначити його подальші напрямки розвитку, дотримуючись принципу послідовності. Невід'ємним є врахування зростаючої ролі формально-логічних інструментів математики, алгоритмів, евристичних методів, математичного моделювання та статистико-ймовірнісних підходів. Їх актуальність особливо помітна в економіці, виробничо-технічних процесах і керуванні високотехнологічними системами.

Перед освітньою системою постає завдання розкриття інтелектуального потенціалу молодого покоління, що неможливо без вдосконалення навчального процесу на основі врахування психолого-педагогічних закономірностей усіх аспектів пізнавальної діяльності учнів, зокрема просторового мислення й уяви.

Проблема розвитку просторової уяви є актуальною і важливою складовою інтелектуальної діяльності людини, безпосередньо впливаючи на її здатність аналізувати, приймати рішення та орієнтуватися в різноманітних

життєвих ситуаціях. Просторова уява охоплює здатність людини мислити образами, формами і взаємозв'язками між ними, що робить її невід'ємним елементом загального розвитку особистості. За останні роки все більше уваги приділяється вивченню механізмів формування просторової уяви, її ролі у навчальному процесі та значенні для розвитку учнів різного віку. Інтерес науковців до цієї тематики зростає, оскільки розвиток просторової уяви тісно корелює із рівнем інтелектуальних здібностей людини.

Проведений аналіз наукових досліджень і публікацій свідчить про важливість багатовекторного підходу до цієї проблеми. У різні періоди цієї темию займалися як психологи, так і педагоги та методисти, які робили суттєві внески в розуміння специфіки її розвитку. Зокрема, значний вклад у теорію просторової уяви здійснили такі видатні фахівці, як Б. Ананьєв, Т. Бауер, Л. Виготський, Г. Костюк, О. Леонтьєв, В. Моляко, Ж. Піаже, Л. Рубінштейн та І. Якиманська. Їхні роботи стали основою для досліджень пізнавальних можливостей дітей у межах різних вікових груп. Актуальними залишаються праці А. Запорожця, А. Леушиної, А. Люблінської та Н. Побірченко, які досліджували розвиток просторового мислення у дітей дошкільного віку й учнів молодших класів школи, а також особливості осмислення ними форм предметів, їхніх розмірів та розташування в просторі.

Вивчення питання формування просторової уяви у контексті математичної освіти знайшло своє відображення у дослідженнях О. Астряба, І. Бантова, М. Богдановича, М. Бурди, В. Гусєва, М. Волчасти, О. Дубинчук, Н. Мацько та інших. Ці автори акцентують увагу на значенні геометричного матеріалу для розвитку просторових уявлень та мислення учнів початкової школи. Їхні праці стали основою системного підходу до інтеграції елементів просторового мислення у програми початкової освіти [2-4].

Взаємозв'язок між просторовою уявою і просторовим мисленням аналізується в працях А. Ботвіннікова, Л. Гурової, Є. Ігнат'єва, С. Кабанової-Міллер, В. Кирєєнко та Т. Кудрявцева. Їхні напрацювання піднімають питання важливості комплексного підходу до формування просторової уяви в учнів

різних вікових груп [8].

Однак слід відзначити недостатню розробленість питань формування й розвитку просторової уяви в шкільній програмі, особливо щодо взаємодії навчальних предметів для удосконалення цієї здібності в учнів.

Метою даного дослідження є теоретичне обґрунтування проблеми формування просторової уяви в учнів у процесі математичної освіти; дослідження та розробка методичних рекомендацій щодо розвитку просторової уяви учнів засобами математичної освіти, спрямованих на підвищення ефективності засвоєння навчального матеріалу та формування цілісного світогляду.

Для досягнення цієї мети будуть вирішуватися наступні завдання:

- Проаналізувати поняття просторової уяви, її структуру та функції в математичній освіті.
- Виявити особливості розвитку просторової уяви учнів на різних вікових етапах.
- Дослідити вплив різних видів навчальної діяльності (графічної, практичної, ігрової) на формування просторової уяви.

Об'єктом дослідження є процес навчання математики в середній школі. Предметом дослідження є методи, прийоми та засоби розвитку просторової уяви учнів у процесі вивчення математики.

Результати дослідження можуть бути використані вчителями математики загальноосвітніх шкіл, методистами, студентами педагогічних спеціальностей для вдосконалення навчально-виховного процесу та підвищення якості математичної освіти.

Робота складається із вступу, трьох розділів, висновків та списку використаних джерел.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ФОРМУВАННЯ ПРОСТОРОВОЇ УЯВИ У ДІТЕЙ ДОШКІЛЬНОГО ТА МОЛОДШОГО ШКІЛЬНОГО ВІКУ

Просторове мислення є невід'ємною частиною когнітивного розвитку, що відіграє ключову роль у формуванні здатності дитини до розуміння взаємозв'язків між об'єктами, а також аналізу їхніх розташування, форми та розмірів. Цей процес розпочинається ще в дошкільному віці, коли закладаються основи для подальшого розвитку математичних здібностей, навичок природничого аналізу і творчого мислення. Розвинене просторове мислення сприяє не лише орієнтації в навколишньому середовищі, але й допомагає дитині планувати дії, вирішувати практичні завдання та знаходити ефективні підходи до розв'язання проблем. У сучасній педагогічній практиці воно розглядається як фундаментальна основа для розвитку логічного мислення, абстрагування та інтелектуального зростання загалом.

Наприклад, дослідження підтверджують, що діти, які мають навички візуалізації геометричних форм і здатні виконувати просторові операції, показують значно кращі результати у вивченні математики, що засвідчують численні наукові праці. Особливо важливо зазначити, що перші спроби оперувати простими просторовими поняттями виникають вже у віці 4–5 років. Експериментальні дані доводять, що дошкільники успішно працюють з такими концепціями, як симетрія, пропорція та структура об'єктів [12].

На ранніх етапах розвитку ключовим чинником у формуванні просторового мислення виступає ігрова активність дитини, яка забезпечує безпосередню взаємодію з об'єктами навколишнього середовища. Ця взаємодія створює можливості для поступового розвитку складніших когнітивних процесів, включно з логічним аналізом і критичним мисленням. Крім того, підтримка дорослих має вирішальне значення: вона допомагає дитині сформулювати перші просторові уявлення та сприяє подальшій інтеграції цих знань у широке коло життєвих і навчальних ситуацій, що забезпечує гармонійний розвиток особистості.

Теорія когнітивного розвитку Жана Піаже детально описує поступові етапи формування просторового мислення у дітей. На сенсомоторному етапі, який передбачає освоєння простору через прямий контакт із об'єктами, діти отримують базові знання про розміри, форму та відстань шляхом їх спостереження й взаємодії. Цей період закладає фундамент для усвідомлення просторового оточення. У віці до семи років, на доопераційній стадії, починає формуватися здатність до створення внутрішніх образів і уявного оперування об'єктами. Діяльність із конструкторами, мозаїками та головоломками стає ключовою для розвитку таких понять, як пропорція, симетрія та взаємне розташування предметів. Конкретно-операційний етап характеризується здатністю до просторового аналізу, зокрема визначення взаємозв'язків між об'єктами та прогнозування змін їх властивостей. Практичні завдання, такі як складання геометричних моделей чи створення карт, сприяють закріпленню цих навичок [21].

Соціальний контекст має вирішальне значення для становлення просторового мислення. Лев Виготський підкреслював важливість спільної діяльності дітей з однолітками та дорослими, що створює оптимальні умови для освоєння складніших когнітивних процесів. Наприклад, групові ігри з конструкторами або моделюванням не лише сприяють просторовому розвитку, але й формують комунікативні навички та організаційні здібності. Педагогічна підтримка у вигляді демонстрації завдань, пояснень і провокування до роздумів допомагає дітям краще усвідомлювати взаємозв'язок між об'єктами у просторі. Взаємодія в групі також відіграє критично важливу роль: діти навчаються презентувати свої ідеї, обговорювати їх і співпрацювати задля досягнення спільної мети. Такий підхід не лише сприяє ефективному засвоєнню знань, але й допомагає дітям адаптуватися до соціального життя й оточення [14].

Ігрова діяльність займає важливе місце у розвитку просторового мислення дітей дошкільного віку, адже вона є одним із найбільш ефективних освітніх методів цього періоду. Завдяки лему ігор, таких як заняття з будівельними наборами, складання пазлів чи моделювання різноманітних

конструкцій, діти отримують унікальну можливість досліджувати особливості предметів та вивчати їх властивості, одночасно аналізуючи розташування і взаємозв'язки об'єктів у просторі. Наприклад, під час роботи з такими засобами, як конструктори LEGO, у дітей формується здатність не лише створювати складні предмети, але й усвідомлювати їхню внутрішню структуру, прогнозуючи можливі зміни. Ці завдання стимулюють творче мислення і водночас забезпечують розвиток логічних навичок. Крім того, активності, пов'язані з елементами просторового моделювання, сприяють більш глибокому розумінню базових геометричних принципів, таких як симетрія, пропорції та відповідність масштабу.

STREAM-освіта, яка відображає інтеграційний підхід до навчання, поєднує розвиток просторового мислення з різноманітними дисциплінами, включаючи математику, інженерію, мистецтво та науку. У рамках такого підходу дітям пропонують виконувати завдання зі створення тривимірних моделей або здійснювати моделювання будівельних споруд. Ці практичні задачі дають змогу комплексно застосовувати просторові навички та забезпечують можливість їх використання в реальних проєктах. Наприклад, діти досліджують побудову об'єктів, оцінюють їхні взаємозв'язки і вдосконалюють такі важливі вміння, як креативність, аналітичне мислення та здатність працювати з геометричними структурами. STREAM-методологія дозволяє не лише засвоїти уявлення про просторові поняття, а й ефективно адаптувати їх до вирішення складних навчальних завдань [16-18].

Сьогодні цифрові технології відіграють критичну роль у формуванні просторового мислення дітей. Інтерактивні програми та додатки для роботи з тривимірними моделями відкривають перед дітьми нові освітні горизонти. Ці інструменти навчають маніпулювати об'єктами у віртуальному середовищі, змінювати їх параметри й аналізувати їхнє положення в просторі. Завдяки таким програмам стимулюється розвиток уяви, логічного мислення та здатності до критичного аналізу. Наприклад, програми 3D-моделювання дають дітям можливість активно експериментувати з різними формами, встановлювати

взаємозв'язки між елементами та проводити детальний аналіз складних конструкцій. Цей підхід дозволяє дітям не лише досліджувати властивості простору, але й застосовувати отримані знання для творчого вирішення реальних задач [9].

Фізична активність відіграє ключову роль у розвитку просторового мислення, оскільки рухливі ігри та взаємодія з предметами сприяють кращому розумінню зв'язків між об'єктами у просторі. Під час активної взаємодії з навколишнім середовищем діти засвоюють поняття напрямків, відстаней, пропорцій і масштабу. Наприклад, ігри на пошук об'єктів у просторі чи створення маршрутів сприяють формуванню уявлень про навколишнє середовище. Такі завдання стимулюють не лише фізичний розвиток, але й когнітивні здібності, адже дитина змушена аналізувати просторові відносини, приймати рішення та планувати дії. Ігри зі спортивними елементами, що включають просторове орієнтування, позитивно впливають на координацію рухів та інтеграцію сенсорного і когнітивного досвіду.

Важливим аспектом у навчанні просторового мислення є індивідуалізація підходу. Завдання повинні відповідати рівню розвитку дитини, забезпечуючи поступове засвоєння понять і навичок. Наприклад, на початковому етапі можна пропонувати прості завдання зі складання геометричних форм, які надалі ускладнюються вправами на взаємодію між об'єктами у просторі. Такий підхід дозволяє дітям навчатися в їхньому власному темпі, зберігаючи інтерес до процесу. Завдання педагога полягає у підтримці дитини, заохоченні до експериментів та допомозі в подоланні труднощів.

Мистецька діяльність також відіграє важливу роль у формуванні просторового мислення. Заняття з малювання, ліплення чи створення аплікацій розвивають вміння дітей моделювати об'єкти в уяві та оперувати їх властивостями. Наприклад, створюючи тривимірні фігури, діти вдосконалюють навички аналізу пропорцій, симетрії та співвідношення частин цілого. Таким чином, мистецтво не лише сприяє творчому розвитку, але й закріплює базові просторові уявлення [19].

Просторове мислення нерозривно пов'язане з формуванням математичних здібностей, оскільки багато математичних тем, особливо геометрія, базуються на здатності до просторових уявлень. Наприклад, розв'язання задач на визначення площі або об'єму потребує вміння уявно маніпулювати формами. У дошкільному віці цей зв'язок активно формується через взаємодію з геометричними фігурами, ігри з конструкторами та моделювання. Такі заняття допомагають дітям закласти міцний фундамент для успішного засвоєння математичних знань у шкільному віці.

Сучасні цифрові технології значно розширюють горизонти розвитку просторового мислення, пропонуючи новаторські підходи до навчання. Завдяки інтерактивним додаткам, що працюють із тривимірними моделями, у дітей формується здатність маніпулювати об'єктами в цифровому середовищі. Інструменти для 3D-моделювання, наприклад, надають можливість експериментувати з геометричними формами, вивчати їх властивості та аналізувати взаємозв'язки між різними елементами. Такі інновації підтримують розвиток критичного мислення, креативності та технологічної компетентності.

Особливу роль у формуванні просторового мислення в дошкільнят відіграє сенсорний розвиток. Робота з базовими зоровими, тактильними та моторними відчуттями надає дітям первинні уявлення про форму, розмір і розташування об'єктів у просторі. Практичні заняття, які включають маніпуляцію з кубиками, мозаїками чи природними матеріалами, сприяють більш глибокому усвідомленню просторових відносин. Крім того, вони дозволяють дітям краще передбачати зміни у властивостях об'єктів [5-7].

Групова діяльність також є дієвим інструментом для розвитку не лише просторових, але й соціальних навичок у дітей. Виконуючи колективні завдання, як-от складання конструкцій чи проєктування моделей, діти розвивають здатність аналізувати просторові зв'язки. Одночасно вони вчаться співпрацювати в команді, розвиваючи комунікаційні навички, здатність до кооперації та логічне мислення. Обмін думками під час обговорення спільних рішень сприяє вдосконаленню критичного мислення та здатності до аналізу.

Ключовим завданням педагогів у цьому процесі є створення сприятливого середовища для творчого експериментування. Вихователі повинні пропонувати завдання, які пробуджують цікавість, стимулюють аналітичне мислення та активізують дитячу уяву. Наприклад, демонстрація прикладів трансформації форм чи залучення дітей до створення моделей дозволяє їм закріпити отримані знання в практичній діяльності. При цьому педагогічна підтримка допомагає краще засвоїти складні поняття й підвищує впевненість дітей у власних можливостях.

РОЗДІЛ 2. РОЗВИТОК ПРОСТОРОВОЇ УЯВИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В 5-9 КЛАСАХ

2.1. Ключові аспекти і методи розвитку просторової уяви учнів 5-9 класів

Розвиток просторової уяви на уроках математики в 5-9 класах є надзвичайно важливим для формування в учнів навичок просторового мислення, які знадобляться їм не лише в навчанні, а й у повсякденному житті. Ось кілька ключових аспектів та методів, які можуть допомогти в цьому процесі:

1. Використання візуальних матеріалів

- Геометричні моделі: використання 3D-моделей геометричних фігур для демонстрації їхніх властивостей.
- Діаграми та графіки: застосування графічних зображень для пояснення просторових відносин.

2. Інтерактивні вправи

- Групові проекти: організація роботи в групах, де учні створюють моделі або вирішують просторові задачі разом.
- Ігри: використання ігор, які вимагають просторового мислення, наприклад, лабіринти або конструктори.

3. Практичні завдання

- Вимірювання: завдання на вимірювання об'єктів у класі або вдома, що допомагає учням зрозуміти реальні розміри та пропорції.
- Створення моделей: завдання на створення моделей будівель або інших об'єктів з паперу чи картону.

4. Технології

- 3D-моделювання: використання програм для 3D-моделювання, що дозволяє учням візуалізувати та маніпулювати геометричними формами.
- Віртуальна реальність: занурення в просторові задачі через VR-

технології, що робить навчання більш інтерактивним.

5. Інтеграція з іншими предметами

- STEM-проекти: поєднання математики з фізикою, технологіями та мистецтвом для створення комплексних проектів.
- Практичні приклади: використання прикладів з повсякденного життя, щоб показати, як математика застосовується в реальному світі.

Розвиток уяви в учнів відбувається під час вивчення усіх предметів, однак особливо важливим цей процес є у фізиці, астрономії та, зокрема, математиці. Геометрія, яка досліджує просторові форми матеріального світу, потребує добре розвиненої уяви, адже саме через неї людина здатна осмислювати форми предметів у просторі [3].

У пояснювальній записці до програми з математики зазначено, що викладання геометрії має на меті формування просторової уяви учнів. Це досягається систематичним вивченням фігур як на площині, так і в тривимірному просторі. Просторова уява є необхідністю не лише для шкільних занять, але й для професійної діяльності та повсякденного життя. Від розгляду плану поля чи будівлі до аналізу схем технічних пристроїв, створення викрою одягу або взуття — кожна з цих повсякденних задач вимагає залучення просторової уяви.

На жаль, у багатьох учнів рівень розвитку цієї психічної функції залишається низьким. Це утруднює виконання геометричних побудов при розв'язуванні задач і доведенні теорем. Часто школярам складно провести всі висоти трикутника, особливо прямокутного або тупокутного, вони не володіють принципами використання геометричних місць і стикаються з труднощами у розв'язуванні задач з невизначеною кількістю варіантів рішення.

Наприклад, при побудові трикутника за заданими основою та бічною стороною багато учнів не усвідомлюють, що задача має нескінченну кількість рішень. Вершини шуканих трикутників лежатимуть на колі, де центр — один із кінців основи, а радіус дорівнює довжині бічної сторони. Крім того, учні часто не розуміють, що при утворенні між даними сторонами кута 180° задача втратить

свій практичний сенс, адже трикутник у такому випадку не буде існувати.

У піраміді, де одна з бічних граней перпендикулярна до площини основи, наприклад, якщо основою виступає квадрат, учні часто припускаються помилки, проводячи висоту від вершини піраміді в центр основи, не враховуючи її перпендикулярність до бічної грані. Деякі школярі не помічають, що бічна грань правильної піраміді утворює перпендикуляр до площини, яка проходить через висоту піраміді та її апофему, розташовану в зазначеній грані [11].

При складанні НМТ нерідко з'ясовується, що окремі учні недостатньо впевнено орієнтуються у прочитанні просторових зображень. Вони не завжди помічають конкретні площини, мають нечітке розуміння мимобіжних прямих, неспроможні визначити лінії перетину заданих площин на рисунку або стикаються з труднощами під час побудови перерізів тіла площиною.

Ця проблема вказує на те, що розвиток просторової уяви має бути одним із ключових завдань середньої школи. Просторове уявлення формує окремий клас зорових уявлень, які дозволяють учням чітко сприймати розміщення геометричних фігур і тіл у просторі та відтворювати його за допомогою рисунків чи моделей. Для успішного формування таких здібностей необхідно створити багатий навчальний матеріал, що сприяє активному залученню наочності та виконанню практичних завдань, пов'язаних із розробкою моделей, кресленнями тощо.

Кожне просторове уявлення ґрунтується на зоровому сприйнятті, яке забезпечується рисунками або моделями. Отже, головною метою формування просторової уяви є створення геометричних образів у мисленні учнів на основі зорових відчуттів та сприймання [9].

Пізнавальний процес починається із відчуттів та сприймань. Оглядаючи навколишні предмети, людина порівнює нові образи з тими, які вже збереглися в її пам'яті. Формування уяви починається зі створення резерву конкретних уявлень, поступово накопичуваного в процесі життя. Уява виступає в ролі доповнення цих уявлень, особливо тоді, коли сприйнятий об'єкт є частково

завершеним або має неточності. Наприклад, навіть якщо фігура представлена лише у вигляді окремих точок, вона часто сприймається як цілісний образ.

Уява дозволяє здійснювати аналіз і синтез. Аналіз передбачає виділення окремих елементів з цілого (наприклад, кутів чи відрізків у геометричних фігурах), встановлення відношень між ними, а також визначення ознак чи властивостей об'єктів або явищ. У синтезі ж ці елементи об'єднуються для створення нового образу чи уявлення. В процесі роботи уява видозмінює наявні образи: вони можуть зливатися, доповнюватися рисами одне одного, набувати схожої форми або, навпаки, піддаватися акцентуванню чи послабленню окремих деталей чи образу загалом. Також можливі контрастні зміни, які інколи ведуть до кардинального протиставлення початковому вигляду. Таким чином, уява завжди ґрунтується на попередніх знаннях та досвіді.

Якість просторових уявлень значною мірою залежить від зорового сприйняття матеріальних форм у просторі. Саме тому для ефективного навчання геометрії вчитель має враховувати властивості людського ока та особливості сприймання. Однією з важливих проблем в цьому є недостатній розвиток так званого «геометричного зору» у школярів — їхнього вміння помічати всі деталі рисунків та правильно їх інтерпретувати. Крім того, існують специфічні геометрично-оптичні ілюзії, що можуть виникати через особливості будови ока. Проте практика показує, що ці труднощі можна подолати шляхом системного навчання. Уже з перших уроків геометрії слід активно розвивати в учнів здатність бачити і чітко сприймати геометричні форми та взаємодію їхніх елементів.

Вправи для учнів можуть бути різноманітними за змістом, проте їх головна мета залишається незмінною — розвиток геометричного зору та формування умінь аналізувати геометричні рисунки. Для досягнення цього завдання необхідно системно організовувати такі вправи відповідно до навчальної програми з геометрії [15].

Що стосується проблеми, пов'язаної з геометрично-оптичними ілюзіями, її

вирішення можливе шляхом пояснення учням причин виникнення подібних ефектів. Дослідження біофізиків свідчать, що сприйняття геометричних рисунків залежить від руху очей, які сліднують по основних лініях зображення. Саме ці рухи формують уявлення про розміри та форми фігур, а також сприяють розвитку просторового мислення.

Більшість геометрично-оптичних ілюзій виникає через хибну оцінку оком величини, форми та напрямку ліній, що прямо пов'язано з тривалістю руху очного яблука при спостереженні за зображенням.

Коли розглядати два відрізки, один із яких має роздвоєні кінці, а інший нагадує стрілку, виникають цікаві особливості візуального сприйняття. У першому випадку око здійснює триваліший рух в одному напрямку, що змушує сприймати такий відрізок як довший, хоча насправді вони рівні. Натомість у другому випадку траєкторія руху ока наче уповільнюється через кути форми, спрямовані всередину.

У процесі навчання геометрії важливо акцентувати увагу на розвитку точності та правильності зорового сприймання учнів, особливо їх навичок оцінювання "на око". Ці вміння є ключовими для формування просторових уявлень, які впливають на здатність розуміти геометричні концепції. Для цього слід активно залучати наочність: геометричні моделі, рисунки та проекції. Використання проекційного рисунка, зокрема, має особливе значення в цьому контексті.

Вчитель повинен прагнути до детального пояснення кожного геометричного терміну, символу чи твердження, забезпечуючи їхнє правильне і глибоке розуміння учнями. Життя і практика щодня доводять значення точного оцінювання відстаней, розмірів і інших аспектів "на око", без застосування будь-яких спеціальних приладів. Саме тому під час вивчення геометрії важливо розвивати навички окоміру у школярів, адже це сприяє створенню усвідомлених уявлень про довжину, площу, об'єм і пропорціональність, а також допомагає краще зрозуміти поняття простору.

Навички окоміру можна умовно поділити на кілька категорій. До них належать: визначення відстаней та вимірювання довжини, ширини й висоти (як у класі, так і в природному середовищі чи на картах); порівняння ламаних і кривих ліній із прямими; вимірювання кутів; оцінювання площ на планах і картах; а також порівняння об'ємів у просторових формах.

У навчальному процесі слід розпочинати розвиток окомірного визначення невеликих дистанцій, таких як 1 см, 5 см, 2 дм, 5 дм, 7 дм, 2 м, 4 м, 5 м, 10 м. Для цього варто використовувати наочні матеріали: відрізки, накреслені на папері або дошці, об'єкти для спостереження на моделях геометричних тіл чи частинах машин. Навчання включає визначення відстані на око з наступною обов'язковою перевіркою за допомогою таких інструментів, як лінійка чи рулетка. Також корисно організовувати вправи, спрямовані на побудову геометричних фігур або відрізків заданих розмірів на око, із подальшим уточненням точності завдяки використанню вимірювальних приладів.

Класне середовище має бути обладнане допоміжними засобами: таблицями з відрізками різної довжини в різних положеннях, зображеннями фігур і тіл конкретних розмірів, а також елементами машин та іншими навчальними матеріалами. Деякі вчителі встановлюють на край класної дошки паперову стрічку з нанесеними сантиметровими поділками як орієнтири для точного визначення розмірів при виконанні креслень.

Для розвитку здатності оцінювати більші дистанції необхідно проводити окомірні вимірювання на місцевості. Учням пропонується оцінювання відстаней у межах 20 м, 100 м, 200 м, 500 м чи навіть 1 км. Спершу відстані визначаються на око, а потім перевіряються за допомогою кроків чи інструментів. Цей процес включає порівняння із вже відомими величинами. Оскільки розвиток окомірних навичок має індивідуальний характер, доцільно давати кожному учневі окремі завдання. Варто навчати визначення дистанції не лише углиб (вперед), але й по фронту та у вертикальній площині.

Для точнішого сприйняття віддалей на око необхідно ознайомити учнів із

прикладами конкретних відстаней до видимості різних об'єктів. Наприклад, великі заводські димарі можна бачити за 16–20 км, млини чи вітряки — за 10–15 км, вікна в будинках — за 4 км, димарі — за 3 км, люди й дерева стають помітними за 2 км, телеграфні стовпи — за 1 км, а деталі обличчя людини, зокрема очі, можна розгледіти з відстані близько 60 м.

Особливо цікаво учням дізнаватися про особливості просторового сприйняття. Простір із заповненими предметами здається більшим порівняно з відкритою рівнинною територією. Наприклад, при оцінюванні відстані між двома об'єктами вона видається меншою, якщо між ними немає зовнішніх перешкод чи елементів. Натомість присутність проміжних предметів або вплив погодних умов, таких як туман чи дощ, створює ілюзію збільшеної дистанції.

Необхідно враховувати той факт, що візуальне сприйняття предметів залежить від їхнього кольору, розмірів та розташування. Наприклад, світлі об'єкти, більші за розмірами або групи людей справляють враження більшої близькості, порівняно з окремою людиною чи маленькими та темними предметами. Людина, що знаходиться на фоні чорного поля і вдягнена у зелений одяг, здається візуально ближчою до спостерігача, ніж та ж людина на фоні засніженої поверхні.

Учні проводять оцінювання відстаней як орієнтовно "на око", так і за допомогою спеціальних вимірювальних приладів. Результати таких досліджень ретельно фіксуються в окремих таблицях, де зазначаються отримані величини, абсолютні і відносні похибки між різними методами вимірювання. Ці таблиці служать важливим навчальним матеріалом для вчителів, які використовують їх у вправах із наближених обчислень, допомагаючи учням закріпити практичні навички аналізу даних і точності вимірювань.

Визначення відстаней "на око" за планами або картами становить додаткову складність, оскільки для правильного розрахунку необхідно враховувати масштаб і переводити розміри на плані або карті у реальні показники. Така робота потребує уважного вибору графічних матеріалів, які

повинні бути логічно організовані у відповідних послідовностях різних масштабів. Це дозволяє учням більш ефективно ознайомлюватися з методом переходу між картографічними умовностями та реальністю.

Учням важливо надати знання про конструкцію та практичне використання масштабних лінійок і вимірювального циркуля, адже ці інструменти формують основу для точних геометричних вимірювань. Одним із ключових аспектів розвитку окоміру є систематичне виконання практичних вправ. Наприклад, під час вивчення трикутників учні мають на око оцінювати довжини сторін, висоти, бісектриси й медіани. При вивченні паралельних прямих вони повинні визначати між ними відстань, а також знаходити довжину відрізка січної, що розташований між паралелями. У розділі «Коло» слід виконувати вправи, пов'язані з вимірюванням дуг у градусах, довжин діаметрів, хорд та віддалей між центрами кіл [14].

У 6-7 класах важливо навчити учнів вимірювати не лише відрізки прямих, але й ламаних й кривих ліній. Для цього варто впроваджувати вправи з порівняння довжин ламаних ліній із прямими, кривих ліній із хордами чи іншими елементами геометрії. Перевірка результатів окомірних вимірювань виконується за допомогою курвіметра — пристрою, який працює за принципом заміни кривої лінії ламаною, вписаною в криву. Цей прилад учні можуть зробити самостійно, прикріпивши градуйований металевий кружечок до дерев'яної ручки. Його можна застосовувати не тільки для геометричних задач, але й для вимірювання відстаней на географічних картах.

На уроках геометрії та тригонометрії учнів слід навчати оцінювання кутів на око, враховуючи можливі значні відхилення від реальних значень. Для полегшення навчання необхідно використовувати таблиці кутів різного розміру та спеціальні кутові прилади. Такі пристрої можна виготовляти власноруч - наприклад, фанерний круг із нанесеними градусними й радіанними поділками з одного боку та рисою 0° в центрі з рухомою планкою з іншого боку. Один учень визначає величину кута між нульовою рисою і планкою, а інший або вчитель повідомляє точне значення.

Завдання поступово мають ускладнюватися: окомірне визначення стандартних кутів (5° , 10° , 20° , 30° , 45° , 60° , 90° , 120° , 180° , 270°), вибір потрібного кута серед кількох запропонованих, застосування отриманих навичок для вимірювання кутів на рисунках чи місцевості. Завдання можна успішно виконувати за допомогою екера, екліметра чи астролябії. Також варто навчити школярів користуватися флюгером і компасом, ознайомлюючи їх із принципами роботи цих пристроїв та можливими сферами їх застосування.

Вправи з окомірного вимірювання та порівняння площ є надзвичайно важливим етапом навчання, спрямованим на формування геометричних уявлень у дітей. Ця діяльність може здійснюватися у двох напрямках для забезпечення більш глибокого засвоєння матеріалу. З одного боку, учням пропонується вимірювати та порівнювати площі, які постійно присутні в їхньому оточенні, такі як площі підлоги, стін, вікон і дверей, а також предметів побуту, наприклад, столів чи шкільної дошки. Окрім цього, важливою частиною навчання є робота з площами ділянок землі, вираженими в площинах, як-от ари, гектари та інші реальні одиниці вимірювання.

З іншого боку, практична робота інтегрується із завданнями на основі карт, таблиць та планів. Учні пропонується порівнювати площі реальних геометричних фігур з аналогічними елементами на наведених зображеннях. Для зручності таких порівнянь можна використовувати палетку - простий інструмент, що дозволяє визначати площу криволінійних фігур.

Для того щоб учні збагатили свої геометричні уявлення, учитель має продумано й поетапно розробляти серії вправ для кожного тематичного розділу геометрії. З самого початку навчання необхідно активно залучати дітей до створення чіткого образу кожного базового геометричного елемента: точки, відрізка, кута, прямої лінії чи трикутника. Педагог має постійно вимагати від учнів візуалізації цих елементів, закликаючи їх показувати уявний образ на рисунках, фізичних моделях або реальних предметах. Для цього можна використовувати найпростіші інструменти: олівець, ручку, зошит, книгу, крейду чи навіть поверхню стола.

Паралельно з вивченням плоских геометричних фігур, таких як трикутник, паралелограм або трапеція, вчитель заохочує дітей знаходити в своєму оточенні приклади цих фігур. До таких прикладів можуть належати форми вікон і дверей, контури дахів будинків або навіть обриси поштової скриньки. Цей метод не тільки сприяє розвитку спостережливості та зорової пам'яті учнів, але й допомагає їм побачити практичне застосування теоретичних знань у повсякденному житті. Таким чином, навчання геометрії стає не просто абстрактним процесом освоєння теорії, а дієвим способом формування практичних навичок і розширення кругозору школярів.

Для ефективного формування геометричних уявлень у школярів важливо, щоб вони не лише сприймали різноманітні фігури та їхні положення, але й спостерігали за предметами, які можуть слугувати візуальними аналогами для відповідних понять. Наочні матеріали з геометрії мають бути максимально різноманітними. Проте, у підручниках кожне нове геометричне співвідношення, представлене через теорему, найчастіше ілюструється лише одним рисунком. У зв'язку з цим учителі доповнюють навчання додатковими вправами [1-3].

Наприклад, після доведення теореми про зовнішній кут трикутника учням пропонують накреслити всі зовнішні кути трикутника, визначити вертикальні кути на його вершинах, що не є зовнішніми, та пояснити причину. На наступних заняттях завдання поступово ускладнюються. Учні отримують вправи на пошук кутів, кожен з яких є зовнішнім для декількох трикутників в комплексній фігурі. При цьому слід вказати, для яких трикутників ці кути є зовнішніми, а також встановити, з якими іншими кутами вони утворюють відповідні співвідношення.

Щоб покращити розуміння учнями таких понять, як геометричне місце точок на площині, з яких даний відрізок видно під постійним кутом, варто застосовувати моделювання. Для цього на картоні або фанері креслять коло та проводять хорду, до кінців якої закріплюють гумовий шнур. Шнур фіксують маленькою указкою й проводять нею по контуру намальованого кола. Таким чином створюється множина вписаних кутів однакової величини, що сприяє засвоєнню геометричного поняття на практиці.

Перед викладенням теореми про можливість описати коло навколо довільного трикутника, вчителі організовують для учнів практичну роботу. Завдання полягає у проведенні перпендикулярів через середини сторін різних типів трикутників: правильних, рівнобедрених, різносторонніх, гострокутних, прямокутних і тупокутних. Після виконання завдання учні мають зробити висновки щодо положення точки перетину цих перпендикулярів стосовно кожного трикутника. Така підготовка сприяє тому, щоб після доведення теореми учні могли узагальнити свої спостереження і сформулювати висновки про місцезнаходження центра описаного кола навколо конкретного трикутника.

Деякі педагоги розширюють геометричні уявлення своїх учнів, використовуючи демонстрацію рухомих моделей. Ці моделі наочно ілюструють властивості геометричних місць точок на площині, показують процеси трансформації одних геометричних фігур в інші, а також демонструють збільшення кількості сторін у багатокутниках.

Коли переходять до доведення теореми про довжину кола, виникає необхідність осягнення ряду узагальнених понять і визначень. Їх основою є процес поступового подвоєння числа сторін багатокутника. Багатьом учням важко осягнути сутність цієї теореми, адже вони здебільшого механічно повторюють за вчителем або підручником викладений матеріал, не усвідомлюючи ключової ідеї нескінченного подвоєння сторін багатокутника. Для того щоб допомогти учням зрозуміти цей процес і полегшити встановлення єдиної межі для периметрів вписаних і описаних багатокутників, рекомендується застосовувати спеціальний навчальний прилад.

Такий прилад складається з фанерного щитка, закріпленого на підставці. На білому щитку намальоване коло, всередині якого вміщено правильний шестикутник, виконаний з гумового шнура. До середини кожної сторони шестикутника прив'язані білі нитки, які з'єднані за щитком спільною тягою. Завдяки поступовому натягуванню тяги шестикутник трансформується в 12-кутник, а при подальшій дії кількість сторін багатокутника зростає. Такий прилад не лише демонструє процеси трансформації, але й унаочнює ключові аспекти

теореми, допомагаючи учням краще засвоїти навчальний матеріал.

Досвід показує, що для розвитку геометричних уявлень учнів корисно окремо акцентувати увагу на частинах рисунка. Наприклад, при доведенні теореми про перпендикуляр, проведений з вершини прямого кута на гіпотенузу, варто винести зображення двох трикутників, які утворюються після проведення перпендикуляра.

Особлива увага приділяється планіметрії, адже саме планіметричні образи легше сприймати, і вони активно використовуються учнями під час вивчення стереометрії. У процесі роботи з просторовими фігурами ці образи зустрічаються у різноманітних комбінаціях і сукупностях, таких як грані чи перерізи тіл.

Важливо розв'язувати задачі планіметрії, які вимагають проведення допоміжних ліній на рисунку, оскільки подібний підхід часто застосовується і в стереометрії. Самі вправи з планіметрії можна адаптувати до тривимірного простору, хоча стереометрія має свої специфічні особливості.

Просторова уява є ключовою під час вивчення стереометрії через те, що реальний фізичний простір має три виміри. Наприклад, у 9 класі важливо використовувати моделі призми, паралелепіпеда або піраміди для засвоєння теми «Прямі та площини». На цих моделях можна демонструвати можливі просторові взаємодії між прямими та площинами. Теми «Двогранний кут» і «Многогранний кут» варто опановувати на основі геометричних тіл, які є їх складовими.

Учнів слід привчати знаходити стереометричні фігури у повсякденних предметах навколишнього середовища. Такий підхід сприяє розширенню їхніх уявлень про геометричні тіла та розвитку навичок розчленовувати комплексне на простіші елементи. Не менш важливим є залучення учнів до виконання завдань із моделювання; наприклад, створення конструкцій з плоскими перерізами тіл. Такі моделі допомагають логічно пояснити певні властивості тіл. Використовуючи лише дріт і нитки, можна створювати каркасні моделі паралелепіпедів чи пірамід, додавати нитяні діагоналі, висоти чи інші лінійні

елементи для конкретного уявлення про розташування плоских перерізів фігур.

Під час освоєння теми «Тіла обертання» важливо забезпечити учнів наочними демонстраціями процесу утворення поверхонь обертання, таких як циліндрична, конічна та сферична. З цією метою доцільно використовувати рухомі моделі, які дозволяють наочно і детально пояснити, як саме створюються ці геометричні форми. Такий підхід стимулює інтерес до предмета та сприяє кращому засвоєнню матеріалу.

У процесі розв'язування задач, пов'язаних із комбінаціями тіл, корисним буде застосування наочних посібників, зокрема плакатів, випущених ще у 1953 році видавництвом «Радянська школа». Вони наочно і лаконічно демонструють принципи побудови геометричних форм. Додатково можна включити моделі, виготовлені власними руками учнів, що не лише покращить розуміння теоретичного матеріалу, але й надасть практичного змісту навчальному процесу. Особливо слід акцентувати увагу на задачах, де здійснюється взаємний переріз тіл, оскільки такі ситуації часто зустрічаються у технічному проектуванні, і розуміння їх може бути корисним у подальшій професійній діяльності.

Особливого значення варто надати такій цікавій геометричній поверхні, як тор, який утворюється шляхом обертання кола навколо осі, що проходить через його центр або поза ним. Ця кільцева форма, разом із циліндричною та конічною поверхнями, знаходить широке застосування в сучасній техніці. Ознайомлення учнів із такими формами допомагає їм розширити свої знання про геометричні об'єкти і їх практичне застосування [16].

Збагачення просторових уявлень учнів є ключовим для формування їх здатності мислити тривимірно. Однак досвід показує, що навіть цього може бути недостатньо для реалізації повноцінного навчального ефекту. Необхідно вводити спеціальні вправи, спрямовані на розвиток просторової уяви. Наприклад, вже на етапі вивчення планіметрії учням можна пропонувати доводити теореми усно, без опори на рисунки – це допоможе їм навчитися "бачити" необхідні побудови в своїй уяві. Враховуючи початковий рівень навичок школярів, доцільно

спочатку проводити паралельний аналіз: використовуючи і рисунки, і уявні побудови одночасно. А згодом, коли їхні здібності розвинулися достатнім чином, переходити до розмірковувань виключно уявно. Такий поетапний підхід сприяє поступовому розвитку аналітичного мислення та просторового бачення.

Розвиток уяви учнів стимулюється проведенням різноманітних експериментів та використанням наочних матеріалів, особливо тих, що відображають рух: рухомі моделі, такі як шарнірний паралелограм, ромб чи трапеція, а також трансформації геометричних фігур. Наприклад, у 8 класі під час вивчення теми площ многокутників зручно застосовувати рухомі моделі для освоєння процесу перетворення та створення рівновеликих фігур. Це дозволяє, зокрема, доводити теорему Піфагора методом рівноскладених фігур через різні геометричні підходи.

Для повного розуміння теорії і її практичного застосування в розв'язуванні задач необхідно навчити учня створювати детальне уявлення просторових об'єктів. Наприклад, для відповіді на запитання: «Чи можна назвати кубом паралелепіпед, бічні грані якого є квадратами?», учень має уявно сформулювати образ цієї фігури. В процесі роздумів над задачею він може сказати: «Не завжди, тому що основою такого паралелепіпеда може бути і ромб».

Розглянемо механізм мислення учня при обдумуванні такого запитання. Учень багато разів бачив куб і знає, що його шість граней є квадратами. У старших класах він практикував побудову куба на проєкційному рисунку та запам'ятав його визначення як різновид прямокутного паралелепіпеда. Для аналізу запитання учень спершу будує ментальний образ паралелепіпеда, де квадратними є обидві основи і дві суміжні бічні грані, одночасно пригадуючи теорему про властивості протилежних граней. Такий об'єкт може бути названий кубом.

Якщо ж учень представить варіант паралелепіпеда, де всі чотири бічні грані - квадрати або квадратичними є обидві основи та дві протилежні бічні грані, він може прийти до висновку, що ці бічні грані здатні бути ромбами. Також

важливо пам'ятати, що ромб може бути квадратом. Комбінуючи у своїй уяві різні можливі взаємні положення квадратів у паралелепіпеді, учень покращує свої логічні здібності та розвиває просторове мислення.

Для розвитку просторового мислення особливо корисними є задачі, що стосуються визначення геометричних місць у просторі, а також вправи з детального опису геометричних фігур, зображених на рисунках, із зазначенням взаємного розташування їх складових елементів.

Протягом усього курсу стереометрії важливо регулярно практикувати усні вправи з використанням відповідних моделей для демонстрації. Наприклад, при розв'язуванні задачі про плоский переріз куба таким чином, щоб утворити п'ятикутник, учень має самотійно уявити форму об'єкта та шуканий переріз без візуальної опори на сам куб.

Ефективно впливають на розвиток просторового мислення й задачі без лінійних вимірів. До таких належать, наприклад: розрахунок кута між діагоналлю куба і його гранню; визначення кута між діагоналями куба; знаходження кута між гранями правильного тетраедра.

Практикувати подібні вправи варто на всіх етапах навчання - під час перевірки знань, пояснення нового матеріалу або повторення вивченого.

Для більшості методів розвитку просторового мислення ключову роль відіграє демонстрація моделей і графічне зображення фігур. Проте, із набуттям учнями більшого розуміння стереометричних рисунків, наочні моделі поступово перестають бути основним інструментом. Їх замінюють рисунки, на основі яких учні вчаться уявляти перерізи многогранників, круглих тіл, їх комбінації або окремі складові елементи. Саме тому зображення рисунків на площині набуває великого значення, адже такі побудови є найефективнішим засобом розвитку просторового мислення.

Працюючи з рисунками, учню важливо чітко уявляти, які елементи геометричного тіла - кути, відрізки, грані чи перерізи - співвідносяться із площиною рисунка, або паралельні їй. Це допомагає визначити, які з елементів

зазнають викривлення під час графічного відображення. Вирішуючи завдання, учень має правильно ідентифікувати всі зазначені у задачі елементи на рисунку. Точне графічне відображення сприяє формуванню коректного уявлення про геометричне тіло та дає можливість швидше знайти рішення.

Процес роботи над доведенням теореми чи розв'язанням геометричної задачі умовно складається з трьох етапів: усвідомлення умов задачі та визначення того, що потрібно довести; виконання додаткових побудов; узагальнення думки й формулювання остаточного висновку. Виклад теореми обов'язково супроводжується кресленням відповідного рисунка.

Рисунок є центральною основою для побудови логічних міркувань. Завдяки графічному зображенню окремі етапи доведення органічно об'єднуються в єдиний комплекс геометричних відношень і зв'язків. Крім того, рисунок слугує потужною опорою для пам'яті: достатньо згадати його структуру, аби повністю відтворити хід доведення. Таким чином, у процесі навчання ключове значення повинно надаватися створенню просторових фігур безпосередньо під час пояснення матеріалу вчителем. Це стимулює розвиток живої уяви учнів і сприяє формуванню навичок просторового мислення.

Для досягнення цієї мети рисунок потрібно створювати поступово, синхронно із процесом доведення теореми. Такий підхід привчає учнів до узагальненого сприйняття графічного зображення через його словесний опис. Чітка й зрозуміла побудова рисунка не лише сприяє глибшому розумінню геометричної термінології та символіки, але й забезпечує точність, послідовність та логічність мовлення, яке є базою для розвитку просторового мислення.

Застосування цих методів щодо формування і вдосконалення просторових уявлень забезпечує ґрунтовніше засвоєння геометричних знань. Як свідчить практичний досвід, такі знання є необхідними не лише для подальшого навчання, а й для вирішення різноманітних задач у реальному житті.

2.2. Методичні підходи до формування просторового мислення в умовах STREAM-освіти

У сучасній освітній системі надзвичайно актуальним є акцент на формуванні когнітивних навичок, серед яких особливе місце займає просторове мислення. Цей аспект є ключовою компонентою для становлення широкого спектра компетентностей, що охоплюють здатність орієнтуватися у просторі, аналізувати взаємозв'язки між різними об'єктами та ефективно вирішувати практичні задачі. Саме в дошкільному віці закладаються початкові основи, які стають фундаментом для подальшого успішного навчання в школі. Однією з провідних методик у цьому плані є програма «STREAM-освіта», яка об'єднує такі важливі напрямки, як наука, технології, інженерія, мистецтво та математика. Завдяки її впровадженню створюються оптимальні умови для всебічного розвитку просторових уявлень у дітей старшого дошкільного віку. Крім того, ця програма активно сприяє формуванню не лише логічного мислення, але й стимулює розкриття творчого потенціалу дитини та поглиблює її просторове сприйняття в різноманітних аспектах навчання.

Формування просторового мислення має надзвичайно важливе значення для когнітивного розвитку дітей, адже саме цей вид мислення слугує фундаментом для становлення здатності орієнтуватися у навколишньому середовищі, а також для вирішення різноманітних завдань, особливо тих, які стосуються математики та природничих наук. У дітей старшого дошкільного віку просторові уявлення розвиваються завдяки активній діяльності, спрямованій на дослідження особливостей простору та встановлення взаємозв'язків між об'єктами. Таке навчання відіграє ключову роль у підготовці до шкільного процесу, оскільки у вивченні геометрії й математики просторове мислення є невід'ємним елементом, що впливає на успішність засвоєння матеріалу.

Впровадження STREAM-освіти, що гармонійно інтегрує науку, технології, інженерію, мистецтво та математику, відкриває широкі можливості для всебічного розвитку просторових уявлень. Такий підхід дає змогу поєднувати

дисципліни, стимулюючи інтерес дітей до активної участі у практичних заняттях, що сприяють не лише глибшому пізнанню довкілля, але й розбудові їхнього творчого та аналітичного потенціалу.

Цього можна досягти, враховуючи наступні аспекти.

1. Вплив ігор на формування просторового мислення

Просторове мислення є ключовим елементом когнітивного розвитку дітей старшого дошкільного віку, охоплюючи здатність орієнтуватися у просторі, розпізнавати, взаємодіяти та маніпулювати об'єктами, а також визначати їхні взаємозв'язки. Воно забезпечує дітям уміння сприймати навколишній світ у тривимірній перспективі, що закладає основу для розвитку таких важливих навичок, як математичне мислення, логічне аналізування та абстрактне уявлення. Формування просторових уявлень відбувається через практичну діяльність і відіграє вирішальну роль у розвитку складніших когнітивних функцій.

Дослідження Pira та Säljö демонструють, що розвиток просторового мислення в дітей значною мірою залежить від постійної взаємодії з фізичним середовищем. Коли діти працюють із предметами, вони поступово розвивають здатність уявляти, переміщувати та маніпулювати ними в просторі. Це сприяє кращому розумінню просторових взаємозв'язків між об'єктами, а також дає їм змогу усвідомлювати змінність предметів залежно від їхніх розмірів, форми чи просторової орієнтації.

Таким чином, просторове мислення виступає важливим чинником формування математичних та геометричних понять, таких як симетрія, об'єм, площа чи планування простору. Важливим аспектом його розвитку є здатність дитини маніпулювати об'єктами та уявляти їх у різноманітних формах. Це дозволяє ефективніше працювати з базовими геометричними елементами й формувати уявлення про їхні трансформації у процесі переміщення чи взаємодії.

Вплив ігрової діяльності на формування просторового мислення у дітей є важливою складовою їхнього когнітивного розвитку. Ігри з предметами, а також інтерактивні завдання, що вимагають активної маніпуляції об'єктами, відіграють ключову роль у сприянні розвитку цієї здібності. Вони стимулюють дітей до

активної орієнтації в просторі, формуючи вміння розпізнавати та взаємодіяти з формою, розмірами, відстанню між елементами та їхнім взаємним розташуванням. Наприклад, гра з конструкторами, складання пазлів або розробка тривимірних моделей відчутно впливає на розвиток просторової пам'яті, спроможність маніпулювати об'єктами в умовах завдань, що передбачають складну аналітику, необхідну для вирішення ситуацій у просторі.

У контексті досліджень Gerber і Szendroi доведено, що через ігрову діяльність діти навчаються перетворювати окремі елементи у складені об'єкти, що не лише поглиблює їхні просторові уявлення, а й розвиває прикладні навички вирішення задач практичного характеру. Такі ігри збільшують залученість дітей у навчання, дозволяючи їм освоювати роботу з різноманітними геометричними формами, які є базою для розвитку математичних понять у майбутньому. Згідно з висновками Loughlin та Luntamo, інтеграція ігор, які акцентують взаємодію дітей із просторовими компонентами та включають рухові активності, допомагає сформувати здатність розпізнавати просторові співвідношення в реальному середовищі. Це особливо важливо для системного розвитку мислення, пов'язаного з просторовими можливостями.

Не менш значущим є аспект ігор, що сприяють просторовому плануванню. У процесі такої діяльності дитина набуває досвіду визначення оптимального розташування елементів для створення завершеного образу чи моделі. Використання широкого спектра матеріалів у таких іграх, включаючи пластилін, дерев'яні конструкції чи геометричні фігури, не лише розширює можливості дітей у роботі з формами і розмірами, а й дає змогу засвоїти фундаментальні поняття, як-от симетрія, об'єм та пропорційність. Цей процес є ключовим етапом для становлення у дітей здатності до структурного аналізу й творчого мислення, що стане в основі їхнього подальшого навчання й адаптації до складніших задач.

2. Роль навчальних завдань у формуванні просторових навичок

Роль навчальних завдань у формуванні просторових навичок є визначальною для розвитку просторового мислення дітей старшого дошкільного віку, закладаючи фундамент для подальшого навчання і особистісного

зростання. Навчальні завдання, спрямовані на просторову орієнтацію та взаємодію з об'єктами, зокрема розпізнавання форм, обсягів і напрямків, допомагають дітям створити уявлення про структуру простору, його властивості та взаєморозташування предметів. Таким чином, діти набувають навичок маніпулювання об'єктами в тривимірному середовищі, поступово усвідомлюючи закономірності та зв'язки, які лежать в основі просторових взаємовідносин і часто виступають ключовими для ефективного навчання в математиці.

Особливу роль відіграють завдання, пов'язані зі зміною умовних параметрів об'єктів, таких як їхня форма, розмір або позиція. Такі активності розвивають здатність дітей до просторової пам'яті, адже вони покликані утримувати в своїй уяві інформацію про розташування елементів у просторі та відтворювати їх навіть після певних змін чи часу. Цей напрямок навчання сприяє формуванню абстрактного мислення, яке є основою для багатьох когнітивних процесів, зокрема здатності до складання планів та прогнозування результатів. Дослідники Bassett і Hugh наголошують, що практикування завдань із просторовою орієнтацією стимулює навички планування і розширює можливість дітей маніпулювати просторовими відносинами у реальному світі.

Додатково, виконання вправ із використанням геометричних форм і тривимірних моделей відкриває перед дітьми підґрунтя для засвоєння основ геометрії та вдосконалення вміння вирішувати практичні задачі, пов'язані з орієнтацією в просторі. Активна робота з такими завданнями, за даними Gerber і Szendroi, позитивно впливає на розвиток просторової уяви дитини. Просторова уява виступає як базис для освоєння більш складних математичних концептів, одночасно розширюючи когнітивні можливості та підготовлюючи дітей до вирішення професійних і творчих задач у майбутньому.

3. Взаємозв'язок просторових уявлень і математичних навичок

Просторове мислення у дітей старшого дошкільного віку відіграє важливу роль у формуванні їхніх математичних навичок. Здатність сприймати та взаємодіяти з геометричними формами, об'ємами, а також оцінювати відстань і пропорції в просторі закладає основу для розуміння ключових математичних

аспектів, таких як симетрія, площа, об'єм і координати. Тому приділення уваги розвитку просторових уявлень є важливим етапом підготовки до шкільного навчання з математики.

Робота з геометричними фігурами допомагає дітям усвідомити взаємозв'язки між ними, що є основою для засвоєння базових принципів геометрії. Дослідники Kosslyn та Thompson наголошують, що діяльність, пов'язана з оцінкою розмірів, пропорцій і моделюванням, сприяє активному формуванню просторового мислення, яке впливає на розвиток математичних здібностей у дошкільному віці.

Практичні завдання, спрямовані на визначення положення предметів у просторі або маніпуляції ними, наприклад створення карт чи схем, допомагають дітям краще зрозуміти абстрактні математичні поняття через роботу з реальними об'єктами. Як зазначають Newcombe та Frick, діти з розвиненим просторовим мисленням легше опановують математичні ідеї. Їхні навички уявного моделювання сприяють більш глибокому засвоєнню таких складних концепцій, як координати, симетрія та вимірювання відстаней.

Таким чином, розвиток просторових уявлень є одним із ключових компонентів формування математичних компетентностей. Вони дозволяють дітям опановувати базові концепції, які слугуватимуть міцним фундаментом для подальшого навчання.

4. Технічні ігри як засіб формування просторового мислення

Технічні ігри, серед яких варто виокремити конструктори, моделювання та виконання інженерних завдань, виступають надзвичайно ефективним інструментом для розвитку просторового мислення у дошкільнят старшої вікової групи. Завдяки такій діяльності діти отримують можливість практично взаємодіяти з тривимірними об'єктами, модифікуючи їх форму, змінюючи розташування та встановлюючи взаємозв'язки між складовими елементами. Цей процес сприяє не лише формуванню вміння планувати в просторі, але й розвиває уявлення про комплексні системи взаємозв'язків, а також стимулює логічне мислення, що є ключовим компонентом інтелектуального розвитку.

Особливу увагу заслуговують наукові дослідження, проведені Bassett та Hugh, які наголошують на важливості технічних ігор для засвоєння базових понять простору. До таких понять відносяться об'єм, площа, симетрія та координатні співвідношення, які закладають основу геометричного мислення. Крім того, ці ігрові активності активно пропагують розвиток критичного мислення, адже діти стикаються із завданнями, що вимагають пошуку оптимальних рішень та осмисленого використання власних просторових уявлень для створення складних конструкцій.

Не менш значущою перевагою технічних ігор є їхній внесок у розвиток моторних навичок. Практика роботи з дрібними деталями конструкторів вимагає високого рівня точності рук та координації рухів, що безпосередньо впливає на розширення уявлень про простір через фізичний досвід. Як доводять дослідники Loughlin і Luntamo, такі заняття стають важливим стимулом для вдосконалення моторної сфери, яка тісно пов'язана із здатністю розуміти та управляти просторовими ситуаціями.

Таким чином, технічні ігри гармонійно поєднують практичну складову із когнітивною діяльністю, створюючи потужну платформу для засвоєння поняття простору. Вони не тільки сприяють розвитку фундаментальних навичок у дітей, але й готують їх до успішного освоєння математичних концепцій та технічних дисциплін у подальшому навчанні. Завдяки своєму багатогранному впливу ці ігри стають важливим компонентом сучасного підходу до освітнього процесу.

5. Використання сенсорної діяльності для формування просторових навичок

Сенсорна діяльність відіграє вирішальну роль у розвитку просторових навичок у дітей старшого дошкільного віку. Взаємодія з предметами різних форм, розмірів і текстур не лише вдосконалює тактильне сприйняття, але й сприяє формуванню здатності орієнтуватися у просторі, оцінювати відстані та розташування об'єктів. Сенсорні ігри, що передбачають маніпулювання предметами, формують у дитини уявлення про форму, обсяг і просторові дистанції, створюючи основу для розвитку просторового мислення.

Дослідження Ганьє демонструють, що практична сенсорна взаємодія позитивно впливає на формування просторових уявлень. Завдання на порівняння розмірів об'єктів або визначення відстаней між ними допомагають покращити просторове сприйняття й одночасно закладають основу для подальшого засвоєння математичних концепцій, таких як вимірювання та аналіз простору.

Розвиток просторового сприйняття через сенсорні ігри дозволяє дітям краще розуміти не лише самі предмети, а й їхнє взаємне розташування в просторі. Як зазначають Ньюкомб і Фрік, сенсорна діяльність полегшує процес усвідомлення того, як елементи можуть співіснувати й переміщуватися. Це важливо для оволодіння навичками просторового планування і практичної роботи з предметами.

Таким чином, сенсорна діяльність є потужним інструментом для формування просторового мислення. Завдяки активації різних сенсорних каналів діти більш глибоко сприймають навколишній простір, закладаючи надійну основу для розширення їхніх просторових здібностей.

6. Розвиток просторової пам'яті через спеціальні вправи

Просторова пам'ять відіграє фундаментальну роль у формуванні просторового мислення, забезпечуючи здатність запам'ятовувати розташування об'єктів і взаємозв'язки між ними. Її розвиток значною мірою залежить від використання вправ, спрямованих на запам'ятовування, відтворення та маніпуляцію просторовими об'єктами. Завдання такого типу навчають дітей краще орієнтуватися в просторі, виявляти зміни в розташуванні предметів і прогнозувати їхні наслідки. За результатами досліджень Jirout і Newcombe, виконання вправ із просторовими схемами, картами чи моделями сприяє покращенню здатності запам'ятовувати локалізацію об'єктів, їх форми та взаємне розташування. Це є ключовим етапом у розвитку когнітивних навичок, зокрема планування і вирішення задач, пов'язаних із простором.

Як практичний приклад, дітям можна запропонувати завдання на запам'ятовування розташування предметів у кімнаті або відтворення тривимірних конструкцій після їх розбірки. Дослідження Frick (2020) доводить,

що такі вправи не лише стимулюють розвиток просторової пам'яті, але й підвищують когнітивну гнучкість. Під час виконання завдань діти інтегрують отриману інформацію зі своїм реальним сприйняттям, що сприяє ефективнішій розумовій діяльності.

Таким чином, цілеспрямоване тренування просторової пам'яті є важливою складовою формування просторового мислення в дітей старшого дошкільного віку. Завдяки цьому вони набувають навичок орієнтування у просторі, запам'ятовування складних конфігурацій і їх точного відтворення.

7. Вплив соціального середовища на формування просторового мислення

Вплив соціального середовища на розвиток просторового мислення, особливо у дітей старшого дошкільного віку, має виняткове значення, оскільки саме в цей період починають формуватися базові навички орієнтування в просторі та осмислення взаємозв'язків між об'єктами. У процесі взаємодії з однолітками та дорослими, під час участі у групових іграх чи виконання колективних завдань діти потрапляють в середовище, яке сприяє активному розвитку їх когнітивних здібностей та соціальних навичок. Ці види діяльності допомагають створити ситуації, де просторові уявлення формуються природним і взаємопов'язаним чином.

Спільні ігри та завдання підштовхують дітей до обговорення власних ідей, вирішення спільних проблем та домовляння щодо виконання певних просторових завдань, що водночас збагачує їх мислення і навички соціальної взаємодії. Дослідження, проведені Dorsch і Hennessey, показують, що активна участь у спільній грі значно полегшує засвоєння дітьми ключових концептів просторових відносин, таких як «вгорі», «внизу», «спереду» або «позаду». Виконання групових завдань дозволяє дітям краще інтегрувати ці поняття у своє сприйняття світу через практику активного планування та пояснення власних дій іншим учасникам.

Важливу роль у цьому процесі відіграють дорослі, які не лише сприяють організації групового навчання, але й додають до нього елементи

цілеспрямованих завдань. Наприклад, запропоновані ними заходи можуть включати побудову маршрутів на основі опису чи пошук об'єктів за заданими характеристиками. Така підтримка стимулює дітей до більш глибокого осмислення простору та розвитку відповідних когнітивних стратегій, які поступово переходять у навички самостійного прийняття рішень.

Як зазначають у своїх роботах Loughlin і Lee, взаємодія дітей із більш досвідченими учасниками середовища сприяє формуванню поведінкових моделей та засвоєнню інноваційних методів вирішення просторових задач. Такий обмін досвідом не тільки допомагає дітям адаптувати отримані знання до власних потреб, але й розширює їхній репертуар вміння орієнтуватися в навколишньому середовищі.

Таким чином, соціальне середовище відіграє критичну роль у процесі розвитку просторового мислення дітей. Воно відкриває можливості для навчання через спільну діяльність, живий обмін думками між учасниками і постійне залучення до активної комунікації. Усе це забезпечує ефективну і глибоку інтеграцію просторових концептів у свідомість дитини, сприяючи всебічному розвитку її інтелектуальних і соціальних навичок.

8. Гендерні аспекти у формування просторового мислення

Дослідження доводять, що гендерні особливості здатні впливати на становлення просторового мислення у дітей старшого дошкільного віку. Зазвичай хлопчики демонструють вищий рівень успішності в завданнях, які вимагають просторової орієнтації або маніпуляцій із тривимірними об'єктами, тоді як дівчатка показують більшу точність і увагу до деталей у своїх рішеннях. Ці відмінності пояснюються не тільки біологічними факторами, а й впливом соціокультурного середовища, включно із очікуваннями та існуючими стереотипами.

Як зазначають Reilly і Neumann, гендерні стереотипи можуть обмежувати залучення дівчат до просторових та технічних занять, що, у свою чергу, негативно впливає на розвиток їхніх відповідних навичок. Однак спеціально організовані завдання або свідоме моделювання діяльності здатні стимулювати

активніше залучення дівчат у такі ігри, тим самим значно покращуючи їх результати.

Висновки, отримані в рамках досліджень Lippa, свідчать про те, що створення рівних умов для розвитку просторових навичок незалежно від гендеру дозволяє дітям максимально розкривати свій потенціал. Так, зокрема, залучення і хлопчиків, і дівчат до занять із конструкторами, складанням пазлів або проєктування тривимірних моделей допомагає мінімізувати розрив у рівні просторового мислення між ними.

Отже, інтеграція гендерного підходу при створенні навчальних програм дає змогу забезпечити рівні можливості для дітей різної статі та сприяє їхньому гармонійному когнітивному розвитку.

9. Використання ігор на відкритому повітрі для формування просторового мислення

Ігри на відкритому повітрі виступають надзвичайно потужним інструментом стимулювання розвитку просторового мислення у дітей старшого дошкільного віку, сприяючи їхньому всебічному зростанню та вдосконаленню важливих навичок. Вільні ділянки для руху й можливість активно переміщуватися забезпечують ідеальні умови для освоєння дітьми базових умінь орієнтування у реальному фізичному середовищі, що включає розуміння відстаней, напрямків та просторових взаємозв'язків між різними об'єктами. Активні рухливі ігри не просто підтримують їхню фізичну активність, а й служать потужним засобом розвитку просторових уявлень та координації рухів, яка є важливою складовою когнітивного зростання.

Наукові дані, зокрема дослідження Casey, підтверджують ефективність таких ігор, як пошук скарбів, побудова маршрутів або створення імпровізованих лабіринтів, у вдосконаленні здатності дітей до стратегічного просторового планування та орієнтування. Ці діяльності сприяють формуванню глибшого розуміння відстаней, напрямків і положення об'єктів у просторі, допомагаючи дітям осмислювати навколишню реальність через діяльність і практичний досвід.

Окрему увагу заслуговують активності на природі з використанням природних матеріалів. Вони мають унікальний вплив на розвиток просторових концептів, додаючи креативний та навчальний елемент до фізичної активності. Наприклад, створення геометричних форм з паличок, каменів чи листя надає дітям можливість зрозуміти основні принципи симетрії, пропорцій та об'єму через практичну діяльність. Як зазначає Loughlin, фізична взаємодія з реальними об'єктами природи є ключовою складовою процесу формування просторового мислення в дітей дошкільного віку.

Таким чином, ігри на свіжому повітрі створюють неповторні умови для інтеграції руху та пізнання, пропонуючи дітям спосіб досліджувати та засвоювати просторові концепти через активну діяльність. Взаємодія з довкіллям у такій формі не тільки сприяє когнітивному розвитку малечі, але й зміцнює їхню здатність адаптувати свої рухові навички до завдань і ситуацій різної складності.

10. Використання мистецьких практик для формування просторового мислення

Мистецька діяльність, зокрема малювання, ліплення та створення аплікацій, відіграє ключову роль у розвитку просторового мислення дітей старшого дошкільного віку. Завдяки цим практикам діти поступово набувають здатності сприймати предмети у тривимірному просторі, визначати їхню форму, аналізувати особливості розташування, оцінювати розміри та виявляти симетрію. У процесі виконання творчих завдань вони не лише активізують свої естетичні здібності, але й опановують базові навички, які сприяють кращому розумінню структури простору. Цей досвід стає важливою основою для подальшого навчання й особистісного розвитку.

Результати дослідження Winner і Goldstein підтверджують, що діяльність, пов'язана з малюванням та ліпленням, значною мірою стимулює формування просторової уяви у дітей. Взаємодія з різними матеріалами й формами дає змогу дітям комбінувати елементи та створювати нові об'єкти, розвиваючи уважність до деталей, здатність оцінювати просторові взаємозв'язки і прогнозувати

наслідки своїх дій. Цей процес також сприяє розвитку творчої уяви, яка нерозривно пов'язана з просторовим мисленням.

У підсумку, мистецькі заняття є потужним засобом для формування просторового мислення дітей дошкільного віку. Вони дають можливість через практичні завдання досліджувати й конструювати тривимірний простір, засвоюючи ключові поняття та навички, які забезпечують основу для їх когнітивної діяльності на шкільному етапі.

11. Формування просторового мислення через роботу з тривимірними моделями

Робота з тривимірними моделями виступає важливим засобом розвитку просторового мислення у дітей старшого дошкільного віку. Взаємодія з об'ємними об'єктами сприяє формуванню глибшого розуміння зв'язків між формою, розташуванням і розмірами предметів, що є ключовим етапом у становленні просторових уявлень. Такі заняття допомагають розвивати навички планування в просторі, активізують творчу уяву та сприяють вдосконаленню аналітичного мислення.

Дослідження Bassett і Hugh підкреслюють ефективність створення тривимірних моделей із використанням блоків, кубів чи конструкторів. Цей процес дає змогу дітям опановувати поняття симетрії, стабільності та просторової композиції. У ході практичної діяльності вони навчаються правильно розташовувати елементи, формуючи міцні структури, що є необхідним для розуміння пропорцій і взаємозв'язків між частинами конструкції.

Особливе значення мають інтерактивні цифрові програми, які забезпечують можливість працювати з віртуальними 3D-моделями. Ці сучасні інструменти не лише дозволяють вирішувати завдання підвищеної складності, але й стимулюють розвиток абстрактного мислення та вдосконалюють здібності до просторового уявлення. Завдяки цьому діти можуть досліджувати просторові взаємовідносини в різноманітних контекстах, відкриваючи нові горизонти для навчання.

Отже, інтеграція роботи з тривимірними моделями виступає потужним засобом поєднання фізичної та когнітивної активності. Це закладає фундамент для гармонійного розвитку просторового мислення у дітей і допомагає їм успішно опановувати складніші концепції в майбутньому.

12. Формування просторового мислення через інтерактивні технології

Інтерактивні технології, серед яких важливе місце займають цифрові програми, віртуальні симулятори та інтерактивні дошки, створюють перед дітьми старшого дошкільного віку широкий спектр можливостей для вдосконалення просторового мислення. Ці інструменти забезпечують сприятливе освітнє середовище, де малеча може активно експериментувати з різними просторовими об'єктами, одночасно залишаючись у безпечних і комфортних умовах. Така організація навчального процесу стимулює не тільки розвиток творчої уяви, але й сприяє формуванню навичок просторової орієнтації, а також здатності вирішувати практичні завдання, які потребують логіки і ледь помітної взаємодії з реальними об'єктами.

Наукові дослідження, проведені Yakman і Lee, акцентують увагу на значущості інтерактивних технологій, які дозволяють працювати з тривимірними об'єктами в освітньому просторі. Такий підхід допомагає дітям глибше усвідомлювати ключові поняття, пов'язані з геометричними параметрами, як-от форма, об'єм, масштаб та відстань між предметами у просторі. Використання інтерактивних програм для створення 3D-моделей і анімацій дозволяє маленьким користувачам змінювати характеристики цих об'єктів, що стимулює розкриття широкої картини просторових зв'язків та залежностей. Завдяки цьому діти отримують можливість вдосконалювати свої навички спостереження та аналізу, одночасно заглиблюючись у пізнання світу через цифрову призму.

Окремої уваги заслуговує робота Bassett і Hugh, які стверджують, що інтерактивні завдання на зразок складання віртуальних пазлів або побудови моделей на екрані суттєво сприяють розвитку здібностей дітей до абстрактного мислення. Подібна діяльність не лише розвиває пізнавальні навички, але й

підготовлює майбутнє покоління до вирішення складних когнітивних задач. До того ж використання інтерактивних технологій у навчальному процесі відкриває можливості для індивідуального підходу до кожної дитини, адаптування до її здібностей і рівня розвитку. Це значно підвищує ефективність навчальної програми, роблячи її більш різноманітною та доступною як для дітей із швидким темпом розвитку, так і для тих, хто потребує більше часу для засвоєння нових знань.

У підсумку сучасні інтерактивні освітні інструменти відіграють ключову роль у процесі побудови просторового мислення у дітей старшого дошкільного віку. Вони не лише надають можливість активно досліджувати навколишній світ через симуляцію реальних ситуацій, але й сприяють розвитку творчих здібностей, критичного мислення і здатності гнучко засвоювати складні просторові концепти. Інтеграція таких технологій у навчальний процес відкриває перед маленькими дослідниками нові горизонти для гармонійного формування особистості та стимулює їх подальше прагнення до відкриттів у навчанні.

Висновок щодо сильних і слабких сторін програми:

1. Програма «STREAM-освіта» виявила високу ефективність, показавши значний потенціал для стимулювання когнітивного та творчого розвитку дітей. Серед її ключових переваг можна виділити інтеграцію міждисциплінарних знань, орієнтацію на практичне застосування та активну інтеграцію цифрових технологій у освітній процес.

2. Водночас програму супроводжують певні недоліки, зумовлені недостатнім технічним оснащенням та низьким рівнем підготовки педагогів. Для успішного поширення та імплементації програми необхідно вирішити ці проблеми через розробку адаптованих навчальних матеріалів і проведення тренінгів для педагогічних кадрів.

Програма «STREAM-освіта» зарекомендувала себе як високоефективний підхід для розвитку просторового мислення у дітей, завдяки вдало поєднаним міждисциплінарним методикам та інтерактивним технологіям. Використання цього підходу не лише сприяє значному прогресу в когнітивних процесах і

творчих здібностях, але й формує важливі соціальні навички, зокрема, уміння працювати в команді, адаптивність, а також комунікативну компетентність. Водночас для забезпечення довготривалого й результативного впровадження програми необхідно вжити низку стратегічних заходів.

Зокрема, ключовими пріоритетами є:

1. Ретельна адаптація навчальних завдань і матеріалів для врахування різних рівнів індивідуального розвитку дітей, що дозволить охопити ширше коло учнів із різноманітними освітніми потребами.

2. Активне впровадження новітніх технологій у навчальний процес із поступовим розширенням їхньої сфери використання, що забезпечить інтерактивність і сучасність освітніх підходів.

3. Підвищення кваліфікації педагогічного складу шляхом регулярного навчання та створення локальної інфраструктури для підтримки вчителів, яка допоможе їм ефективно застосовувати STREAM-методику на практиці.

4. Розширення участі батьків та громади у навчальному процесі через організацію спільних освітніх проектів, заходів та інформування щодо важливості співпраці в розвитку дітей.

Завдяки впровадженню цих заходів можна досягти не лише якіснішого розвитку просторового мислення серед дітей, але й суттєвого підвищення їхньої загальної готовності до навчання у школі в умовах швидких технологічних змін і соціальних викликів. Такий комплексний підхід забезпечить системне поліпшення освітнього середовища та сприятиме формуванню покоління, здатного адаптуватися до нових реалій у сучасному світі.

РОЗДІЛ 3. РОЗВИТОК ПРОСТОРОВОЇ УЯВИ ПРИ ВИВЧЕННІ СТЕРЕОМЕТРІЇ З ВИКОРИСТАННЯМ ДИНАМІЧНИХ КОМП'ЮТЕРНИХ МОДЕЛЕЙ

У рамках «Концепції шкільної математичної освіти» окреслено важливі завдання, серед яких виділяються розвиток мислення, формування уяви й просторових уявлень. Ці аспекти мають бути ефективно реалізовані в процесі навчання геометрії як у базовій, так і в старшій школі. Особливу увагу при цьому потрібно приділяти адаптації методик викладання до сучасних вимог.

Проблематика розвитку уяви отримала широку підтримку та аналіз у роботах провідних педагогів і психологів, як вітчизняних, так і зарубіжних. Серед них – дослідження таких авторів, як М. Беркінбліт, О. Борейка, Л. Виготський, В. Далінгер, Р. Жубріянов, Л. Коршунова, В. Кудрявцев, А. Петровський, О. Речицька, Т. Рібо, А. Цукар, Я. Чеботова та інші науковці, роботи яких заклали основи для комплексного вивчення питання формування просторових навичок.

В умовах постійного технологічного прогресу комп'ютеризація освіти відкриває нові перспективи для впровадження сучасних інструментів до навчального процесу. Одним із ключових завдань на сьогодні є створення такого педагогічного середовища, що сприятиме формуванню просторового мислення та розвитку просторової уяви учнів при вивченні математики. Це завдання стає особливо актуальним в контексті освоєння стереометрії.

Метою цього розділу є детальне дослідження методів використання динамічних комп'ютерних моделей (ДКМ) для поступового формування просторових уявлень та стимулювання розвитку образного мислення учнів під час засвоєння курсу стереометрії. Використання запропонованих ДКМ, представлених у вигляді послідовних слайдів, забезпечує не лише зручність у сприйнятті навчального матеріалу, а й сприяє глибшому розумінню геометричних концепцій учнями. Такі моделі допомагають учням більш

ефективно вирішувати стереометричні задачі та розвивати здатність до візуалізації просторових об'єктів.

Застосування цих інструментів значно полегшує процес освоєння матеріалу. Вони сприяють формуванню стійкого образного сприйняття співвідношень між геометричними елементами та надають абстрактним поняттям конкретної форми. Завдяки інтеграції таких методик у навчальний процес забезпечується активна робота обох півкуль головного мозку: ліва відповідає за аналітичне мислення та обробку точних даних, тоді як права півкуля сприяє образно-емоційному засвоєнню інформації і відіграє провідну роль у її візуалізації.

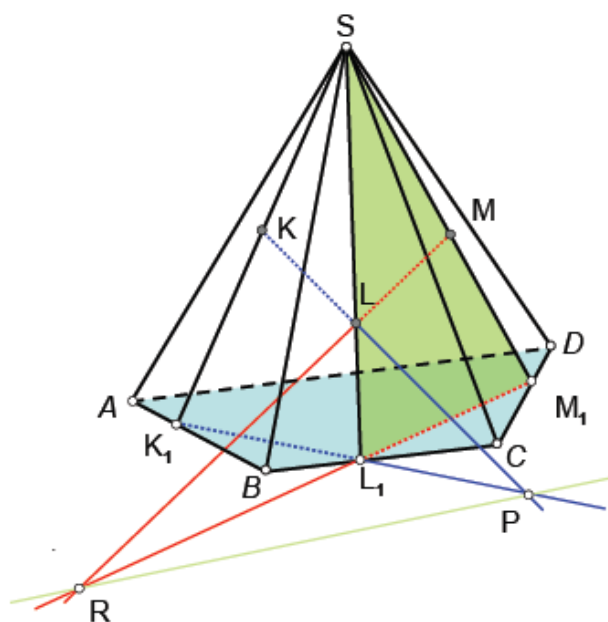
Питання унаочнення математичних понять та моделей під час навчання отримало значне висвітлення в працях багатьох провідних учених-методистів, зокрема Г. А. Владимирського, В. Г. Болтянського, Г. Д. Глейзера, В. І. Четверухіна, В. І. Лисенка, О. В. Вітюка та інших дослідників. Їхні роботи є цінним джерелом для створення нових підходів до викладання математики, орієнтованих на розвиток практичних навичок та цілісного розуміння предмета.

Використання прийомів візуалізації сприяє тому, щоб учні навчались "бачити" геометрію простору в двовимірному зображенні. Дослідження психологів показують, що такі особливості, як розмір малюнка, його розташування, товщина ліній і поєднання кольорів, мають емоційний вплив на глядача [20].

Розглянемо приклад застосування динамічної комп'ютерної моделі (ДКМ) для вирішення стереометричної задачі, створеної у середовищі MS PowerPoint. Зокрема, пропонуються два методи побудови перерізу піраміди: метод сліду та метод внутрішнього проектування. Використання ДКМ дозволяє зручно і наочно продемонструвати результати обох методів та простежити послідовність їх виконання. Такий підхід допомагає розвивати вміння створювати уявні просторові образи, працюючи з готовими рисунками. Це стимулює розвиток уяви та сприяє формуванню просторового мислення.

Задача

Дано точки K , L , M які належать різним граням довільної чотирикутної піраміди. Побудувати переріз многогранника площиною (KLM) .



Розглянемо зображення чотирикутної піраміди $SABCD$.

Визначимо положення точок K , L , M .

K належить грані SAB .

L належить грані SBC .

M належить грані SCD .

Визначимо слід січної площини (KLM) .

Для цього необхідно знайти дві точки перетину довільних прямих січної площини з площиною основи.

Тоді точка $P = KL \cap K_1L_1$ належить січній площині.

Аналогічно визначимо

точку $R = ML \cap M_1L_1$

RP – слід січної площини

Рис.2. Визначення положення точки R

В обох випадках учні спостерігають ефект появи додаткових площин, забарвлених у певний колір, які проходять через відрізки KL , ML та вершину піраміди S . Завдяки регулюванню яскравості цих елементів (площин і прямих) можна акцентувати увагу на ключових моментах, важливих для розуміння концепції [23].

Це сприяє більш чіткому формуванню уявлення про процес побудови точки перетину прямої з площиною основи піраміди. Такий підхід дозволяє уникнути зайвих і другорядних деталей, які можуть ускладнювати сприйняття нового образу. На слайдах легко помітити взаємне розташування площин у просторі, що позитивно впливає на структуру просторового мислення учня. Площини з'являються і зникають поетапно, тоді як ключові точки залишаються статичними. Через ці точки проводиться пряма, яка вказує слід січної площини на основі піраміди.

Далі демонструється спосіб визначення положення точки Q (рис.3), яка одночасно належить одній із бічних граней піраміди та січній площині. Для цього потрібно продовжити одну зі сторін основи піраміди до її перетину з прямою PR . З огляду на зображення фігури у динамічному комп'ютерному моделюванні найзручніше продовжити сторону AB . Вибір саме цієї сторони є найбільш прозорим для подальшого розв'язання задачі. Через точки Q та K , що належать січній площині, виконується побудова прямої.

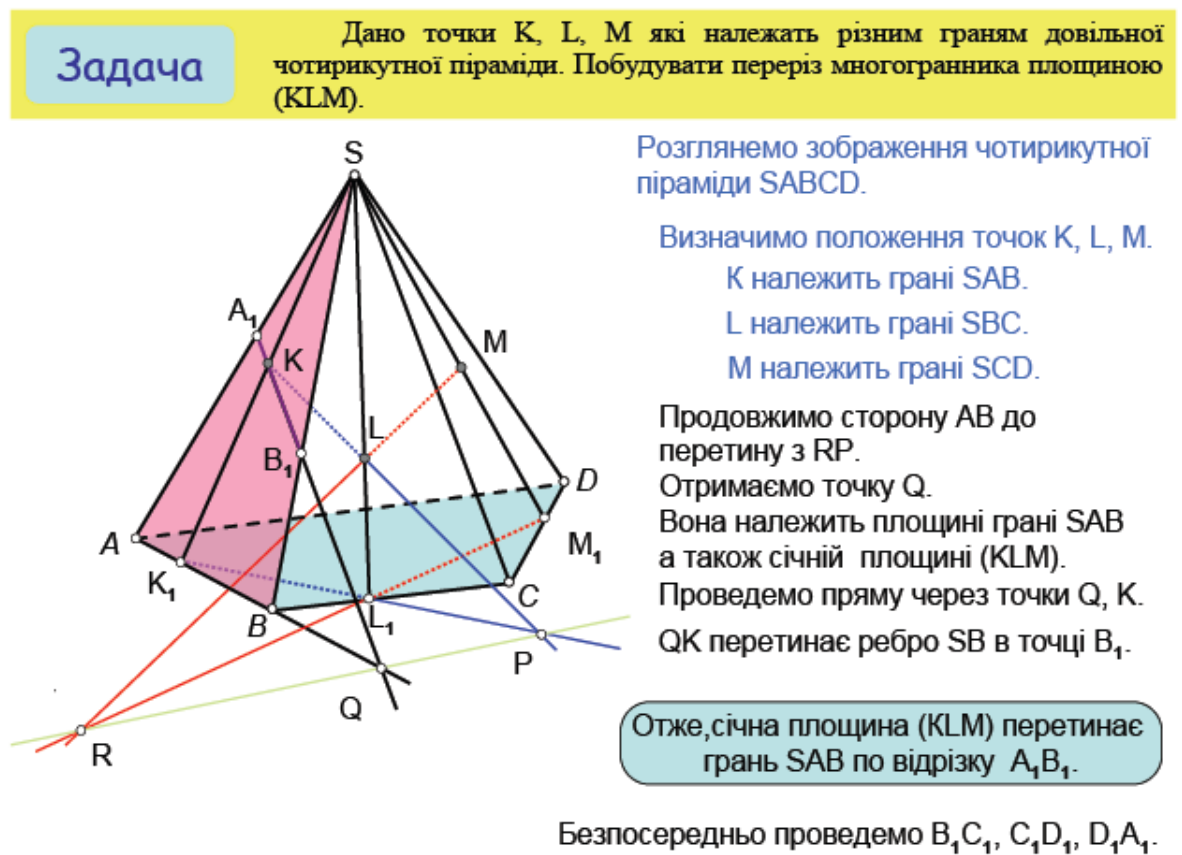
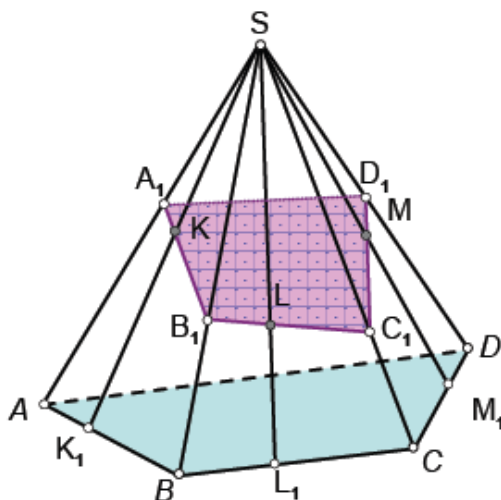


Рис.3. Визначення положення точки Q

Спершу визначаємо відрізок A_1B_1 , який розташований на межі шуканого перерізу. Далі проводимо відрізки B_1C_1, C_1D_1 і D_1A_1 , як показано на останньому слайді (рис.4). Після цього усуваємо допоміжні побудови та демонструємо фінальний вигляд рисунка, котрий учень має відтворити у своєму зошиті на основі виконаних дій [23].

Задача

Дано точки K , L , M які належать різним граням довільної чотирикутної піраміди. Побудувати переріз многогранника площиною (KLM) .



Побудову завершено

Розглянемо зображення чотирикутної піраміди $SABCD$.

Визначимо положення точок K , L , M .

K належить грані SAB .

L належить грані SBC .

M належить грані SCD .

Продовжимо сторону AB до перетину з RP .

Отримаємо точку Q .

Вона належить площині грані SAB а також січній площині (KLM) .

Проведемо пряму через точки Q , K .

QK перетинає ребро SB в точці B_1 .

Отже, січна площина (KLM) перетинає грань SAB по відрітку A_1B_1 .

Безпосередньо проведемо B_1C_1 , C_1D_1 , D_1A_1 .

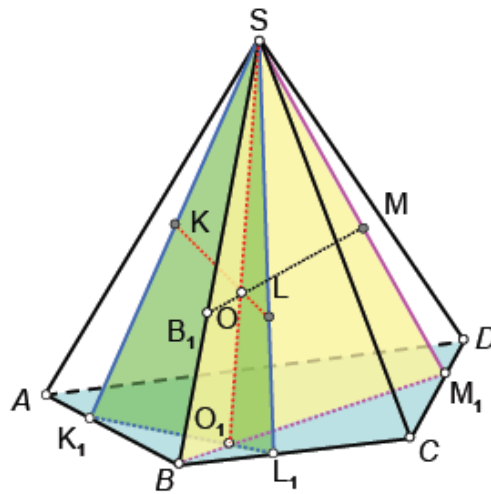
Рис.4. Побудова відрізків B_1C_1 , C_1D_1 і D_1A_1

Усі описані побудови, представлені в демонстраційному комп'ютерному матеріалі (ДКМ), супроводжуються анімаційними ефектами появи та зникнення елементів, що сприяють розвитку просторової уяви та формуванню геометричних понять.

Метод внутрішнього проектування перерізу піраміди розглядається на тому ж прикладі. Він допомагає учням тренувати навички порівняння та аналізу різних підходів до побудови перерізу. Особливість цього підходу полягає в можливості уявно «зазирнути» всередину геометричної фігури. На відповідних слайдах ДКМ наочно демонструється створення допоміжних площин, необхідних для встановлення положення точок, які входять до перерізу піраміди (рис.5, 6).

Задача

Дано точки K, L, M які належать різним граням довільної чотирикутної піраміди. Побудувати переріз многогранника площиною (KLM) .



Розглянемо зображення чотирикутної піраміди $SABCD$.

Визначимо положення точок K, L, M .

K належить грані SAB .

L належить грані SBC .

M належить грані SCD .

Побудовані площини перетнуться по прямій O_1S .

Оскільки KL та O_1S лежать в одній площині, то $KL \cap O_1S = O$.

Точка O належить січній площині.

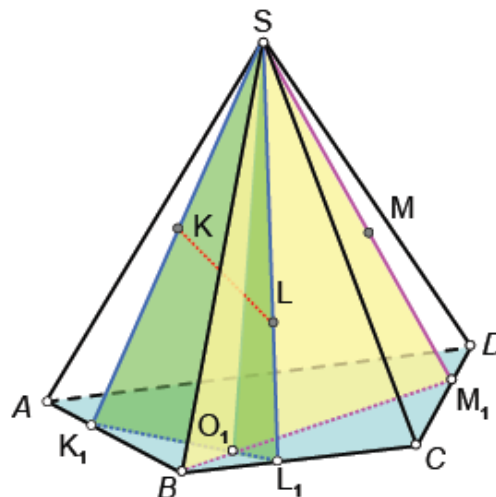
Через точки M та O проведемо пряму.

Оскільки MO та SB належать одній площині то $MO \cap SB = B_1$.

Рис.5. Побудова допоміжних площин

Задача

Дано точки K, L, M які належать різним граням довільної чотирикутної піраміди. Побудувати переріз многогранника площиною (KLM) .



Розглянемо зображення чотирикутної піраміди $SABCD$.

Визначимо положення точок K, L, M .

K належить грані SAB .

L належить грані SBC .

M належить грані SCD .

Для цього, наприклад, через KL та висоту піраміди проведемо допоміжну площину.

Побудована площина перетне грані піраміди по відрізках SK_1 та SL_1 , а основу піраміди по K_1L_1 .

Через точку M та ребро піраміди SB проведемо іншу площину.

Вона перетне грань піраміди по відрізьку SM_1 , а основу – по M_1B .

$$K_1L_1 \cap BM_1 = O_1$$

Рис.6. Побудова площини SM_1B

На фінальному етапі завдання, представленому в заключному слайді (рис.7), шляхом анімації видаляються всі допоміжні побудови, а отриманий переріз заштриховується для більш наочного сприйняття розташування січної площини.

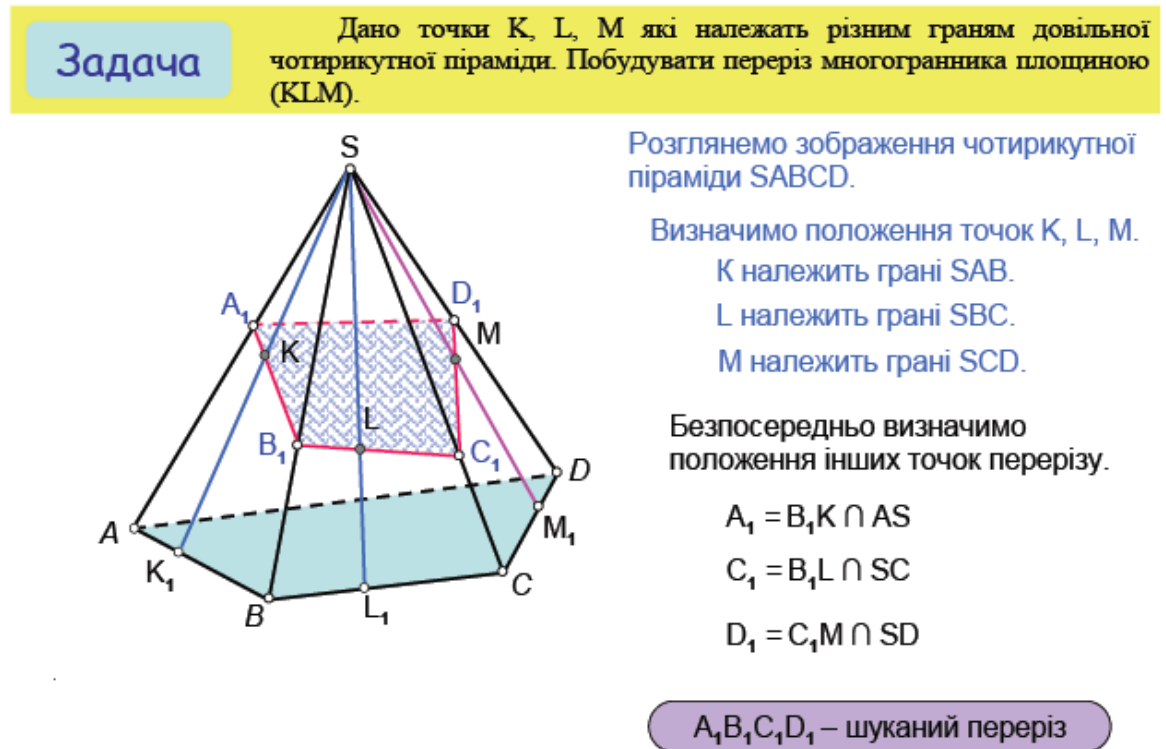


Рис.7. Побудова січної площини

Об'єкти в демонстраційній комп'ютерній моделі, розміщені зліва на слайді, з'являються поступово, залишаючись статичними. Нові елементи, на яких акцентується увага, природно інтегруються в структуру моделі, не відволікаючи сприйняття, а навпаки сприяючи формуванню нового геометричного поняття у вигляді образів уявлення. Завдяки такій організації демонстраційний рисунок не створює додаткових складнощів при розв'язуванні задач [25].

Інформація на слайдах демонстраційної комп'ютерної моделі чітко структурована. Значущі повідомлення, такі як умова задачі, висновки чи основні етапи побудови, виділені спеціальним шрифтом. Кожне положення представлено в окремому абзаці, виклад матеріалу стислий, без надмірного

перевантаження графічними об'єктами. Загалом спостерігається продуманий порядок подання інформації. Схематизований текст на слайді гармонійно поєднаний із анімаційними ефектами, що демонструють появу необхідних елементів геометричної фігури. Таке поєднання полегшує запам'ятовування послідовності дій для виконання побудов і допомагає учням звертати увагу на ключові моменти, що позитивно впливає на розуміння та засвоєння матеріалу.

У процесі роботи з демонстраційною моделлю вчитель має можливість гнучко використовувати рисунок: демонструвати окремі його частини або повертатися до нього у потрібний момент відповідно до етапів розв'язання задачі. Учні ж мають змогу порівнювати свої результати із правильним зразком. Геометричні моделі стають наочною опорою для формування уявлення про конкретні об'єкти, сприяючи концептуалізації геометричних понять. Вони також активізують мислення учнів завдяки виділенню властивостей об'єкта та створенню емоційного фону засвоєння знань. Такий емоційний компонент допомагає повніше і різноманітніше сприймати властивості об'єкта.

У психології, дидактиці та методиці навчання неодноразово наголошується, що самостійна робота учнів із матеріалом є важливою складовою засвоєння знань. Саме активна взаємодія учня із завданням забезпечує максимально ефективне навчання, коли задіяні не лише зорові рецептори, але й фізична діяльність. У цьому контексті вчитель може запропонувати учням виконувати побудови за допомогою різних кольорів, а також використовувати допоміжний дидактичний матеріал із умовами задачі та рисунками просторових об'єктів. Це дозволяє учневі сконцентруватися на розв'язанні задачі й дотримуватися певної чіткої логіки побудов. Використання кольорової палітри та зв'язок із зображенням на екрані сприяють осмисленому сприйняттю процесу побудови, що загалом призводить до формування правильного уявлення та просторової уяви.

Наочність повинна бути не лише інструментом ілюстрації, а й самостійним джерелом знань. Учителі можуть адаптувати комп'ютерний матеріал так, щоб він був доступним онлайн і учні могли працювати з ним удома. Ефективність

навчання значно зростає, якщо одночасно використовуються канали зорового й слухового сприйняття інформації. З цією метою текст і графічні зображення можна доповнити звуковим супроводом, що підвищить рівень засвоєння навчального матеріалу. Такий підхід сприяє індивідуалізації навчання, враховуючи вікові та психологічні особливості учнів.

ВИСНОВКИ

У процесі виконання магістерської роботи було здійснено комплексне теоретико-методичне дослідження проблеми розвитку просторової уяви учнів при вивченні математики. Аналіз наукових джерел, педагогічної практики та власного досвіду дозволив зробити такі узагальнення:

Актуальність та потенціал. Актуальність дослідження зумовлена визнанням просторової уяви (просторового мислення) однією з ключових когнітивних здібностей, необхідних для успішного опанування не лише математики (особливо геометрії), але й інженерії, архітектури, фізики та багатьох ІТ-спеціальностей.

Математика, особливо шкільний курс геометрії (планіметрія та стереометрія), має потужний і незамінний потенціал для систематичного та цілеспрямованого розвитку просторової уяви учнів.

Теоретичні основи. Просторова уява розглянута як інтегративна психічна діяльність, що включає здатність до створення, маніпулювання та оперування просторовими образами без безпосередньої наявності об'єктів. Вона охоплює такі компоненти, як просторова орієнтація, візуалізація, трансформація та антиципація (передбачення).

Процес формування просторової уяви є поетапним, залежить від вікових особливостей учнів (від конкретно-образного мислення до абстрактно-логічного) та потребує використання спеціальних дидактичних засобів і методів.

Роль навчання математики. Ефективний розвиток просторової уяви досягається через систематичне залучення учнів до діяльності, що вимагає:

- Побудови та читання креслень, схем, графіків.
- Розв'язання задач на обертання, перерізи та проектування геометричних тіл.
- Аналізу взаємного розташування об'єктів у просторі.
- Використання наочності (моделі, макети, роздаткові матеріали) та активних методів навчання є визначальними психолого-педагогічними

умовами для перетворення абстрактних математичних понять у зрозумілі просторові образи.

Методичний інструментарій та технології. Розроблена методика розвитку просторової уяви базується на принципах наочності, системності, активності та поетапності, інтегруючи традиційні та сучасні підходи.

Ключову роль у реалізації методики відіграє використання цифрових технологій, які забезпечують:

- Динамічну візуалізацію: програми, що дозволяють обертати, змінювати перерізи та перетворювати 3D-моделі (наприклад, GeoGebra 3D Calculator, Desmos, SketchUp).
- Інтерактивне моделювання: створення віртуального простору для експериментів з геометричними об'єктами.
- Зворотний зв'язок: можливість самостійно перевіряти гіпотези щодо просторового розташування елементів.
- Впровадження STEM-підходу, проєктної діяльності та використання конструкторів (наприклад, LEGO, 3D-друку) посилює зв'язок абстрактних математичних знань із реальним світом, що є критично важливим для формування стійких просторових образів.

Практична Реалізація. У роботі подано приклади, які демонструють ефективне використання інтерактивних вправ і цифрових інструментів для розвитку просторової уяви на різних етапах вивчення математики.

Результати дослідно-експериментальної роботи підтвердили, що цілеспрямована методична робота з інтеграцією сучасних технологій значно підвищує рівень сформованості просторової уяви учнів порівняно з традиційним навчанням.

Загалом, результати дослідження підтверджують, що розвиток просторової уяви учнів при вивченні математики є ефективним за умови цілеспрямованої методичної роботи вчителя, систематичного використання динамічних візуалізацій і інтерактивного моделювання, а також створення умов для активної маніпуляції просторовими об'єктами.

Перспективи подальших досліджень. Проведене дослідження відкриває низку перспектив для подальшої науково-педагогічної роботи:

- Глибинне вивчення: поглиблене вивчення впливу технологій віртуальної та доповненої реальності (VR/AR) на формування різних компонентів просторової уяви учнів (зокрема, просторової трансформації та орієнтації).
- Дидактичні матеріали: розробка системи дидактичних матеріалів та цифрових ігор/тренажерів для цілеспрямованого розвитку просторової уяви в умовах дистанційного та змішаного навчання.
- Міжпредметні зв'язки: дослідження впливу розвитку просторової уяви на успішність учнів у вивченні інших STEM-дисциплін (креслення, фізика, інформатика) та розробка міжпредметних завдань.
- Оцінювання: розробка валідного інструментарію та критеріїв для моніторингу та оцінювання рівня сформованості просторової уяви, адаптованого для цифрового середовища.
- Підготовка вчителів: створення авторських курсів підвищення кваліфікації для вчителів математики та геометрії, спрямованих на формування методичної готовності до використання сучасних технологій 3D-моделювання та візуалізації.

Таким чином, тема розвитку просторової уяви учнів при вивченні математики залишається актуальною, а інтеграція новітніх цифрових інструментів створює нові можливості для удосконалення освітнього процесу.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Андрєєва, О. М. (2020). Формування дослідницьких умінь учнів у процесі навчання математики. Науковий вісник Мелітопольського педагогічного університету, (2), 45–51.
2. Величко, В. Є., Федоренко, О. Г., Хорішко, Д. С. (2024). Інноваційні технології навчання на уроках математики. Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ, 1(41), 97–105.
3. Гармаш О.В. Дидактичні умови формування просторових уявлень в учнів 1-4 класів / О.В. Гармаш // Анотовані результати науково- дослідної роботи Ін-ту педагогіки НАПН України за 2010 рік: наук. видання. – К. : Ін-т педагогіки, 2011. –с. 286-287.
4. Гармаш О. В. Дидактичні умови формування просторових уявлень в учнів початкової школи : автореф. дис. ... канд. пед. наук: спец. 13. 00. 09 «Теорія навчання» / О. В. Гармаш. - К., 2011. – 41 с. 12. Гармаш О.В. Формування просторових уявлень та просторової орієнтації у дітей з психічними та фізичними обмеженнями / О.В.
5. Гармаш, А. І. Конончук // Психолого-педагогічні науки : наук. зап. / Ніжин. держ. пед. ун-т ім. Миколи Гоголя. – Ніжин : НДПУ ім. Миколи Гоголя, 2004. – №1. – с. 28-30.
6. Гончаренко, С. У. (2008). Український педагогічний словник. Київ: Либідь.
7. Дубінчук О. С. Геометрія. Навчальний посібник для студентів педагогічних спеціальностей. Київ: Вища школа, 2019. 410 с.
8. Ємець І. Р. Психолого-педагогічні умови формування просторового мислення у підлітків. *Вісник ХНПУ імені Г. С. Сковороди*. Серія: Психологія. 2020. Вип. 23. С. 45–53.
9. Каменщук Т. Д. Особливості формування просторових уявлень як однієї із складової психічної діяльності дітей в нормі та з порушеннями у розвитку / Т. Д. Каменщук // Актуальні питання корекційної освіти (педагогічні науки). Збірник наукових праць ; за ред. В. М. Синьова, О.

10. В. Гаврилова. - Вип. III. - Кам'янець-Подільський : ПП Медобори-2006, 2012. – с. 332-344.
11. Компетентнісно орієнтована методика навчання математики в основній школі: Метод. посібник / О.І.Глобін, М.І. Бурда, Д.В. Васильєва, В.В. Волошена, О.П. Вашуленко, Н.Д. Мацько, Т.М. Хмара. — К.: Педагогічна думка, 2015. — 245с.
12. Ляшенко, І. І., Тріус, Ю. В. (2019). Цифрові технології в освіті: виклики та перспективи. Інформаційні технології і засоби навчання, 69(1), 1–15.
13. Михайленко Т. С. Проектна діяльність і STEM-освіта як чинники розвитку просторового уявлення. *Педагогіка і освіта*. 2021. № 3. С. 78–86.
14. Особистість: практичні засади вивчення. Том 2. Навчальнометодичний посібник / [Укладачі: Дмитрієва С. М., Максимець С. М., Бутузова Л. П., Дубравська Н. М., Фриз І. В., Сидоренко Н. І., Стахова О. О., Мачушник О. Л.] – Житомир: видавництво ЖДУ ім. І. Франка, 2017. - 330 с.
15. Пометун, О. І. (2015). Компетентнісний підхід у сучасній освіті: теоретичні засади та практичні аспекти. *Педагогіка і психологія*, (3), 5–12.
16. Савченко, О. Я. (2021). Дослідницька діяльність учнів як засіб формування ключових компетентностей. *Початкова школа*, (9), 3–7.
17. Сисоєва С. О. Основи педагогічної творчості: підручник. - К.: Міленіум, 2006. – 344 с.
18. Татарінова С. О. Особливості формування логіко-математичної компетентності дітей старшого дошкільного віку / С.О. Татарінова // *Дошкільна освіта*. - 2015. - № 1 (7). – с. 12-14.
19. Padlet. (2025). Collaborative learning platform. Retrieved from <https://padlet.com>
20. GeoGebra. (2025). Dynamic mathematics software for all levels of education. Retrieved from <https://www.geogebra.org>
21. Desmos. (2025). Graphing calculator and math activities. Retrieved from <https://www.desmos.com>

22. Khan Academy. (2025). Free online courses and practice in mathematics. Retrieved from <https://www.khanacademy.org>
23. Canva. (2025). Visual communication platform for education. Retrieved from <https://www.canva.com>
24. Python Software Foundation. (2025). Python programming language. Retrieved from <https://www.python.org>
25. Google Workspace for Education. (2025). Tools for collaborative learning. Retrieved from <https://edu.google.com>
26. Wolfram Alpha. (2025). Computational knowledge engine. Retrieved from <https://www.wolframalpha.com>
27. Mathigon. (2025). Interactive mathematics curriculum. Retrieved from <https://mathigon.org>
28. SketchUp. Інструменти для 3D-моделювання. URL: <https://www.sketchup.com>. (Звернення: [Вказати дату]).