МІНІСТЕРСТВО ФІНАНСІВ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ПОДАТКОВИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ФІНАНСІВ ТА ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ
КАФЕДРА КІБЕРНЕТИКИ ТА ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА
на тему:

Формування вмінь учнів розв'язувати задачі на відсоткові розрахунки на уроках математики у 5-9 класах

Здобувача вищої освіти
другого (магістерського) рівня, ІІ курсу, СОМ-23-1 групи,
спеціальності 014 «Середня освіта»
освітня програма «Середня освіта: математика»

Бойчука Олега Ігоровича

Науковий керівник Оксана ЯРОВА, к.ф-м.н., доцент

Керівник освітньо-професійної програми Микола СЕМКО, д.ф-м.н., професор

Допущено до захисту за рішенням кафедри
кібернетики та прикладної математики
протокол від «19» 01 2024 № 1

Завідувач кафедри Оксана ЯРОВА, к.ф-м.н., доцент

Ірпінь – 2024

Реєстрація № 7 19.12.2024 Сасків л.в.
(дата) (підпис відповідальної особи)

Результати перевірки до захисту 23.12.2024
(до захисту, на доопрацювання) (дата) (підпис)

Результат захисту 90 б 29.01.2025
(оцінка) (дата) (підпис)

Голова комісії: Трацьовитецей М.В.
(підпис) (ініціали, прізвище)

Члени комісії:

(підпис) Семко М.М.
(ініціали, прізвище)

(підпис) Сасків л.в.
(ініціали, прізвище)

(підпис) Ярота О.А.
(ініціали, прізвище)

БЛАНК ОЦІНЮВАННЯ ВИПУСКНОЇ РОБОТИ

Об'єкти контролю	Діапазон оцінки в балах	Фактична кількість балів	Примітки	Дата, П.І.П.: керівника, голови комісії членів комісії, секретаря, (підписи)
ОЦІНЮВАННЯ РОБОТИ КЕРІВНИКОМ ТА РЕЦЕНЗЕНТОМ				
1. Зміст випускної роботи (якість теоретичного матеріалу, його зв'язок з практичним, вміння представляти матеріал в логічній послідовності, наявність висновків та пропозицій)	від 0 до 30	26		29.01.2025
2. Дотримання вимог щодо оформлення	від 0 до 10	9		
3. Вчасне виконання роботи на всіх етапах у встановлені кафедрою терміни	від 0 до 5	5		
4. Рецензент	від 0 до 5	5		
РАЗОМ БАЛІВ	від 0 до 50	45		
ОЦІНЮВАННЯ РОБОТИ КОМІСІЄЮ ПО ЗАХИСТУ				
1. Доповідь	від 0 до 10	10		29.01.2025
2. Роздатковий матеріал	від 0 до 5	5		
3. Знання теоретичного та практичного матеріалу, вміння відповідати на запитання	від 0 до 25	25		
4. Апробація (участь у конференціях)	від 0 до 10	5		
РАЗОМ БАЛІВ	від 0 до 50	45		
ЗАГАЛЬНА КІЛЬКІСТЬ БАЛІВ	від 0 до 100	90		

Оцінка за 100-бальною шкалою	Оцінка за шкалою ЕКТС	Оцінка за національною шкалою	Дата	П.І.П.: голови, членів комісії, секретаря, (підпис)
90	A	5 (відмінно)	29.01.2025	

ПЕРЕВЕДЕННЯ ОЦІНКИ ЗА 100-БАЛЬНОЮ ШКАЛОЮ ДО НАЦІОНАЛЬНОЇ ШКАЛИ

Оцінка за 100-бальною шкалою	Оцінка за шкалою ЄКТС	Оцінка за національною шкалою
90-100	A	5 (відмінно)
80-89	B	4 (добре)
70-79	C	
60-69	D	3 (задовільно)
50-59	E	
35-49	X	2 (незадовільно)

АНОТАЦІЯ

Олег Бойчук. «Формування вмінь учнів розв’язувати задачі на відсоткові розрахунки на уроках математики у 5-9 класах».

Систематизовано задачі на відсоткові розрахунки та способи їх розв’язання; розроблено методичні рекомендації щодо формування умінь учнів розв’язувати задачі на відсоткові розрахунки; підібрано приклади розв’язування задач на відсоткові розрахунки для демонстрації запропонованої методики.

Ключові слова: відсотки, задачі на відсотки, методика навчання відсоткових розрахунків, формування вмінь учнів, прості та складні відсотки.

ANNOTATION

Oleg Boychuk. «Formation of pupils' ability to solve percentage calculation problems in mathematics lessons in grades 5-9».

Percentage calculation problems and methods of their solving are systematized. Methodical recommendations for the formation of pupils’ ability to solve percentage calculation problems are developed. Examples of solving percentage calculation problems are selected to demonstrate the proposed methodology.

Key words: percentages, problems on percentages, method of teaching percentage calculations, formation of students' skills, simple and complex percentages

ЗМІСТ

Вступ 6

Розділ 1. Теоретичні основи вивчення відсотків на уроках математики у 5-9 класах 9

1.1. Поняття відсотка та основні задачі на відсоткові розрахунки 9

1.2. Вивчення відсотків у сучасному закладі загальної середньої освіти 15

Розділ 2. Методичні аспекти формування вмінь учнів розв’язувати задачі на відсоткові розрахунки 24

2.1. Розв’язування задач на знаходження відсотків від числа 27

2.2. Розв’язування задач на знаходження числа за його відсотками 31

2.3. Розв’язування задач на знаходження відсоткового відношення двох чисел 34

2.4. Розв’язування задач на змішування та сплави 37

2.5. Розв’язування задач на прості і складні відсотки 40

Висновки 43

Список використаних джерел 45

Додатки 47

ВСТУП

Актуальність теми. У наш час приділяється велика увага шкільній освіті як першому щаблю освітнього процесу. Одним з найважливіших її завдань є забезпечення можливості здобуття учнями глибоких і міцних знань, а також формування вмінь раціонально використовувати їх у навчальній і практичній діяльності.

Вміння розв’язувати задачі на відсоткові розрахунки має велике практичне значення, адже поняття відсотка широко використовується як у реальному житті, так і в різних галузях науки і техніки.

На жаль, спостереження показують, що навіть учні старших класів, які досить добре орієнтуються в алгебраїчних перетвореннях, нерідко безпорадні при розв’язуванні елементарних задач на відсоткові розрахунки.

Зміст відсоткових обчислень у дореволюційній школі, радянській школі істотно відрізняється від змісту задач на відсотки в сучасних закладах загальної середньої освіти.

Раніше відсоткові обчислення вивчались майже виключно в зв’язку з торговельними й фінансовими операціями. «Правила відсотків» зводились до обчислень прибутку з капіталу і, навпаки, капіталу за прибутком. Характерно, що й означення відсотка давалось як прибутку або збитку на 100 грошових одиниць, а тематика майже всіх задач на відсотки була безпосередньо пов’язана з грошовими чи торговельними справами. Виникнення відсоткових обчислень зумовлено було також розвитком лихварства. Сплачена позичкодавцеві частина грошей, взятих у борг, звичайно визначалась у сотих частинах капіталу. Сота частина капіталу й отримала назву відсотка.

На сучасному етапі, відповідно до рекомендованих Міністерством освіти і науки України модельних навчальних програм «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти [6 – 12], вивчення відсотків розпочинається у 5 класі після вивчення звичайних та десяткових дробів. У зміст навчального матеріалу 5 класу включено: означення поняття відсотка; зв’язок відсотків та десяткових дробів; знаходження відсотків від числа; знаходження числа за його

відсотком; розв’язування текстових задач на відсотки.

У результаті вивчення відсотків учні 5 класу повинні мати уявлення про відсоток, а також вміти: записувати відсотки у вигляді десяткового дробу; записувати десятковий дріб у вигляді відсотку; знаходити відсотки від числа; знаходити числа за його відсотками; розв’язувати текстові задачі, що передбачають знаходження відсотків від числа та числа за його відсотками.

Наступний етап вивчення відсотків модельними навчальними програмами «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти [6 – 12] передбачений у 6 класі після вивчення відношень і пропорцій, який включає відсоткове відношення двох чисел та відсоткові розрахунки. У результаті їх вивчення учні 6 класу повинні розуміти, що таке відсоткове відношення, що показує відсоткове відношення двох чисел, а також вміти: використовувати правило знаходження відсоткового відношення двох чисел для розв’язування задач та розв’язувати задачі на відсоткові розрахунки.

У 7-8 класах цьому питанню не приділяється значної уваги. Задачі на відсотки стають прерогативою хімії, що впроваджує свій погляд на відсотки, а в математиці їхнє місце тільки в рамках задач на повторення й задач підвищеної складності. Таким чином, учні забувають проблеми універсальності відсотків і розмаїтості сфер їхнього застосування. У зв’язку із цим є актуальним питання про те, щоб задачі на відсотки зайняли гідне місце в 7-8 класах. У цей період школярі вивчають різні види рівнянь і їхніх систем, закріплення яких ведеться на текстових задачах, а присутність відсотків у змісті текстових задач дає можливість пов’язати абстрактні математичні поняття з реальним життям.

У 9 класі під час вивчення елементів прикладної математики навчальною програмою для поглибленого вивчення математики в 8-9 класах загальноосвітніх навчальних закладів [13] передбачено вивчення відсоткових розрахунків та формули складних відсотків.

У результаті їх вивчення учні 9 класу повинні розв’язувати вправи, що передбачають використання формули обчислення складних відсотків.

Заслуговує на увагу той факт, що відповідно до Програми зовнішнього

незалежного оцінювання з математики у 2019 року [14] його учасники повинні вміти знаходити відношення чисел у вигляді відсотка, відсоток від числа, число за значенням його відсотка; розв’язувати основні задачі на відсотки.

Усе вище сказане обумовило вибір теми випускної кваліфікаційної роботи: формування вмінь учнів розв’язувати задачі на відсоткові розрахунки на уроках математики у 5-9 класах.

Об’єктом дослідження є процес навчання математики у 5-9 класах.

Предмет дослідження – методика формування вмінь учнів розв’язувати задачі на відсоткові розрахунки на уроках математики у 5-9 класах.

Мета роботи – розробити методику формування вмінь учнів розв’язувати задачі на відсоткові розрахунки на уроках математики у 5-9 класах.

Відповідно до мети, при виконанні роботи були поставлені такі **завдання**:

1) проаналізувати програми і підручники з математики та алгебри з проблеми дослідження;
2) проаналізувати навчально-методичну літературу з даної теми;
3) систематизувати задачі на відсоткові розрахунки та способи їх розв’язання;
4) розробити методичні рекомендації щодо формування умінь і навичок учнів розв’язувати задачі на відсоткові розрахунки.
5) підібрати приклади розв’язання задач на відсоткові розрахунки для демонстрації запропонованої методики.

Для розв’язання поставлених у магістерській роботі завдань були використані наступні методи дослідження: метод теоретичного аналізу психолого-педагогічної, навчальної та методичної літератури; емпіричні методи (педагогічні спостереження, бесіди з учителями та учнями).

РОЗДІЛ І. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ВИВЧЕННЯ ВІДСОТКІВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ У 5-9 КЛАСАХ

1.1. Поняття відсотка та основні задачі на відсотки

Термін «відсоток» походить від латинського «per centum», що дослівно означає «за сотню», «на сотню», «зі ста», «на сто». Ця фраза вказує на відношення або частку від сотні. Виникнення терміна «відсоток» пов'язується із впровадженням у Європі у XV столітті десяткової системи числення, а його поширення – з розвитком торгівлі та фінансових відносин у Європі. Ідея вираження частин цілого в тих самих величинах викликана практичними міркуваннями і народилася ще в Стародавньому Вавилоні. Ряд задач клинописних табличок присвячений знаходженню відсотків, але вавилоняни рахували не «зі ста», а «із шістдесяти». Особливого поширення відсотки набули в Стародавньому Римі: відсотками називали гроші, які платив боржник позичальнику за кожну сотню.

Відсоткові розрахунки сягають корінням у глибоку давнину і пов'язані з комерційними операціями та управлінням капіталом. У багатьох культурах давнини, зокрема в Стародавньому Єгипті, Вавилоні, Римській імперії та середньовічній Європі, існували практики використання відсотків для обчислення прибутків, відсоткових зобов'язань і відсоткового доходу.

Є думка, що поняття «відсоток» увів бельгійський учений Симон Стевін. У 1584 р. він опублікував таблиці відсотків. Довгий час під відсотками розуміли винятково прибуток або збиток на кожні 100 грошових одиниць і використовувалися вони тільки в торгівельних і грошових угодах. З часом відсоткові розрахунки поширилися і на інші змінні величини, не обмежуючись лише прибутками чи капіталом. Використання відсотків дозволило зручно виражати відношення, зміни та різниці між різними величинами.

У XIX столітті відсотки знайшли широке застосування у багатьох галузях і науках. Їх використання розширилося на багато різних величин і показників, що вимагали вираження відносних часток, змін та відхилень.

У статистиці відсотки були використані для вираження часток, розподілу груп, аналізу соціальних, економічних та демографічних даних. Вони допомагали зрозуміти структуру та склад суспільства, відображати зміни в показниках населення, доходів, освіти та інших сферах.

У техніці та виробництві відсотки використовувалися для позначення допусків, якості продукції, витрат енергії, виконання завдань, амортизації та інших параметрів. Вони допомагали встановлювати стандарти, розраховувати втрати та витрати, визначати ефективність процесів та механізмів.

У хімії відсотки використовувалися для вираження хімічних складів, концентрацій, відсоткового вмісту компонентів в речовинах, сполуках або сплавах. Вони були важливими для розрахунків реакційної спроможності, стабільності речовин та інших хімічних параметрів.

У метеорології відсотки використовувалися для вираження вологості повітря, насиченості парою, відносної вологості. Вони були важливими для розрахунків кліматичних умов, прогнозу погоди та аналізу атмосферних процесів.

У сільському господарстві відсотки використовувалися для визначення врожайності, вмісту речовин у ґрунті, складу добрив, втрат врожаю та інших факторів, що впливають на сільськогосподарські процеси.

Існує цікава версія походження позначення відсотка: знак % виник у середньовічній Італії та був похідним від вислову «pro cento», що у середньовічній італійській мові скорочено писали як «cto». Поступово цей знак «cto» еволюціонував та став схожим на сучасний знак відсотка %:

$$\text{pro cento} \rightarrow \text{cto} \rightarrow \text{c/o} \rightarrow \%$$

Також існує версія, що знак % виник у Парижі в 1685 році у результаті помилки під час друку посібника з комерційної арифметики.

Оскільки спочатку використання відсотків стосувалось комерційних розрахунків, то і означення відсотка прив’язувалось до комерційних розрахунків. Зокрема, у підручнику К. Фербера «Арифметика» наводилось таке означення: під відсотком розуміють, ту винагороду, яку видають на користування грошовою

сумою, позичкою, взятою на певний строк [19].

У сучасних підручниках та іншій навчально-методичній літературі зустрічаються різні означення відсотка: 1) відсотком називається одна сота частина (аналогія з тим, що одну другу називають половиною, одну третю – третиною, одну четверту – четвертиною); 2) відсотком називають дріб із знаменником сто; 3) відсотком числа називають одну соту частину цього числа. В третьому означенні поняття відсотка пов'язується з певним числом. У математиці й на практиці існує потреба в розгляді відсотків як самостійних понять і як форми запису числа або відношення чисел. І саме тому перше означення використовується в чинних підручниках з математики.

Отже, сота частина отримала спеціальну назву «відсоток» і спеціальне позначення $1\% = \frac{1}{100}$.

Відсоткові обчислення ґрунтуються в основному на таких найпростіших задачах на відсотки: 1) знаходження відсотків від числа; 2) знаходження числа за його відсотками; 3) знаходження відсоткового відношення двох чисел.

Таким чином, всі задачі на відсотки можна розділити на три основні групи.

До першої групи відносяться задачі, у яких потрібно знайти число a, яке дорівнює p відсоткам від числа b, тобто знайти p відсотків від числа b.

Задача 1. Із завезених до магазину 400 кг цукерок, першого дня продали 36% всіх цукерок. Скільки кілограм цукерок продали першого дня?

До другої групи відносяться задачі, у яких потрібно знайти число a, p відсотків якого дорівнює b, тобто знайти число a за його відсотками p.

Задача 2. Першого дня у магазині продали 144 кг цукерок, що становить 36% усіх завезених до магазину цукерок. Скільки кілограм цукерок завезли до магазину?

До третьої групи відносяться задачі, у яких потрібно знайти відсоткове відношення p чисел a і b.

Задача 3. Із завезених до магазину 400 кг цукерок, першого дня продали 144 кг всіх цукерок. Скільки відсотків всіх цукерок продали першого дня?

Кожну з цих трьох задач можна розв'язати: зведенням до одиниці;

зведенням до дробів; способом пропорцій; за допомогою рівнянь; за формулою.

Розв'язання задачі 1. Тут дано число 400 і потрібно знайти 36% від нього.

І спосіб (зведення до одиниці). Знайдемо спочатку, скільки кілограмів відповідає одному відсоткові, тобто соту частину всіх цукерок: $400:100=4$ кг.

Щоб знайти 36% всіх цукерок, треба виконати множення $4\cdot 36=144$ (кг).

ІІ спосіб (зведення до дробів). Подамо спочатку відсотки у вигляді десяткового або звичайного дробу і знайдемо дріб від числа 400 дією множення цього числа на дріб

$$36\%=\frac{36}{100}=0{,}36;\ \ 400\cdot 0{,}36=144\ (\text{кг})$$

ІІІ спосіб (спосіб пропорцій). Складаємо пропорцію

$$400\ \text{кг становлять}\ 100\%;$$

$$x\ \text{кг}\ \ \text{становлять}\ 36\%$$

Використавши основну властивість пропорції, отримуємо

$$\frac{400}{x}=\frac{100}{36};\ \ x=\frac{400\cdot 36}{100}=144\ (\text{кг})$$

ІV спосіб (за допомогою рівнянь). Нехай x кг – кількість цукерок продали першого дня. Тоді

$$\frac{x\cdot 100}{400}=36;\ \ x=36\cdot 4=144\ (\text{кг})$$

V спосіб (за формулою). Для розв'язання задачі цим способом потрібно скористатися формулою

$$b=\frac{a\cdot p}{100},$$

де b – шукане число, a – дане число, p – кількість відсотків, які треба знайти від числа a. Отже,

$$b=\frac{400\cdot 36}{100}=144\ (\text{кг})$$

Розв'язання задачі 2. Тут потрібно знайти число, 36% якого дорівнює 144.

І спосіб (зведення до одиниці). Спочатку визначимо, скільки кілограмів цукерок припадає на 1%: $144:36=4$ (кг).

Оскільки маса всіх цукерок становить 100%, то $4\cdot 100=400$ (кг).

Отже, до магазину завезли 400 кг цукерок.

II спосіб (зведення до дробів). За умовою задачі 144 кг цукерок становлять 36%, тобто 0,36 маси всіх цукерок. Щоб визначити, скільки кілограмів цукерок завезли до магазину, треба знайти число за відомим його дробом, тобто виконати ділення: $144:0{,}36=400$ (кг).

III спосіб (спосіб пропорцій). Складаємо пропорцію

$$x \text{ кг становлять } 100\%$$

$$144 \text{ кг становлять } 36\%$$

Використавши основну властивість пропорції, отримуємо

$$\frac{144}{x}=\frac{36}{100};\quad x=\frac{144\cdot 100}{36}=400 \text{ (кг)}$$

IV спосіб (за допомогою рівнянь). Нехай завезли до магазину x кг цукерок. Тоді 1% всіх цукерок становить $\frac{x}{100}=0{,}01x$ (кг), 36% всіх цукерок становлять $0{,}01x\cdot 36=0{,}36x$ (кг). За умовою задачі $0{,}36x$ дорівнюють 144 кг. Отже, маємо рівняння:

$$0{,}36x=144;\ \ x=144:0{,}36;\ \ x=400 \text{ (кг)}$$

V спосіб (за формулою). Для розв'язання задачі цим способом потрібно скористатися формулою

$$a=\frac{b\cdot 100}{p},$$

де b – число, яке становить $p\%$ від числа a. Тому

$$a=\frac{144\cdot 100}{36}=400 \text{ (кг)}$$

Розв'язання задачі 3. Тут потрібно знайти відношення чисел 144 і 400 й виразити його у відсотках.

I спосіб (зведення до одиниці). На 1% припадає $400:100=4$ (кг). Тому 144 кг становлять $144:4=36\%$.

II спосіб (зведення до дробів). Знайдемо відношення даних чисел (дріб) і запишемо його у відсотках

$$\frac{144}{400}=0{,}36;\quad 0{,}36=36\%$$

III спосіб (спосіб пропорцій). Складаємо пропорцію

$$400 \text{ кг становлять } 100\%$$

$$144 \text{ кг становлять } x\%$$

Використавши основну властивість пропорції, отримуємо

$$\frac{400}{144} = \frac{100}{x}; \quad x = \frac{144 \cdot 100}{400} = 36\%$$

IV спосіб (за допомогою рівнянь). Нехай $x\%$ всіх цукерок продали першого дня. Оскільки 1% завезених до магазину цукерок становить $\frac{400}{100} = 4$ (кг), то першого дня продали $4x$ (кг), що за умовою дорівнює 144 кг.

Отже, маємо рівняння $4x = 144$, $x = 144 : 4$, $x = 36\%$.

V спосіб (за допомогою формули). Для розв'язання задачі цим способом потрібно скористатися формулою $p = \frac{a}{b} \cdot 100\%$, де $p\%$ – кількість відсотків, яку становить дане число a від даного числа b. Тому,

$$p = \frac{144}{400} \cdot 100\% = 0{,}36 \cdot 100\% = 36\%$$

При вивченні відсотків зустрічаються також задачі, які зводяться до:

а) знаходження числа, яке більше від заданого числа a на $p\%$;

б) знаходження числа, яке менше від заданого числа a на $p\%$;

в) знаходження, на скільки відсотків число a більше від числа b;

г) знаходження, на скільки відсотків число a менше від числа b.

Задача 4. Чоловіча сорочка коштувала 200 грн. Скільки вона буде коштувати після підвищення її ціни на 40%?

Розв'язання. **1 спосіб.** Знайдемо спочатку, на скільки гривень підвищилася ціна сорочки. Для цього знайдемо 40% від числа 200:

$$40\% = 0{,}4; \;\; 200 \cdot 0{,}4 = 80 \text{ (грн.)}$$

Тепер знайдемо нову ціну сорочки:

$$200 + 80 = 280 \text{ (грн.)}$$

2 спосіб. Якщо стару ціну прийняти за 100%, то нова ціна буде на 40% більшою, тобто вона становитиме 140%. Тому для знаходження нової ціни потрібно знайти 140% від числа 200:

$$140\% = 1{,}4;\ \ 200 \cdot 1{,}4 = 280\ (\text{грн.})$$

Задача 5. До підвищення цін холодильник коштував 10 000 грн, а після підвищення – 12 000 грн. На скільки відсотків підвищилася вартість холодильника?

Розв'язання. Знайдемо спочатку, на скільки гривень підвищилася ціна холодильника:

$$12000 - 10000 = 2000\ (\text{грн.})$$

Знайдемо тепер відсоткове відношення p чисел 2000 і 10000:

$$p = \frac{2000}{10000} \cdot 100\% = 0{,}2 \cdot 100\% = 20\%$$

Отже, ціна холодильника підвищилася на 20%.

Отже, задачі, які зводяться до знаходження числа, яке більше або менше від заданого числа a на $p\%$, відносяться до першої групи, а задачі, які зводяться до знаходження на скільки відсотків число a більше або менше від числа b, відносяться до третьої групи. Зауважимо також, що такі задачі можна розв'язати: зведенням до одиниці; зведенням до дробів; способом пропорцій; за допомогою рівнянь; за формулою.

1.2. Вивчення відсотків у сучасному закладі загальної середньої освіти

Відсотки мають широке практичне застосування і використовуються в багатьох сферах повсякденного життя, бізнесу, фінансів, економіки та інших галузях. Враховуючи це, вивчення поняття відсотка є важливою та обов'язковою частиною шкільної програми з математики.

Школярі повинні навчитися розв'язувати основні задачі на відсотки, зображати відсотки у вигляді десяткових та звичайних дробів і навпаки.

Традиційно відсотки вивчаються в рамках молодших класів середньої ланки. На сучасному етапі, відповідно до рекомендованих Міністерством освіти і науки України модельних навчальних програм «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти [6 – 12], вивчення відсотків розпочинається у 5 класі після вивчення звичайних та десяткових дробів. У зміст навчального

матеріалу 5 класу включено: означення поняття відсотка; зв’язок відсотків та десяткових дробів; знаходження відсотків від числа; знаходження числа за його відсотком; розв’язування текстових задач на відсотки.

У результаті вивчення відсотків учні 5 класу повинні мати уявлення про відсоток, а також вміти: записувати відсотки у вигляді десяткового дробу; записувати десятковий дріб у вигляді відсотку; знаходити відсотки від числа; знаходити числа за його відсотками; розв’язувати текстові задачі, що передбачають знаходження відсотків від числа та числа за його відсотками.

Наступний етап вивчення відсотків модельними навчальними програмами «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти [6 – 12] передбачений у 6 класі після вивчення відношень і пропорцій, який включає відсоткове відношення двох чисел та відсоткові розрахунки. У результаті їх вивчення учні 6 класу повинні розуміти, що таке відсоткове відношення, що показує відсоткове відношення двох чисел, а також вміти: використовувати правило знаходження відсоткового відношення двох чисел для розв’язування задач та розв’язувати задачі на відсоткові розрахунки.

У 9 класі під час вивчення елементів прикладної математики навчальною програмою для поглибленого вивчення математики в 8-9 класах загальноосвітніх навчальних закладів [13] передбачено вивчення відсоткових розрахунків та формули складних відсотків.

У результаті їх вивчення учні 9 класу повинні розв’язувати вправи, що передбачають використання формули обчислення складних відсотків.

Можна виділити кілька підходів до вивчення відсотків.

Перший підхід. Розгляд відсотків ведеться як окрема тема, без опори на дроби. Знаходження відсотків від числа здійснюється у дві дії. Вивчення дробів ведеться окремою темою, набагато пізніше задач на відсотки. Таким чином, навчання йде від часткового до загального, що менш ефективно й дає менше можливостей для розвитку учнів.

Другий підхід. Задачі на відсотки розглядаються як окремий випадок задач на дроби й усі прийоми розв’язання переносяться на них, тобто вивчення йде від

загального випадку, задач на дроби, до задач на відсотки. У більшості сучасних підручників реалізований другий підхід.

Розглянемо детальніше підходи до вивчення відсотків в деяких сучасних підручниках з математики, рекомендованих Міністерством освіти і науки України для використання у закладах загальної середньої освіти у 2024/2025 навчальному році.

У підручниках [4, 5] авторів Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. вивчення відсотків розпочинається в 5 класі після вивчення звичайних та десяткових дробів. Перед введенням поняття «відсоток» автори пропонують розглянути приклади: сота частина гектара – 1 ар (1 сотка); сота частина століття – 1 рік; сота частина гривні – 1 копійка; сота частина метра – 1 сантиметр. Після цього роблять висновок, що для сотої частини величини або числа придумали спеціальну назву «один відсоток» або «один процент» і позначення 1%. А відтак автори формулюють правило знаходження 1% від величини: щоб знайти 1% від величини, треба її значення поділити на 100.

Після введення поняття «відсотка» автори пропонують розглянути приклади: 1% від 300 кг дорівнює 3 кг, бо $300\text{ кг} : 100 = 3\text{кг}$; 3% від 1 км становлять 30 метрів.

Автори звертають увагу на те, що 100% величини становлять $\frac{100}{100}$ величини, тобто 100% величини – це вся величина: якщо говорять, що роботу виконано на 100%, то виконано всю роботу; якщо турист пройшов 100% маршруту, то він пройшов увесь маршрут.

Далі наведено приклади розв’язання задач на знаходження відсотків від числа способом зведення до одиниці.

Полуниці містять 6% цукру. Скільки кілограмів цукру міститься в 15 кг полуниць?

До магазину завезли 600 кг шоколадних цукерок, печива та мармеладу. Цукерки становили 40 % завезеного товару, печиво – 25 %. Скільки кілограмів мармеладу завезли до магазину?

Вкладник поклав у банк 4500 грн під 9 % річних. Якою буде сума на його

рахунку через рік?

Останню задачу можна розглядати як задачу на знаходження числа, яке більше від заданого числа a на $p\%$.

Перед розв'язуванням текстових задач на знаходження відсотків від числа пропонуються такі завдання:

– знайти відсотки від числа (№№ 1136, 1137);

– знайти, скільки відсотків площі квадрата зі стороною 10 одиниць зафарбовано (№ 1140);

– зафарбувати частину квадрата зі стороною 10 одиниць, площа якої від площі квадрата становить p відсотків (№ 1141);

– записати у вигляді десяткового дробу відсотки (№№ 1142, 1143);

– записати у відсотках десятковий дріб (№№ 1144, 1145);

– записати у вигляді звичайного дробу відсотки (№ 1146).

Після вивчення «знаходження відсотків від числа» переходять до вивчення «знаходження числа за його відсотками». На початку наведено приклади розв'язання задач на знаходження числа за його відсотками способом зведення до одиниці.

Вершкове морозиво містить 14% цукру. Скільки кілограмів морозива виготовили, якщо було використано 49 кг цукру?

За день робітник виготовив 48 деталей, що становить 120% кількості деталей, яку він мав виготовити за планом. Скільки деталей робітнику потрібно було виготовити за планом?

У гаю ростуть дуби, клени та берези. Дуби становлять 15% усіх дерев, клени – 23%, а беріз росте 248. Скільки всього дерев росте в гаю?

Перед розв'язуванням текстових задач на знаходження числа за його відсотками пропонуються завдання на знаходження числа за його відсотками (№№ 1176–1178).

Наступна «зустріч» із відсотками відбувається у 6 класі після вивчення відношень і пропорцій. А саме вивчається відсоткове відношення двох чисел.

Спочатку на конкретному прикладі формується поняття «відсоткове

відношення двох чисел», а після цього формулюється його означення. Далі формулюється правило знаходження відсоткового відношення двох чисел та зауважується, що при розв'язуванні задач, окрім цього правила зручно використовувати пропорції.

Далі наведено приклади розв'язання задач на знаходження відсоткового відношення двох чисел способом пропорцій.

У парку росте 400 дерев, з них 96 – ялинки. Скільки відсотків усіх дерев парку становлять ялинки?

Ціна товару зросла зі 150 грн. до 240 грн. На скільки відсотків збільшилася ціна товару?

Останню задачу можна розглядати як задачу на знаходження, на скільки відсотків число a більше від числа b.

Перед розв'язуванням текстових задач на знаходження відсоткового відношення двох чисел пропонуються завдання на знаходження відсоткового відношення двох чисел (№№ 609–611).

У підручниках [2, 3] авторів Кравчук В.Р., Янченко Г.М. вивчення відсотків розпочинається в 5 класі після вивчення звичайних та десяткових дробів. Перед введенням поняття «відсоток» автори пропонують розглянути приклади: $\frac{1}{100}$ метра називають сантиметром, $\frac{1}{100}$ центнера – кілограмом. А загалом $\frac{1}{100}$ деякої величини або числа називають відсотком або процентом. Після цього інформують учнів про те, що відсоток записується за допомогою спеціального знака %, і тому 1% можна записати так: $1\% = \frac{1}{100} = 0{,}01$. А відтак на прикладі квадрата зі стороною 10 одиниць пояснюють, що $\frac{25}{100} = 25\%$, $\frac{50}{100} = 50\%$. Далі за допомогою конкретних прикладів приходять до формулювання правил перетворення відсотків у десяткові дроби, а десяткових дробів – у відсотки.

Після введення поняття «відсотка» автори пропонують розглянути приклади: 1% від 800 учнів школи дорівнює 8 учнів, 25% від 800 учнів школи – 200 учнів, формулюють правило знаходження відсотків від числа і підводять до

висновку, що 100% деякої величини – це сама величина.

Після введення поняття «відсотка» та формулювання правил знаходження відсотків від числа автори розглядають такі дві задачі.

Перша задача. Кавун, маса якого 5 кг, містить 90% води. Скільки кілограмів води міститься в кавуні?

Розв'язання цієї задачі розпочинається із знаходження маси води, що припадає на 1% ($5 : 100 = 0{,}05$(кг)), після чого отриманий результат множиться на кількість відсотків, тобто на 90 ($0{,}05 \cdot 90 = 4{,}5$(кг)).

Друга задача. Ціну праски, що коштувала 600 грн, знизили на 20%. Знайти нову ціну праски.

Ця задача розв'язується двома способами.

1-й спосіб:

1) знаходять, скільки гривень припадає на 1% ($600 : 100 = 6$ (грн));

2) знаходять, скільки гривень припадає на 20% ($6 \cdot 20 = 120$ (грн));

3) знаходять нову ціну ($600 - 120 = 480$ (грн)).

2-й спосіб:

1) знаходять, скільки відсотків початкової ціни становить нова ціна ($100 - 20 = 80\%$);

2) знаходять, скільки гривень припадає на 20%, тобто на стільки гривень знизили ціну ($6 \cdot 20 = 120$ (грн));

3) знаходять нову ціну ($6 \cdot 80 = 480$(грн)).

Після цього з метою ознайомлення з основними типами задач та навчання правильно записувати їх розв'язання пропонується учням така задача.

У першій спробі Ірина стрибнула в довжину на 2 м, а в другій – на 15% далі. На скільки метрів стрибнула Ірина у другій спробі?

Ця задача також розв'язується знаходженням кількості метрів, що припадає на 1%.

Перед розв'язуванням текстових задач на знаходження відсотків від числа пропонуються такі завдання:

– записати у вигляді десяткового дробу відсотки (№№ 1362, 1363);

– записати у вигляді відсотків десятковий дріб (№№ 1364, 1365);

– записати у вигляді відсотків звичайний дріб (№ 1366, 1367);

– знайти відсотки від числа (№№ 1371, 1372).

Після вивчення «знаходження відсотків від числа» переходять до вивчення «знаходження числа за його відсотками». Спочатку наведено приклад розв'язання задачі на знаходження числа за його відсотками способом зведення до одиниці.

Комбайни скосили пшеницю на 80 га, що становить 40% площі поля. Знайти площу поля.

Із розв'язання задачі роблять такий висновок: щоб знайти число, 40% якого дорівнюють 80, потрібно 80 поділити на 40, а потім одержану частку помножити на 100. Відтак формулюють загальне правило знаходження числа, $p\%$ якого дорівнюють a: щоб знайти число, $p\%$ якого дорівнюють a, потрібно a поділити на p й одержану частку помножити на 100.

Після формулювання загального правила знаходження числа за його відсотками наведено приклад розв'язання такої задачі.

У процесі виготовлення пюре зі слив 28% маси потрапляє у відходи. Скільки кілограмів слив потрібно взяти, щоб отримати 9 кг пюре?

Розв'язання цієї задачі розпочинається із констатації того, що маса слив становить 100%. Далі:

1) знаходять, скільки відсотків становить пюре ($100\% - 28\% = 72\%$);

2) знаходять, скільки кілограмів припадає на 1% ($9 : 72 = 0{,}125$ (кг));

3) знаходять масу слив ($0{,}125 \cdot 100 = 12{,}5$ (кг)).

Перед розв'язуванням текстових задач на знаходження числа за його відсотками пропонується завдання знайти число за його відсотками (№№ 1404 – 1407). Серед запропонованих у підручнику завдань заслуговує на увагу завдання: складіть задачу за її розв'язанням (№ 1413).

У 6 класі після вивчення пропорцій відбувається наступна «зустріч» із відсотками, а саме вивчається відсоткове відношення та зміна величини у відсотках.

Спочатку на конкретному прикладі формується поняття «відсоткове відношення двох чисел», а після цього формулюється його означення. Далі формулюється правило знаходження відсоткового відношення двох чисел та правило встановлення, скільки відсотків становить одне число від другого.

Далі наведено приклади розв'язання задач на знаходження відсоткового відношення двох чисел.

Вивчення теми «Зміна величини у відсотках» розпочинається із розгляду таких прикладів.

У фермерському господарстві врожайність пшениці минулого року була 40 ц/га, а в цьому році – 45 ц/га. На скільки відсотків зросла врожайність пшениці в цьому році порівняно з минулим роком?

Товар коштував 400 грн. Під час акційного тижня цю ціну зменшили і нова ціна – 320 грн. На скільки відсотків зменшили ціну товару?

Розв'язують ці задачі у два етапи. На першому етапі знаходять, на скільки одиниць збільшилася або зменшилася дана величина, а на другому знаходять, скільки відсотків становить одержана різниця від початкового значення величини.

Після розгляду цих прикладів формулюється алгоритм розв'язування задач такого типу.

Щоб встановити, на скільки відсотків збільшилася (зменшилася) певна величина, потрібно знайти:

1) на скільки одиниць збільшилася (зменшилася) ця величина;

2) скільки відсотків становить одержана різниця від початкового значення величини.

Задачі на знаходження зміни величини у відсотках можуть бути викликом для учнів, особливо на етапі розуміння, на яке значення потрібно ділити знайдену різницю двох значень однієї величини.

Перед розв'язуванням текстових задач на знаходження зміни величини у відсотках пропонується виразити у відсотках зміну величини від a одиниць до b одиниць (№№ 703, 704);

Далі, переходячи до розв’язування задач на відсоткові розрахунки, звертають увагу учнів на те, що одну й ту саму задачу на відсотки можна розв’язувати різними способами: з використанням означення відсотка; зведення задач на відсотки до основних задач на дроби; розв’язування задач на відсотки за допомогою пропорцій.

РОЗДІЛ ІІ. МЕТОДИЧНІ АСПЕКТИ ФОРМУВАННЯ ВМІНЬ УЧНІВ РОЗВ'ЯЗУВАТИ ЗАДАЧІ НА ВІДСОТКОВІ РОЗРАХУНКИ

Вивчаючи відсотки, потрібно сформувати в учнів уміння розв'язувати задачі на відсоткові розрахунки, як і будь-які інші задачі, різними способами. Ознайомлення учнів з різними способами розв'язування задач на відсоткові розрахунки повинно базуватися на засвоєнні необхідної теоретичної бази та операцій, які є структурними елементами способу розв'язування.

Тому поступове ознайомлення з різними способами розв'язування задач є найефективнішим методом навчання учнів розв'язуванню задач на відсоткові розрахунки. Цей підхід дозволяє учням розуміти і оцінювати різні підходи до розв'язування конкретної задачі і розвивати гнучкість мислення.

У 5 класі вводиться поняття відсотка і під час розв'язування задач на знаходження відсотків від числа учні фактично повторюють спосіб зведення до одиниці, з яким вони ознайомились ще в початковій школі.

У 6 класі коли учні навчились знаходити дріб від числа, доцільно повернутися до розв'язування задачі на знаходження відсотків від числа, розв'язуючи її спочатку способом зведення до одиниці, а потім шляхом знаходження дробу від числа.

Під час вивчення дії ділення дробів учні розв'язують задачі на знаходження числа за його дробом способом ділення відомого числа на даний дріб. Після цього, розглянувши конкретні приклади, підводимо учнів до висновку, що цей підхід може бути застосований і до задач на знаходження числа за відомим числом його відсотків.

Ознайомлення учнів із задачею про відсоткове відношення чисел доцільно проводити під час вивчення відношень, а під час вивчення пропорцій ознайомити учнів із розв'язуванням задач на відсоткові розрахунки за допомогою пропорцій. Перш ніж переходити до розв'язування задач на відсоткові розрахунки за допомогою пропорцій, важливо забезпечити належне розуміння поняття пропорції, переконатися, що учні мають достатню підготовку та розуміння основ

пропорцій, щоб успішно застосовувати їх у відсоткових розрахунках. При подальшому вивченні курсу хімії учням доведеться використовувати пропорції і при розв'язуванні задач на відсотки.

Серед задач, які розв'язуються методом рівнянь в алгебрі, мають бути і задачі на відсоткові розрахунки. Включення задач на відсоткові розрахунки, які розв'язуються методом рівнянь, допоможе учням розвивати алгебраїчні навички, використовувати алгебраїчні методи для моделювання та розв'язування практичних задач на відсотки. Крім того, це покаже учням, що відсотки можуть бути представлені як алгебраїчні вирази та рівняння, що розширить їх розуміння цих понять і їх застосування в практичних ситуаціях.

У 7 класі, вводячи поняття буквеного виразу і формули, доцільно розглянути і формули відсотків, адже це допоможе учням усвідомити зв'язок між трьома основними задачами на відсотки: знаходженням відсотка від числа, знаходженням числа за відомим відсотком і знаходженням відсоткового відношення між двома числами. При введенні формул відсотків варто пояснити учням, як і коли використовувати кожну формулу.

Під час вивчення систем лінійних рівнянь з двома змінними важливо ознайомити учнів з новим методом розв'язування складніших задач на відсоткові розрахунки. Розв'язуючи першу задачу новим методом, доцільно запропонувати учням план її розв'язання.

Задача. У колбу налили деяку кількість 60%-го розчину солі й деяку кількість 80%-го розчину цієї ж солі. Одержали 35 мілілітрів розчину, що містить 72% солі. Яку кількість кожного розчину налили в колбу?

Розв'яжіть задачу, використовуючи наступний план:

1. Введіть позначення x та y для кількості 60%-го й 80%-го розчинів солі.
2. Запишіть рівняння, що пов'язує ці дві величини й загальну кількість розчину.
3. Визначите кількість солі в отриманому розчині.
4. Запишіть рівняння, що пов'язує кількість солі в 60%-му, 80%-му і отриманому розчинах.
5. Складіть систему і розв'яжіть її.

Після вивчення трьох основних типів задач на відсоткові розрахунки учні можуть мати складнощі з розпізнаванням виду задачі, адже кожен вид задачі на відсоткові розрахунки має свої особливості і специфіку взаємозв'язку між величинами. Необхідно звернути увагу учнів на те, що в усіх трьох основних задачах на відсоткові розрахунки маємо справу з двома відомими величинами і однією невідомою величиною, але в кожному виді задач своя залежність між відомими величинами і невідомою величиною.

Важливим і корисним методичним прийомом у процесі навчання учнів розв'язуванню задач на відсоткові розрахунки є складання і розв'язування обернених задач. Розв'язування обернених задач допомагає учням зрозуміти залежності між величинами та розпізнавати вид задачі на відсоткові розрахунки.

Приклад. Знайдіть 18% від 156.

Розв'язання. Оскільки $18\% = 0{,}18$, то $156 \cdot 0{,}18 = 28{,}08$.

Перша обернена задача. Знайдіть число, 18% від якого становлять 28,08.

Розв'язання. Оскільки $18\% = 0{,}18$, то $28{,}08 : 0{,}18 = 156$.

Друга обернена задача. Скільки відсотків від 156 становить число 28,08?

Розв'язання. $\frac{28{,}08}{156} \cdot 100\% = 18\%$.

Якщо учні не розв'язуватимуть задачі на відсоткові розрахунки (у тому числі і складні) у курсі алгебри, геометрії і алгебри та початків аналізу, то набуті в 5-6 класах навички і уміння буде втрачено. Саме цим пояснюється безпорадність старшокласників і студентів під час розв'язування задач на відсоткові розрахунки. Під час повторення курсу алгебри в 9 класі і курсу алгебри та початків аналізу в 11 класі треба повторити, систематизувати та узагальнити способи розв'язування основних та типових більш складних задач на відсоткові розрахунки, які мають міжпредметний характер, використовуються на виробництві, у економіці, статистиці.

2.1. Розв’язування задач на знаходження відсотків від числа

На початковому етапі вивчення відсотків потрібно сформувати розуміння відсотка як спеціального способу вираження частини певної величини, виробити вміння виражати відсоток відповідним звичайним та десятковим дробом. Причому перед введенням означення варто розглянути приклади використання відсотків.

Не варто квапитися приступати до розв’язування задач на знаходження відсотків від деякої величини. Необхідно дати учням можливість звикнути до поняття відсотка, освоїти нову термінологію. Через систему вправ потрібно привчити дітей до вживання нового терміна, «перекладу» задач із мови частин і дробів на мову відсотків і навпаки. У результаті цього ще до розв’язування основних задач на відсотки, учні повинні досить міцно засвоїти основні відомості про відсотки, зокрема засвоїти, що 25% деякої величини – це $\frac{1}{4}$ цієї величини; 50% – це половина деякої величини; 30% втричі більше, ніж 10% і т.д. Потрібно розглянути з учнями порівняння частин певної величини, заданих різними способами. Наприклад, $\frac{1}{3}$ більше, ніж 25%; $\frac{7}{12}$ більше 50%; 23% менше $\frac{1}{4}$; вся величина – це 100% і т.д.

Після цього доцільно запропонувати вправи, спрямовані на усвідомлене засвоєння матеріалу.

Вправа 1. Для кожної фрази з лівого стовпця підберіть відповідну фразу у правому:

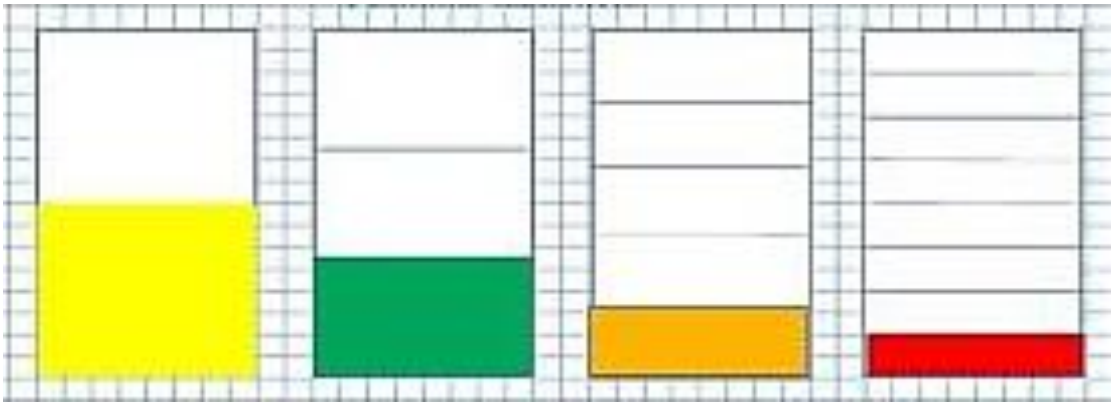
1) 100% учнів школи	а) половина всіх учнів школи
2) 25% учнів школи	б) всі учні школи
3) 10% учнів школи	в) чверть всіх учнів школи
4) 50% учнів школи	г) десята частина всіх учнів школи.

Вправа 2. Батько одержав премію, 40% якої він витратив на подарунок мамі, 60% – на подарунки дітям. Чи всі гроші витратив батько?

Із самого початку засвоєння учнями поняття рекомендується давати більше завдань, у яких потрібно заштрихувати, зафарбувати, накреслити,

вирізати частину фігури (і не тільки квадрата). Такого типу вправи не зустрічаються у вищерозглянутих підручниках.

Вправа 3. Яка частина прямокутника заштрихована? Виразіть цю частину у відсотках.



Необхідно на конкретних прикладах ознайомити учнів з неявним використанням відсотків, притаманне розмовній мові та засобам масової інформації.

Вправа 4. Поясніть, використовуючи слово «відсоток», що означають наступні твердження:

а) 10 жителів міста із кожних 100 мають потребу в покращенні житлових умов;

б) 43 людини з кожних 100 довіряють гороскопам і постійно їх читають;

в) з кожних 100 немовлят 52 – хлопчики;

г) з кожних 100 жителів Львова 25 мають домашніх тварин.

Переходити до задач на знаходження відсотків деякої величини можна тоді, коли учні усвідомлено володіють поняттям відсотка.

Для успішного засвоєння матеріалу доцільно розглянути з учнями формулювання задач у розгорнутому вигляді, тобто коли до розглянутого в умові сюжету поставлені не одне, а кілька питань. Так привертається їхня увага до того, яку інформацію можна отримати із умови задачі.

Вправа 5. Мама отримала 10000 грн. заробітної плати На комунальні послуги вона витратили 20% цієї суми. Які питання можна поставити до задачі? Дайте відповідь на них.

Вправа 6. Заробітна плата батька у січні становила 12000 грн. Під кінець року вона збільшилася на 50%. На скільки гривень збільшилася середня

зарплата? Якою стала зарплата під кінець року?

Заслуговують на увагу задачі, присвячені питанню про збільшення на 100%, на 200%, на 300%. Такі задачі підводять учнів до розуміння того, що збільшення на 100% – це збільшення у 2 рази, збільшення на 200% – це збільшення у 3 рази, збільшення на 300% – це збільшення у 4 рази.

Далі переходимо до розв'язування задач, які зводяться до знаходження відсотків від числа. У 5 класі розв'язування задач на знаходження $p\%$ від заданої величини a доцільно проводити за такою схемою: 1) знаходимо, яка кількість заданої величини припадає на 1% (a:100); 2) отриманий результат множимо на p.

Задача 1. Із свіжих слив одержують 25% сушених. Скільки одержали сушених слив, якщо купили 32 кг свіжих?

Розв'язання. Щоб знайти, скільки одержали сушених слив із 32 кг свіжих, потрібно знайти 25% від числа 32. Знайдемо спочатку, скільки кілограмів відповідає одному відсоткові, тобто соту частину всіх слив: $32:100 = 0{,}32$ кг.

Для знаходження отриманої кількості сушених слив виконуємо множення $0{,}32 \cdot 25 = 8$ (кг).

Відповідь. 8 кг.

Задачі, які зводяться до знаходження числа, яке більше (менше) від заданого числа a на $p\%$ можна розглядати як похідні від задач, які зводяться до знаходження відсотків від числа.

Задача 2. Чоловіча сорочка коштувала 180 грн. Скільки вона буде коштувати після підвищення її ціни на 40%?

Розв'язання. Знайдемо спочатку, на скільки гривень підвищилася ціна сорочки. Для цього знайдемо 40% від числа 180:

$$40\% = 0{,}4;\ 180 \cdot 0{,}4 = 72\ (\text{грн.})$$

Тепер знайдемо нову ціну сорочки:

$$180 + 72 = 252\ (\text{грн.})$$

Відповідь. 252 грн.

У 6 класі, коли учні навчились знаходити дріб від числа, доцільно

повернутися до розв'язування задачі на знаходження відсотків від числа, розв'язуючи її спочатку способом зведення до одиниці, а потім шляхом знаходження дробу від числа.

Перш ніж приступити до розв'язування задач способом зведення до дробів, потрібно розглянути з учнями правило на переведення відсотків у десятковий дріб: щоб виразити відсотки десятковим дробом, потрібно число, що стоїть перед знаком %, розділити на 100 або, що те ж саме, помножити на 0,01, а також розглянути з учнями вправи на переведення відсотків у десятковий дріб.

Вправа 8. Виразити десятковим дробом:

а) 2,5%, 18,3%, 54,5%; б) 0,1%, 0,5%, 0,7%; в) 120%, 137%, 350%.

Задача 3. Із завезених до магазину 400 кг цукерок, першого дня продали 36% всіх цукерок. Скільки кілограм цукерок продали першого дня?

Розв'язання. Подамо спочатку відсотки у вигляді десяткового або звичайного дробу і знайдемо дріб від числа 400 дією множення цього числа на дріб

$$36\% = \frac{36}{100} = 0{,}36;\ \ 400 \cdot 0{,}36 = 144$$

Відповідь. 144 кг.

У 6 класі під час вивчення відношень і пропорцій доцільно розглянути розв'язування задач на знаходження відсотків від числа за допомогою пропорцій.

Задача 4. Яблуко містить 10,7% цукру. Скільки цукру міститься у 20 кг цих яблук?

Розв'язання. Складаємо пропорцію

$$20 \text{ кг} \ \text{ становлять } 100\%;$$
$$x \text{ кг} \ \text{ становлять } 10{,}7\%.$$

Використавши основну властивість пропорції, отримуємо

$$\frac{20}{x} = \frac{100}{10{,}7};\quad x = \frac{20 \cdot 10{,}7}{100} = 2{,}14 \text{ (кг)}$$

Відповідь. 2,14 кг.

У 6 класі під час вивчення лінійних рівнянь з однією змінною серед задач, які розв'язуються методом рівнянь, мають бути і задачі на знаходження відсотків від числа.

Задача 5. З молока одержують 10% сиру. Скільки сиру одержать із 400 кг молока?

Розв'язання. Нехай x кг – кількість сиру, яку одержать із 400 кг. Тоді

$$\frac{x \cdot 100}{400} = 10; \;\; x = 10 \cdot 4 = 40 \text{ (кг)}$$

Відповідь. 40 кг.

У 7 класі, вводячи поняття цілого виразу зі змінними та формули, доцільно розглянути формулу знаходження відсотків від числа: $b = \frac{a \cdot p}{100}$, де b – шукане число, a – задане число, p – кількість відсотків, які треба знайти від числа a.

Задача 6. Туристи за два дні подолали 80 км. Першого дня було пройдено 55% маршруту. Скільки кілометрів пройшли туристи першого дня?

Розв'язання. Для розв'язання задачі цим способом потрібно скористатися формулою $b = \frac{a \cdot p}{100}$, де b – шукане число, a – задане число, p – кількість відсотків, які треба знайти від числа a.

Отже,

$$b = \frac{80 \cdot 55}{100} = 44 \text{ (км)}$$

Відповідь. 44 км.

2.2. Розв'язування задач на знаходження числа за його відсотками

Перед розв'язуванням текстових задач на знаходження числа за його відсотками пропонуються завдання на знаходження числа за його відсотками.

Методика розв'язування задач, що зводяться до знаходження числа за його відсотками цілком аналогічна методиці розв'язування задач на знаходження відсотків від числа.

У 5 класі розв'язування задач на знаходження деякої величини, $p\%$ від якої дорівнює a доцільно проводити за такою схемою: 1) знаходимо кількість заданої

величини, що припадає на 1% ($a:p$); 2) отриманий результат множимо на 100.

Задача 7. З нафти одержують 30% гасу. Скільки потрібно взяти нафти, щоб одержати 27 тонн гасу?

Розв'язання. Спочатку визначимо, скільки тонн гасу припадає на 1%:

$$27:30 = 0{,}9 \text{ (т)}$$

Оскільки маса всієї нафти становить 100% , то

$$0{,}9 \cdot 100 = 90 \text{ (т)}$$

Відповідь. 90 тонн.

У 6 класі після того, як учні навчились знаходити дріб від числа, доцільно повернутися до розв'язування задач на знаходження відсотків від числа, розв'язуючи їх спочатку способом зведення до одиниці, а потім шляхом знаходження дробу від числа.

Перш ніж приступити до розв'язування задач способом зведення до дробів, потрібно розглянути з учнями правило на переведення відсотків у десятковий дріб: щоб виразити відсотки десятковим дробом, потрібно число, що стоїть перед знаком %, розділити на 100 або, що те ж саме, помножити на 0,01, а також розглянути з учнями вправи на переведення відсотків у десятковий дріб.

Задача 8. М'ясо під час варіння втрачає 30% своєї ваги. Скільки потрібно взяти сирого м'яса, щоб отримати 6 кг вареного?

Розв'язання. За умовою задачі 6 кг вареного м'яса становлять 30%, тобто 0,3 маси сирого м'яса. Щоб визначити, скільки кілограмів сирого м'яса потрібно взяти, треба знайти число за відомим його дробом, тобто виконати ділення:

$$6:0{,}3 = 20 \text{ (кг)}.$$

Відповідь. 20 кг.

У 6 класі під час вивчення відношень і пропорцій доцільно розглянути розв'язування задач на знаходження числа за його відсотками за допомогою пропорцій.

Задача 9. Із свіжих слив одержують 25% сушених. Скільки треба взяти свіжих слив, щоб одержати 8 кг сушених?

Розв'язання. Нехай потрібно взяти x кг свіжих слив. Складаємо пропорцію

x кг становлять 100%

8 кг становлять 25%

Використавши основну властивість пропорції, отримуємо

$$\frac{8}{x} = \frac{25}{100}; \quad x = \frac{8 \cdot 100}{25} = 32 \text{ (кг)}$$

Відповідь. 32 кг.

У 7 класі під час вивчення лінійних рівнянь з однією змінною серед задач, які розв'язуються методом рівнянь, мають бути і задачі на знаходження числа за його відсотками.

Задача 10. Комбайнер до обіду намолотив 24 т пшениці, що становить 60% пшениці, намолоченої ним за день. Скільки пшениці намолотив комбайнер за день?

Розв'язання. Нехай комбайнер намолотив за цілий день x т пшениці. Тоді 1% всієї пшениці становить $\frac{x}{100} = 0{,}01x$ (кг), а 60% всієї пшениці становлять $0{,}01x \cdot 60 = 0{,}6x$ (кг). За умовою задачі $0{,}6x$ дорівнюють 24 т. Отже, маємо рівняння:

$$0{,}6x = 24; \;\; x = 24 : 0{,}6; \;\; x = 50 \text{ (т)}$$

Відповідь. 50 т.

У 7 класі, вводячи поняття цілого виразу зі змінними та формули, доцільно розглянути формулу знаходження числа за його відсотками: $a = \frac{b \cdot 100}{p}$, де b – число, яке становить $p\%$ від числа a.

Задача 11. Скільки треба взяти руди, щоб отримати 72 т заліза, якщо руда містить 60% заліза?

Розв'язання. Для розв'язання задачі цим способом потрібно скористатися формулою $a = \frac{b \cdot 100}{p}$, де b – число, яке становить $p\%$ від числа a. Тому,

$$a = \frac{72 \cdot 100}{60} = 120 \text{ (т)}$$

Відповідь. 120 т.

2.3. Розв’язування задач на знаходження відсоткового відношення двох чисел

Ознайомлення учнів із задачею про відсоткове відношення чисел доцільно проводити під час вивчення відношень. На нашу думку, природним є ознайомлення учнів із задачею про відсоткове відношення чисел при введенні поняття відношення.

Спочатку доцільно на конкретних прикладах сформувати поняття «відсоткового відношення двох чисел», причому насамперед розглядаються такі випадки, коли відношення двох чисел є правильним дробом, бо вони найчастіше зустрічаються при розв’язуванні задач на відсоткове відношення. Учні повинні зрозуміти, що відношення двох чисел показує, яку частину становить одне число від іншого.

Далі розглядаємо вправи такого типу: *з 25 учнів шостого класу домашнє завдання з математики виконали 18 учнів. Яка частина учнів шостого класу виконала домашнє завдання?*

Після розгляду таких вправ слід підкреслити, що на практиці здебільшого прийнято виражати відношення двох чисел у відсотках. Далі повторюємо перетворення дробів у відсотки й змінюємо розглянуті раніше вправи такими: *з 25 учнів шостого класу домашнє завдання з математики виконали 18 учнів. Скільки відсотків учнів шостого класу виконали домашнє завдання?*

Спочатку визначаємо, яка частина учнів шостого класу виконала домашнє завдання: $18:25=\frac{18}{25}$. Після цього перетворюємо дріб $\frac{18}{25}$ у відсотки: $\frac{18}{25}=0{,}72=72\%$.

Після розгляду кількох аналогічних вправ учні самостійно приходять до відповідного висновку: щоб знайти відсоткове відношення двох чисел, потрібно їх відношення подати у вигляді дробу і перетворити цей дріб у відсотки.

Не слід поспішати з формулюванням загальноприйнятого правила: щоб знайти відсоткове відношення двох чисел, треба їх відношення помножити на 100 і до результату дописати знак відсотка

Після цього доцільно спочатку розглянути з учнями такі задачі на

відсоткове відношенням двох чисел, у яких відношення цих чисел є правильним дробом. Ці задачі психологічно доступніші для учнів і частіше трапляються їм у житті. Проте не можна обмежуватись лише такими задачами, а потрібно розглянути й такі задачі, в яких відношення двох чисел є неправильним дробом.

Задача 12. Згідно з планом завод повинен був виготовити 300 автомобілів, а виготовив 360 автомобілів. На скільки відсотків виконано завдання?

Розв'язання. Знаходимо відношення кількості виготовлених автомобілів до запланованої у вигляді дробу: $360:300=\frac{360}{300}=1{,}2$. Після цього дріб $1{,}2$ перетворюємо у відсотки: $1{,}2=120\%$. Отже, план виконано на 120%.

Розв'язуючи задачі на знаходження відсоткового відношення двох чисел, доцільно розглянути з учнями їх розв'язування такими способами: 1) зведенням до дробів; 2) зведенням до одиниці; 3) способом пропорцій; 4) за допомогою рівнянь; 5) за формулою.

У 6 класі розв'язування задач на знаходження відсоткового відношення деяких величин a і b способом зведення до дробів доцільно проводити за такою схемою: 1) знаходимо відношення даних чисел a і b, тобто дріб $a:b=\frac{a}{b}$; 2) отриманий дріб переводимо у відсотки.

Задача 13. 26 кг рису містять 19,5 кг крохмалю. Знайдіть відсотковий вміст крохмалю в рисі.

Розв'язання. Знайдемо відношення даних чисел (дріб) і запишемо його у відсотках

$$19{,}5:26=0{,}75;\ \ 0{,}75=75\%$$

Відповідь. 75%.

У 6 класі доцільно також розглянути з учнями розв'язування задач на знаходження відсоткового відношення деяких величин a і b способом зведення до одиниці за такою схемою: 1) знаходимо? скільки величини a припадає на 1% $(a:100)$; 2) величину b ділимо на отриманий результат.

Задача 14. Маса деталі після обробки на токарному станку зменшилася з 6 кг до 4,2 кг. На скільки відсотків зменшилася маса деталі?

Розв'язання. Маса деталі зменшилася на: $6 - 4{,}2 = 1{,}8$ (кг). На 1% припадає $6 : 100 = 0{,}06$ (кг). Тому 1,8 (кг) становить $1{,}8 : 0{,}06 = 30\%$.

Відповідь. 30%.

У 6 класі доцільно також розглянути з учнями розв'язування задач на знаходження відсоткового відношення деяких величин a і b способом пропорцій.

Задача 15. Плащ коштував 2320 грн. Через деякий час його ціну підвищили на 92,8 грн. На скільки відсотків підвищилась ціна?

Розв'язання. Складаємо пропорцію

$$2320 \text{ грн становлять } 100\%$$

$$92{,}8 \text{ грн становлять } x\%$$

Використавши основну властивість пропорції, отримуємо

$$\frac{2320}{92{,}8} = \frac{100}{x};\ \ x = \frac{92{,}8 \cdot 100}{2320} = 4\%$$

Відповідь. 4%.

У 7 класі під час вивчення лінійних рівнянь з однією змінною серед задач, які розв'язуються методом рівнянь, мають бути і задачі на знаходження відсоткового відношення двох чисел.

Задача 16. У зв'язку з підвищенням розряду робітник замість 9480 грн став одержувати 10902 грн. На скільки відсотків підвищилася заробітна плата робітника?

Розв'язання. Нехай заробітна плата робітника підвищилася на x%.

Оскільки 1% від заробітної плати, яку отримував робітник до підвищення становить $\frac{9480}{100} = 94{,}8$ (грн), то його заробітна плата підвищилася на $94{,}8x$ (грн), що за умовою задачі дорівнює $10902 - 9480 = 1422$ (грн). Отже, маємо рівняння

$$94{,}8x = 1422;\ \ x = 1422 : 94{,}8;\ \ x = 15\%$$

Відповідь. 15%.

У 7 класі, вводячи поняття цілого виразу зі змінними та формули, доцільно розглянути формулу знаходження відсоткового відношення p двох чисел a і b: $p = \frac{a}{b} \cdot 100\%$.

Задача 17. Із завезених до магазину 600 кг цукерок, першого дня продали 210 кг всіх цукерок. Скільки відсотків всіх цукерок продали першого дня?

Розв'язання. Для розв'язання задачі цим способом потрібно скористатися формулою $p = \frac{a}{b} \cdot 100\%$, де p – кількість відсотків, яку становить дане число a від даного числа b. Тому,

$$p = \frac{210}{600} \cdot 100\% = 0{,}35 \cdot 100\% = 35\%$$

Відповідь. 35%.

2.4. Розв'язування задач на змішування та сплави

Серед складніших задач на відсотки, які доцільно розглянути з учнями, належать задачі на змішування та сплави.

Задачі на змішування та сплави – це хороші приклади задач з практичним змістом, що дозволяють продемонструвати, як формальні математичні знання застосовуються в реальних життєвих ситуаціях.

Перед розв'язуванням задач на змішування необхідно пояснити учням таке поняття, як «концентрація розчину».

Відсотковою концентрацією розчину називається виражене у відсотках відношення маси розчиненої речовини до маси всього розчину.

Наприклад, якщо у 800 г розчину міститься 40 г розчиненої речовини, то концентрація цього розчину становить $\frac{40 \cdot 100\%}{800} = 5\%$.

У задачах на змішування йде мова про маси $m_1, m_2, \dots, m_n$ змішуваних компонентів, їх відсоткові концентрації $p_1, p_2, \dots, p_n$, а також про масу $m_1 + m_2 + \dots + m_n$ і відсоткову концентрацію p утвореної суміші. При цьому правильна рівність:

$$m_1 p_1 + m_2 p_2 + \cdots + m_n p_n = (m_1 + m_2 + \dots + m_n)p$$

У шкільному курсі математики розв'язують задачі на змішування двох або трьох компонентів. У цьому випадку правильні рівності:

$$m_1 p_1 + m_2 p_2 = (m_1 + m_2)p$$

$$m_1 p_1 + m_2 p_2 + m_3 p_3 = (m_1 + m_2 + m_3)p$$

У задачах на змішування фігурують такі величини: маса розчину, концентрація розчину, маса речовини і розв'язування таких задач полегшує складання таблиці.

Задача 18. Целюлозна суміш містить 85% води Скільки кілограмів води треба випарувати з 500 кг целюлозної суміші, щоб отримати целюлозну суміш, яка містить 75% води?

Розв'язання. Нехай треба випарувати x кг води. Складемо таблицю:

	Маса суміші	Концентрація води	Маса води
I суміш	500 кг	85%	0,85·500 кг
II суміш	(500–x) кг	75%	(0,85·500–x) кг

Маємо рівняння:

$$0{,}75(500 - x) = 0{,}85 \cdot 500 - x$$

$$0{,}25x = 0{,}85 \cdot 500 - 0{,}75 \cdot 500$$

$$x = 4 \cdot 500(0{,}85 - 0{,}75)$$

$$x = 200$$

Відповідь. 200 кг.

Задача 19. Сплав міді з оловом містить 45% міді. Скільки чистого олова необхідно додати до сплаву масою 12 кг, щоб одержати сплав, що містить 40% міді?

Розв'язання. Нехай маса доданого олова x кг. Тоді маса сплаву – $(12 + x)$ кг, і у ньому 40% міді, тобто $0{,}4(12 + x)$ кг. У початковому сплаві олово становить $12 \cdot 0,45$ кг. Оскільки маса міді не змінилась, то маємо рівняння:

$$0{,}4(12 + x) = 12 \cdot 0{,}45$$

$$12 + x = 13{,}5$$

$$x = 1{,}5$$

Відповідь. 1,5 кг.

Задача 20. Перший сплав містить 5% нікелю, а другий – 40% нікелю. Скільки треба взяти першого і другого сплавів, щоб після переплавки одержати 140 т нового сплаву, який містить 30% нікелю?

Розв'язання. Нехай маса першого сплаву x т, тоді другого – $(140 - x)$ т.

Складемо таблицю:

	Маса сплаву	Вміст нікелю	Маса нікелю
I сплав	x т	5%	0,85·500 т
II сплав	(140–x) т	40%	(0,85·500–x) т
Новий сплав	140	30%	42

Маємо рівняння:

$$0{,}05x + 0{,}4(140 - x) = 42$$

$$x = 40$$

Відповідь. Першого сплаву 40 т, другого – 100 т.

Задача 21. Із посудини ємністю 54 літри, наповненої кислотою, відлили кілька літрів кислоти і долили стільки ж літрів води, а потім знову відлили стільки ж літрів розчину. Скільки літрів кислоти відлили першого разу, якщо у посудині залишилося 24 літри чистої кислоти?

Розв'язання. Нехай першого разу відлили x л кислоти. Залишилось $(54 - x)$ л кислоти. Доливши води, отримали 54 л суміші, її концентрація $\frac{54-x}{54} \cdot 100\%$. Вдруге відлили x л розчину, в якому знаходиться $x \cdot \frac{54-x}{54}$ літрів кислоти. Всього відлили кислоти

$$x + x\frac{54 - x}{54},$$

що становить $54 - 24 = 30$ л. Отримали рівняння:

$$x + x\frac{54 - x}{54} = 30$$

$$x^2 - 108x + 1620 = 0$$

$$x_1 = 90, \qquad x_2 = 18$$

Число 90 не задовольняє умову задачі.

Відповідь. 18 літрів.

Задача 22. Із баку, наповненого 10 літрами кислоти, відлили кілька літрів кислоти і долили стільки ж літрів води. Потім знову відлили таку ж кількість розчину і долили стільки ж води. Скільки літрів відливали кожного разу, якщо в баку виявився 64% розчин кислоти?

Розв'язання. Нехай першого разу відлили x л кислоти. Тоді в баку залишилось $(10-x)$ л кислоти. Доливши x л води, одержали 10 літрів розчину, концентрація якого:

$$\frac{10-x}{10}\cdot 100\%$$

Потім відлили x л і залишилось $(10-x)$ л розчину, в якому

$$(10-x)\frac{10-x}{10}=\frac{(10-x)^2}{10}$$

л кислоти. Доливши ще раз x л води, одержали 10 л розчину, концентрація якого:

$$\frac{(10-x)^2}{10\cdot 10}\cdot 100\%,$$

що за умовою дорівнює 64%. Отримали рівняння:

$$\frac{(10-x)^2}{10\cdot 10}\cdot 100=64$$

$$(10-x)^2=64$$

$$x_1=2,\qquad x_2=-2$$

Відповідь. Щоразу відливали 2 літри.

2.5. Розв'язування задач на прості і складні відсотки

При фінансових розрахунках (доходи від банківських вкладів, облігацій державних позик), а також при обліку зростання господарської продукції, виконання виробничих планів, зростання народонаселення широкого застосування набули відсотки.

При фінансових розрахунках число, що показує, скільки відсотків доходу у встановлений термін (найчастіше рік) приносить та або інша сума, називається відсотковою ставкою, а сама сума доходу – відсотковими коштами. Для розрахунку відсоткових коштів використовують формули *простих* і *складних* відсотків.

Якщо відсотки нараховуються стосовно вихідної суми, то такий метод називається методом *простих* відсотків.

Якщо відсотки нараховуються стосовно величини, що включає первісну суму й відсотки, нараховані за минулий період, то такий метод називається методом *складних* відсотків.

Задачі на обчислення складних відсотків мають велике значення в економічних розрахунках і прийнятті рішень. Вони дозволяють визначати прибутковість і ризик інвестицій, розраховувати витрати на позики або кредити, оцінювати ефективність проектів, визначати рентабельність виробництва.

Наприклад, задачі на обчислення складних відсотків можуть включати розрахунок відсотків на банківські депозити або кредити, визначення приросту вартості активів від інвестицій, розрахунок витрат на позику з урахуванням відсотків, аналіз рентабельності підприємств тощо.

Нехай A_0 – початкова сума внеску, t – період нарахування відсотків, тобто час, після закінчення якого нараховуються відсоткові кошти, T – термін використання внеску банком, $n = \frac{T}{t}$ - кількість періодів нарахування відсотків за термін використання внеску, p – ставка простого відсотка, тобто частина внеску, що нараховується вкладникові по закінченню періоду t , P_n – відсоткові гроші за весь термін використання внеску, An – сума, що утворилася на внеску до кінця терміну T. Тоді

$$A_n = A_0\left(1 + \frac{pn}{100}\right) - \text{формула простих відсотків}$$

$$A_n = A_0\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n - \text{формула складних відсотків}$$

Для опрацювання з учнями можна запропонувати наступні задачі.

Задача 23. Банк надав на певний термін кредит у розмірі 48800 грн. Після завершення терміну позичальник сплатив банку 91500 грн. На який термін банк надав кредит, якщо річна відсоткова ставка дорівнювала 25%?

Розв'язання. Розв'яжемо цю задачу за формулою

$$A_t = A_0\left(1 + \frac{pt}{100}\right)$$

За умовою задачі $A_t = 91500, A_0 = 48800, p = 25$. Тоді

$$91500 = 48800\left(1 + \frac{25t}{100}\right)$$

$$\frac{25t}{100} = \frac{91500 - 48800}{48800}$$

$$\frac{t}{4} = \frac{427}{488}$$

$$488t = 1708$$

$$t = 3{,}5$$

Відповідь. 3,5 роки.

Задача 24. Абонент прострочив на 25 днів щомісячну оплату за користування мобільним зв'язком, розмір якої становить 140 грн. Яку суму повинен сплатити абонент, якщо за кожний прострочений день нараховується пеня у розмірі 2%?

Розв'язання. Розв'яжемо цю задачу за формулою

$$A_t = A_0\left(1 + \frac{pt}{100}\right)$$

За умовою задачі $t = 25, A_0 = 140, p = 2$. Тоді

$$A_{25} = 140\left(1 + \frac{2 \cdot 25}{100}\right) = 140 \cdot \frac{3}{2} = 210$$

Відповідь. 210 грн.

Задача 25. Банк нараховує 10% річних. Якщо покласти на рахунок 10000 грн, то скільки грошей буде через 3 роки?

Розв'язання. Розв'яжемо цю задачу за формулою

$$A_n = A_0\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

За умовою задачі $A_0 = 10000, n = 3, p = 10$. Тоді

$$A_3 = 10000\left(1 + \frac{10}{100}\right)^3 = 10000 \cdot \left(\frac{11}{10}\right)^3 = 13310$$

Відповідь. 13310 грн.

ВИСНОВКИ

У програмах та підручниках з математики для закладів загальної середньої освіти вивченню теми «Відсотки» відводиться незначне за обсягом місце у 5–6 класах та 9 класі. Поняття відсотка варто вводити в 5–6 класах, але різні типи задач на відсотки варто розглядати й у курсі алгебри 7–9 класів.

При викладанні теми «Відсотки» реалізуються багато загальних методичних особливостей, характерних для курсу вцілому. Тему доцільно вивчати у декілька етапів з 5 по 9 клас включно й «розгортати» її по спіралі. При кожному проходженні учні повертаються до відсотків на новому рівні, їх знання доповнюються, додаються нові типи задач і методи розв’язання. Таке багатократне звертання до поняття приводить до того, що поступово воно засвоюється міцно й усвідомлено. З’являється можливість включати задачі, які не могли раніше розглядатися через вікові особливості учнів.

Питання, пов’язані з відсотками, дозволяють зробити курс орієнтованим на практику, показати учням, що математичні знання, які вони здобувають, застосовуються в повсякденному житті. Інтерес в значній мірі підтримується також і змістом задач, фабули яких наближені до сучасної тематики і до життєвого досвіду школярів. Це служить досить сильним мотивом для розв’язування пропонованих задач.

Вивчення відсотків з орієнтацією на практику допомагає учням бачити практичне застосування своїх математичних навичок, дозволяє їм усвідомити, що математика не лише абстрактна наука, але й інструмент, який можна застосовувати для розв’язання реальних задач у повсякденному житті. Використання таких задач є дуже ефективним методом стимулювання їх інтересу до вивчення відсотків. Це допомагає учням бачити зв’язок між математикою і реальним світом, що сприяє їхньому бажанню розв’язувати задачі та застосовувати отримані знання.

Розв’язування задач на відсоткові розрахунки повинно спиратися на наочно-практичну діяльність школярів, на геометричну наочність і моделювання. Доцільно використовувати малюнки і креслення, що допомагають

зрозуміти умову задачі й побачити шлях її розв’язання. Використання символічної наочності робить засвоєння поняття відсотка й уміння розв’язувати задачі на відсотки більше ефективним.

При викладанні цієї теми є широкі можливості для диференційованого навчання учнів. Задачі доцільно пропонувати в широкому діапазоні складності: від найпростіших - до задач підвищеного рівня складності.

При навчанні розв’язуванню задач на відсотки потрібно ознайомити учнів з різними способами розв’язування задач, причому сукупність методів ширша, ніж це буває зазвичай. Опановуючи різноманітними способами міркувань, учні збагачують свій арсенал прийомів і методів. Але при цьому також важливо, що вони мають можливість вибору і можуть користуватися тим прийомом, який на їх погляд є найефективнішим.

У старших класах відсотки широко використовуються у біології та хімії, які впроваджують свій погляд на них, а до цього часу універсальність відсотків і різноманіття сфер їх використання забуваються учнями. У зв’язку з цим у старших класах задачі на відсоткові розрахунки доцільно розглядати як у рамках задач на повторення, так і задач підвищеної складності.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Василякіна Н.І. Складні відсотки. Від простого до складного – один крок //Математика в школах України. – 2008, №11(203). – С.14-17.
2. Кравчук В.Р., Янченко Г.М. Математика: підручник для 5 класу закладів загальної середньої освіти. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2022. – 306 с.
3. Кравчук В.Р., Янченко Г.М. Математика: підручник для 6 класу закладів загальної середньої освіти. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2023. – 304 с.
4. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Математика: підручник для 5 класу закладів загальної середньої освіти. – Х.: Гімназія, 2022. – 351 с.
5. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Математика: підручник для 6 класу закладів загальної середньої освіти. Ч. 1. – Х.: Гімназія, 2023. – 208 с.
6. Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти //Бурда М.І., Васильєва Д.В. URL: http://surl.li/fmvskh
7. Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти //Василишин М.С., Миляник А.І., Працьовитий М.В., Простакова Ю.С., Школьний О.В. URL: http://surl.li/nhjrca
8. Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти //Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Пихтар М.П., Рубльов Б.В., Семенов В.В., Якір М.С. URL: http://surl.li/femfrn
9. Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти //Істер О.С. URL: http://surl.li/lbbetu
10. Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти //Беденко М.В., Клочко І.Я., Кордиш Т.Г., Тадеєв В.О. URL: http://surl.li/nfivcw
11. Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти //Скворцова С.О., Тарасенкова Н.А. URL: http://surl.li/ynecye
12. Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти //Радченко С.С., Зайцева К.С. URL: http://surl.li/gixuuj

13. Навчальна програма для поглибленого вивчення математики в 8-9 класах загальноосвітніх навчальних закладів // М.І.Бурда, М.Ф.Городній, Д.А.Номіровський, А.В.Паньков, Н.А.Тарасенкова, М.В.Чемерис, В.О.Швець, М.С.Якір. URL: http://surl.li/hwqmay

14. Програма зовнішнього незалежного оцінювання результатів навчання з математики, здобутих на основі повної загальної освіти //URL: http://surl.li/shutjt

15. Саломатінкова О.М. Відсотки. Основні задачі на відсотки //Математика в школах України. – 2007, №10. – С.16-32.

16. Сисоєнко В.М. Розв'язування задач на відсотки //Математика в школах України. – 2006, №10(130). – С.22-26.

17. Слєпкань З. І. Методика навчання математики. – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. - 512с.

18. Тарасенкова Н.А. Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики. – Черкаси: Відлуння-Плюс, 2002. – 400 с.

19. Петриненко Г.А. Методика розв'язування задач на відсотки, розчини і сплави /Г.А.Петриненко //Математика в школах України. – 2004. – №16. – С.17- 20.

ДОДАТКИ

Додаток А

Задачі для самостійного розв'язування

1. Скільки води треба додати до 100 грам 36%-го розчину кислоти, щоб отримати 10%-й розчин кислоти?
2. Скільки води треба долити до 50 літрів 96%-го розчину спирту, щоб отримати 80%-ий розчин спирту?
3. До 200 грам сплаву міді й олова, що містить 30% міді, додали чисте олово й отримали сплав, що містить 15% міді. Скільки олова додали?
4. До 1 літра 10%-ої оцтової кислоти долили деяку кількість 70%-ої оцтової кислоти і дістали 20%-у кислоту. Скільки кислоти долили?
5. Змішали 30%-ий розчин кислоти з 10%-им розчином. Отримали 600 грам 15%-го розчину. Скільки грам кожного розчину взяли?
6. Змішати 5 літрів 25%-го розчину спирту і 7 літрів 35%-го розчину. Яка концентрація отриманого розчину?
7. Аналіз показав, що в 100 кг грибів міститься 99% води. Через деякий час аналіз показав, що вміст води в грибах складає 98%. Скільки стали важити гриби?
8. Вологість аґрусу зменшилась з 99% до 98%. На скільки відсотків зменшилась його маса?
9. До 80 грам 15%-го розчину додали 20 грам води. Знайти концентрацію одержаного розчину.
10. Розчин глини масою 100 грам містить 90% води. Скільки води треба випарувати, щоб концентрація розчину склала 80%?
11. Свіжі гриби містять 99% води. Скільки води треба випарувати із 100 кг грибів, щоб вміст води в грибах становив 98%?
12. З молока жирністю 5% зробили сир жирністю 15,5%. Скільки сиру отримали з 1 тонни молока, якщо під час виготовлення сиру залишилася сироватка жирністю 0,5%?
13. Перший сплав містить 5% нікелю, а другий – 40% нікелю. Скільки треба

взяти першого і другого сплавів, щоб після переплавки одержати 140 т нового сплаву, який містить 30% нікелю?

14. У бібліотеці 35% всіх книг становлять підручники, а решта – художні книги. Скільки книг у бібліотеці, якщо підручників на 252 книги менше ніж художніх книг?

15. В автобусі та тролейбусі знаходиться 140 пасажирів. Якщо з автобуса пересадити в тролейбус 12,5% пасажирів, то в автобусі та тролейбусі пасажирів стане порівну. Скільки пасажирів у автобусі?

16. Число А більше від числа В на 25 %. На скільки відсотків число В менше від числа А?

17. Ціну товару зменшили на 10%, а потім ще на 20%. На скільки відсотків зменшили ціну товару? Знайти нову ціну, якщо початкова ціна була 160 гривень.

18. Вартість одиниці товару зменшилась на 20%. На скільки відсотків більше товару можна купити за ті самі гроші?

19. Із посудини ємністю 54 літри, наповненої кислотою, відлили кілька літрів кислоти і долили стільки ж літрів води, а потім знову відлили стільки ж літрів розчину. Скільки літрів кислоти відлили першого разу, якщо у посудині залишилося 24 літри чистої кислоти?

20. Із баку, наповненого 10 літрами кислоти, відлили кілька літрів кислоти і долили стільки ж літрів води. Потім знову відлили таку ж кількість розчину і долили стільки ж води. Скільки літрів відливали кожного разу, якщо в баку виявився 64% розчин кислоти?

21. У першому сплаві було 6 кг міді, що складало x % його маси, у другому сплаві – 12 кг міді, що складало x 40 % його маси. Після того, як обидва сплави переплавили в один, уміст міді в ньому склав 36%. Знайти x .

22. Продаючи товар за 1386 грн, отримали 10% прибутку. Визначити, собівартість товару.

23. Морська вода містить 5% солі. Скільки кілограм прісної воли треба долити до 40 кг морської води, щоб уміст солі в морській воді склав 2%?

24. Уміст води в 100 кг сухого молока становить 7%. Скільки треба долити води

до 100 кг сухого молока, щоб отримати молоко, в якому вода становить 60%?

25. Скільки води необхідно долити до 100 грам 30%-ої соляної кислоти, щоб отримати 10%-у соляну кислоту?

26. Ціну товару послідовно зменшували двічі на 15%. Яка була початкова ціна, якщо кінцева склала 72,25 грн.

27. Скільки кілограмів молока треба взяти для отримання 483 кг масла, якщо з молока отримують 21% вершків, а з вершків – 23% масла?

28. Товар вартістю 350 грн знижували у вартості двічі на одну й ту саму кількість відсотків, після чого його вартість стала 283,5 грн. На скільки відсотків знижували товар кожного разу?

29. Першого дня витратили 10% бензину, другого – 25% залишку. Після цього залишилось бензину на 13 л менше, ніж було спочатку. Яка початкова кількість бензину?

30. З бочки вилили 60% бензину, а потім 25% залишку. Скільки відсотків бензину від початкового залишилось у бочці?

31. 30% числа А на 10 більше, ніж 20% числа В, а 30% числа В на 35 більше, ніж 20% числа А. Знайти В.

32. Є два розчини різної концентрації. Якщо взяти 100 г першого і 200 г другого, то отримаємо 50%-ий розчин. Якщо взяти 300 г першого і 200 г другого, то отримаємо 42%-ий розчин. Визначити концентрацію розчинів.

33. Маємо два сплави з різним відсотковим умістом свинцю. Маса одного сплаву х кг, а другого – у два рази більша. Від кожного з них відрізали шматок масою по 4 кг та сплавили вирізані частини із залишками іншого шматка. Після цього відсотковий уміст свинцю з обох сплавах став однаковий. Знайти масу першого сплаву.

34. Робочий день скоротився з 8 годин до 7 годин. На скільки відсотків необхідно підвищити продуктивність праці, щоб за тих же розцінок заробітна плата виросла на 5%?

35. Під час продажу деякого товару за 386 грн отримали 10% прибутку. Яка собівартість товару?

36. Маємо брухт сталі двох ґатунків з вмістом нікелю 5% і 40%. Скільки потрібно взяти брухту сталі першого ґатунку та брухту другого ґатунку, щоб отримати 140 т сталі з вмістом нікелю 30%?

37. Ціна книги знижувалась двічі на одне й те ж число відсотків, внаслідок чого її собівартість склала 64% від початкової. На скільки відсотків знижували ціну кожного разу?

38. Під час варіння м’ясо втрачає 35% своєї ваги. Скільки потрібно взяти кілограм сирого м’яса, щоб приготувати 200 порцій вареного м’яса по 80 г у кожній порції?

39. Товар коштував 6 грн 40 к, а потім його ціна була знижена. На скільки відсотків знизили ціну, якщо нова його вартість склала 5 грн 70 к?

40. На деякий товар були двічі знижені ціни – спочатку на 15%, а потім ще на 20%. Який загальний відсоток зниження ціни?

41. Скільки кілограм свіжої кави необхідно взяти, щоб одержати 4,4 кг смаженої кави, якщо під час смаження кава втрачає і 2% своєї ваги?

42. На скільки збільшиться площа квадрата, якщо сторону квадрата збільшити на 20%?

43. Ціна на товар була знижена на 30%, а через деякий час ще на 20%. На скільки відсотків була знижена ціна в результаті двох знижень.

44. Маса борошна, яке витрачається на випікання хліба, складає 75% від загальної маси хліба. Скільки кілограм хліба можна спекти із 8 кг борошна?

45. На скільки збільшиться периметр квадрата, якщо сторону квадрата збільшити на 20%?

46. Знайдіть собівартість деякого товару, якщо під час його продажу за 3348 грн збиток склав 4%.

47. Якщо, деяке число зменшити на 15%, а потім збільшити на 14%, то отримаємо число 9999. Знайти це число.

48. Скільки потрібно додати чистого спирту до 735 г 16%-го розчину йоду в спирті, щоб отримати 10%-ий розчин?

49. В яких кількостях потрібно змішати рідину з її розчинником, щоб отримати

100 грам 20%-го розчину цієї рідини?

50. В яких пропорціях потрібно змішати розчини 40%-ої і 60%-ої кислоти, щоб отримати розчин 55%-ої кислоти?

51. Яку кількість 9%-го столового оцту можна отримати з 90 грам 80%-ої оцтової есенції?

52. Скільки прісної води потрібно додати до 4 кг морської води, щоб зменшити вміст солі в ній у 2,5 рази?

53. Товар з перевезенням коштує 3900 грн. Скільки відсотків від вартості товару становлять витрати по перевезенню, якщо вартість товару дорівнює 3510 грн?

54. Товар до зниження ціни коштував 18 грн, а після зниження – 14,4 грн. На скільки відсотків знизили ціну на товар?

55. Будівля будинку коштувала 98000 грн. З них 65% заплатили за матеріал, а решту – за роботу. Скільки заплатили за роботу?

56. Після зниження цін на 5% вартість 1 м матерії стала рівною 38 грн. Скільки коштував 1 м матерії до зниження?

57. Ціна товару була збільшена на 20%, а потім нова ціна була знижена на 17%. Як у підсумку змінилася ціна відносно початкової? а) збільшилася; б) зменшилася; в) не змінилася.

58. У результаті інфляції ціна товару у перший місяць виросла на 5%, а за другий місяць на 7%. На скільки відсотків виросла ціна товару за два місяці?

59. У державі А в результаті інфляційних процесів ціни виросли на 300%. Опозиція зажадала від уряду повернення цін до колишнього рівня. На скільки відсотків повинні бути зменшені ціни?

60. Ціна на товар змінювалася в результаті інфляції. На кінець 1995 року і наступних вона становила відповідно: 400 грн, 440 грн, 462 грн, 480 грн, 526 грн. У якому році темп інфляції був найбільшим?

61. В автогосподарстві дві автоколони. Число автомобілів у другій з них на 30% більше, а середня вантажопідйомність одного автомобіля другої автоколони на 10% більше, ніж у першій. На скільки відсотків середня вантажопідйомність автомобіля по автогосподарству в цілому менша, ніж у другій автоколоні?

62. У 1997 році на шахті А видобували вугілля в 3 рази більше, ніж на шахті В. Протягом двох років видобуток вугілля на шахті А зріс на р% щорічно, а на шахті В зменшувався на ту ж саму кількість відсотків щорічно. У результаті до кінця 1999 року на шахті А видобували вугілля в 15 разів більше, ніж на шахті В. Вкажіть найбільш точне значення р.

63. Після реконструкції лінії по розливу мінеральної води її продуктивність за зміну зросла на 60%, витрати електроенергії за зміну скоротився на 20%, а ціна 1 квт. год. електроенергії за час реконструкції виросла на 40%. На скільки відсотків зменшилися витрати на електроенергію в розрахунку на одиницю продукції? а) 40; б) 30; в) 20; г) 25; д) 35.

64. Після переходу на нове обладнання витрати електроенергії знизилися на 16%, а випуск виробів виріс на 50%. На скільки відсотків зменшилася кількість електроенергії, що витрачається на виробництво одного виробу?

65. Пеня за несвоєчасну квартирну плату нараховується в розмірі 0,1% від несплаченої суми за кожний день прострочення. На скільки днів була затримана квартирна плата, якщо на суму 20 грн була нарахована пеня 1 грн?

66. Після сплати всіх податків, які в сумі склали 31% від доходу, підприємець залишив собі на законній підставі 93450 грн. Яка була величина чистого доходу підприємця?