МІНІСТЕРСТВО ФІНАНСІВ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ПОДАТКОВИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ФІНАНСІВ ТА ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ
КАФЕДРА КІБЕРНЕТИКИ ТА ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА
на тему:

Формування умінь учнів розв'язувати фінансово-математичні задачі на уроках математики у 5-9 класах

Здобувача вищої освіти
другого (магістерського) рівня, ІІ курсу, СОМ-23-1 групи,
спеціальності 014 «Середня освіта»
освітня програма «Середня освіта: математика»

Мельника Юрія Петровича

Науковий керівник Оксана ЯРОВА, к.ф-м.н., доцент

Керівник освітньо-професійної програми Микола СЕМКО, д.ф-м.н., професор

Допущено до захисту за рішенням кафедри
кібернетики та прикладної математики
протокол від «29» 01 2024 № 1

Завідувач кафедри Оксана ЯРОВА, к.ф-м.н., доцент

Ірпінь – 2024

Реєстрація № 6 19.12.2024 Скасків Я.В.
(дата) (підпис відповідальної особи)

Результати перевірки до захисту 23.12.2024
(до захисту, на доопрацювання) (дата) (підпис)

Результат захисту 87 б 29.01.2025
(оцінка) (дата) (підпис)

Голова комісії: Пражьовська М.В.
(підпис) (ініціали, прізвище)

Члени комісії:

(підпис) Семенко М.М.
(ініціали, прізвище)

(підпис) Скасків Я.В.
(ініціали, прізвище)

(підпис) Ярова О.А.
(ініціали, прізвище)

БЛАНК ОЦІНЮВАННЯ ВИПУСКНОЇ РОБОТИ

Об'єкти контролю	Діапазон оцінки в балах	Фактична кількість балів	Примітки	Дата, П.І.П.: керівника, голови комісії членів комісії, секретаря, (підписи)
ОЦІНЮВАННЯ РОБОТИ КЕРІВНИКОМ ТА РЕЦЕНЗЕНТОМ				
1. Зміст випускної роботи (якість теоретичного матеріалу, його зв'язок з практичним, вміння представляти матеріал в логічній послідовності, наявність висновків та пропозицій)	від 0 до 30	27		29.01.2025
2. Дотримання вимог щодо оформлення	від 0 до 10	10		
3. Вчасне виконання роботи на всіх етапах у встановлені кафедрою терміни	від 0 до 5	5		
4. Рецензент	від 0 до 5	5		
РАЗОМ БАЛІВ	від 0 до 50	47		
ОЦІНЮВАННЯ РОБОТИ КОМІСІЄЮ ПО ЗАХИСТУ				
1. Доповідь	від 0 до 10	8		29.01.2025
2. Роздатковий матеріал	від 0 до 5	5		
3. Знання теоретичного та практичного матеріалу, вміння відповідати на запитання	від 0 до 25	23		
4. Апробація (участь у конференціях)	від 0 до 10	4		
РАЗОМ БАЛІВ	від 0 до 50	40		
ЗАГАЛЬНА КІЛЬКІСТЬ БАЛІВ	від 0 до 100	87		

Оцінка за 100-бальною шкалою	Оцінка за шкалою ЕКТС	Оцінка за національною шкалою	Дата	П.І.П.: голови, членів комісії, секретаря, (підпис)
87	B	4 (добре)	29.01.2025	

ПЕРЕВЕДЕННЯ ОЦІНКИ ЗА 100-БАЛЬНОЮ ШКАЛОЮ ДО НАЦІОНАЛЬНОЇ ШКАЛИ

Оцінка за 100-бальною шкалою	Оцінка за шкалою ЄКТС	Оцінка за національною шкалою
90-100	A	5 (відмінно)
80-89	B	4 (добре)
70-79	C	
60-69	D	3 (задовільно)
50-59	E	
35-49	X	2 (незадовільно)

АНОТАЦІЯ

Мельник Юрій. «Формування умінь учнів розв’язувати фінансово-математичні задачі на уроках математики у 5-9 класах»

Проаналізовано науково-методичну літературу, що стосується вивчення прикладних задач на уроках математики. Описано особливості математичного моделювання фінансово-математичних задач, їх види і функції. Розроблено методичні рекомендації щодо формування умінь учнів розв’язувати фінансово-математичні задачі; підібрано приклади розв’язування фінансово-математичних задач для демонстрації запропонованої методики.

Ключові слова: методика навчання математики, фінансова грамотність, математичне моделювання, прикладні задачі.

ANNOTATION

Mel′nyk Yuriy. «Formation of pupils' abilities to solve financial and mathematical problems in mathematics lessons in grades 5-9»

The scientific and methodical literature regarding studying applied problems in mathematics lessons is analysed. Features of mathematical modelling of financial and mathematical problems, their types and functions are described. Methodological recommendations for the formation of pupils’ ability to solve financial and mathematical problems are developed. Examples of solving financial and mathematical problems are selected to demonstrate the proposed methodology.

Keywords: mathematics teaching methodology, financial literacy, mathematical modeling, applied problems.

ЗМІСТ

Вступ	6
Розділ 1. Роль і місце прикладних задач у шкільному курсі математики	10
1.1. Прикладні задачі і їх функції	10
1.2. Метод математичного моделювання і його суть	16
Розділ 2. Методичні аспекти вивчення фінансово-математичних задач на уроках математики	23
2.1. Види математичних задач з фінансовим змістом	23
2.2. Фінансово-математичні задачі на складання алгебраїчних рівнянь і систем	42
Висновки	48
Список використаних джерел	50
Додатки	53

ВСТУП

Актуальність теми. Одним із основних завдання сучасної загальної середньої освіти є особистісно-діяльнісний підхід у навчанні, створення сприятливих умов для розвитку здібностей, талантів та інтересів учнів, формування креативної особистості, яка здатна самостійно навчатися впродовж життя в умовах швидкозмінного інформаційного середовища.

У Законі України «Про освіту» підкреслюється, що «Метою освіти є всебічний розвиток людини як особистості та найвищої цінності суспільства, її талантів, інтелектуальних, творчих і фізичних здібностей, формування цінностей і необхідних для успішної самореалізації компетентностей, виховання відповідальних громадян, які здатні до свідомого суспільного вибору та спрямування своєї діяльності на користь іншим людям і суспільству, збагачення на цій основі інтелектуального, економічного, творчого, культурного потенціалу Українського народу, підвищення освітнього рівня громадян задля забезпечення сталого розвитку України та її європейського вибору» [7].

Як зазначається у Концепції розвитку природничо-математичної освіти (STEM-освіти), в Україні і в усьому світі відчувається дефіцит фахівців наукоємних та високотехнологічних галузей економіки, а основною причиною такого дефіциту є втрата популярності науково-технічних, інженерних професій і, як наслідок, зниження рівня заінтересованості у вивченні предметів природничої, технологічної, математичної освітніх галузей у здобувачів освіти [10].

Одним із способів підвищення інтересу до математики у здобувачів освіти є посилення практичної спрямованості викладання. Останнім часом спостерігається загальна тенденція зниження інтересу до навчання, що ставить перед шкільним викладанням серйозні проблеми. К. Ушинський говорив: «вчитель не повинен забувати, що навчання, позбавлене будь-якого інтересу, яке береться тільки силою, вбиває в учня бажання до навчання, без якого він далеко не піде».

Учителі та методисти, які займаються прикладними аспектами шкільного

курсу математики, відзначають великий потяг школярів до задач практичного змісту. В. Болтянський і Л. Пашкова вважають, що «задачі прикладного характеру мають в загальноосвітній школі важливе значення перш за все для виховання інтересу до математики. На прикладі добре складених задач прикладного змісту учні все більше усвідомлюють значення математики для різних сфер людської діяльності, її корисність і необхідність для практичної роботи, зрозуміють її роль в сучасній культурі» [28].

Одним із найважливіших завдань, яке стоїть перед учителями в умовах сьогодення, є наближення викладання математики до практичних потреб і забезпечення дієвості математичних знань учнів, адже математика є не тільки академічним предметом, але й потужним інструментом для розв'язання реальних проблем у різних сферах життя. Це допоможе учням зрозуміти, як математика застосовується у повсякденному житті і суспільстві.

Розкриття багатогранних застосувань навчального матеріалу може бути досягнуто шляхом використання реальних життєвих ситуацій, задач, ігор та проєктів, які мають практичний контекст. Наприклад, учні можуть вивчати фінансову математику, розв'язувати задачі на обчислення витрат або планування бюджету. Це допоможе їм зрозуміти важливість математичних навичок у фінансовому плануванні та приймати обґрунтовані рішення.

Почати багатопланову роботу з розкриття застосування математики можна вже з початкових класів, наприклад, шляхом вивчення вимірювання, геометричних форм, арифметичних операцій у контексті повсякденних ситуацій. У наступних класах ця робота може бути розширена, охоплюючи більш складні концепції та задачі, що вимагають аналізу та критичного мислення.

Проблема прикладної спрямованості шкільного курсу математики не є новою. Цій проблемі присвятили свої дослідження Г. Возняк М., М. Маланюк, І. Шапіро та інші.

Сьогодення вимагає від громадян України мати необхідні теоретичні знання та практичні вміння і навички у фінансовій сфері, а передумовою їх набуття є оволодіння принаймні шкільним курсом математики, адже математика

дає методи розв’язання економічних, фінансових та інших прикладних задач і є важливим елементом загальної культури. Фінансово-математичні задачі – це засіб ознайомлення учнів із застосуванням математики у фінансовій сфері.

Ще у 19 столітті питання, пов’язані з фінансовими обчисленнями вивчалися у середніх навчальних закладах і були відомі як «комерційна арифметика», в курсі якої вивчались техніка відсоткових обчислень за відсотковими паперами та акціями, розрахунки за векселями, методи дисконтування та ін.

Цілком очевидно, що жоден шкільний підручник не може розкрити всього різноманіття зв’язків шкільного курсу математики з різними сферами людської діяльності та іншими навчальними дисциплінами.

Включення фінансово-математичних задач у шкільний курс математики має багато переваг і може мати значний вплив на учнів. Ось деякі з причин, чому варто включати ці задачі у шкільний курс математики.

Застосування в реальному житті. Фінансово-математичні задачі дозволяють учням бачити, як математика застосовується у повсякденному житті, зокрема в управлінні фінансами. Вони навчають учнів розуміти та оцінювати різні аспекти фінансових розрахунків, такі як податки, рахунки в банку, доходи, витрати, прибуток і тощо.

Практичні навички. Розв’язування фінансово-математичних задач допомагає учням розвивати практичні навички, необхідні для ефективного управління фінансами. Вони навчають учнів бути свідомими споживачами, планувати бюджет, аналізувати ризики та приймати обґрунтовані фінансові рішення.

Емоційний настрій та активність. Фінансово-математичні задачі можуть створити піднесений емоційний настрій учнів, оскільки вони допомагають уявити себе у ролі реальних фінансових ситуацій. Це може підвищити мотивацію та активність учнів у навчанні, оскільки вони бачать практичне застосування математичних знань.

Підготовка до дорослого життя. Фінансово-математичні задачі

допомагають учням формувати навички, які будуть корисними у їхньому повсякденному дорослому житті. Вони навчають учнів розуміти фінансові терміни, вирішувати практичні фінансові задачі і критично оцінювати фінансову інформацію.

Таким чином, включення фінансово-математичних задач у шкільний курс математики є важливим кроком для набуття учнями практичних умінь і навичок, необхідних для їхнього майбутнього життя.

Усе сказане вище обумовило вибір теми даного дослідження.

Об'єктом дослідження є навчання математики (алгебри) в 5–9 класах закладів загальної середньої освіти.

Предметом дослідження є методичні аспекти вивчення фінансово-математичних задач в 5–9 класах закладів загальної середньої освіти.

Мета дослідження полягає у визначенні можливостей використання фінансово-математичних задач під час вивчення математики і розробці методичних рекомендацій щодо їх розв'язування.

Відповідно до мети, при виконанні магістерської роботи були поставлені такі **завдання**:

1) проаналізувати психолого-педагогічну та науково-методичну літературу, що стосується вивчення прикладних задач на уроках математики;

2) з'ясувати особливості математичного моделювання прикладних задач;

3) визначити особливості вивчення на уроках математики фінансово-математичних задач;

4) підібрати систему фінансово-математичних задач для розв'язування на уроках математики.

Для розв'язання поставлених у магістерській роботі завдань були використані наступні методи дослідження: метод теоретичного аналізу психолого-педагогічної, навчальної та методичної літератури; емпіричні методи (педагогічні спостереження, бесіди з учителями та учнями).

РОЗДІЛ 1. РОЛЬ І МІСЦЕ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

1.1. Прикладні задачі і їх функції

Під математичною задачею з практичним змістом (задачею прикладного характеру) розуміють задачу, фабула якої розкриває застосування математики в суміжних навчальних дисциплінах, знайомить з її використанням в організації, технології і економіці сучасного виробництва, в сфері обслуговування та побуті.

До задач з практичним змістом ставляться разом із загальними вимогами наступні додаткові вимоги [28]:

а) пізнавальна цінність задачі та її виховний вплив на учнів;

б) доступність школярам нематематичного матеріалу, що використовується в задачі;

в) реальність описуваної в умові задачі ситуації, числових значень даних, постановки питання і одержаного розв’язку.

Як у діючих підручниках, так і в інших навчальних та методичних посібниках зустрічаються задачі, що не задовольняють сформульованим вище вимогам. Це часто пояснюється тим, що автори посібників, маючи на увазі досягнення тієї чи іншої навчальної мети, не вникають в практичний зміст задач, інколи описують в них нереальні ситуації. В результаті в учнів створюються спотворені уявлення про процеси і явища, з якими вони знайомляться, розв’язуючи задачу [6, 9, 13-18].

Задачі з практичним вмістом в шкільних підручниках представлені переважно у вигляді стандартних текстових алгебраїчних і геометричних задач.

Зміст використовуваних у шкільному навчанні задач прикладного характеру можна збагатити, включивши в їх число наступні різновиди задач:

1) на обчислення значень величин, що зустрічаються в практичній діяльності;

2) на складання розрахункових таблиць;

3) на побудову простих діаграм;

4) на застосування і обґрунтування емпіричних формул;

5) на виведення формул залежностей, що зустрічаються на практиці.

Прикладні задачі допомагають учням засвоювати теорію не лише формально, але і з розумінням, бо вони бачать її практичні застосування і відчувають значимість набутих знань для свого майбутнього. Це підвищує мотивацію до навчання і сприяє глибшому і тривалому засвоєнню матеріалу. У зв'язку з цим прикладні задачі доцільно використовувати для мотивації нових знань та умінь, для ілюстрації навчального матеріалу, для закріплення та поглиблення знань.

Використання задач як засобів мотивації знань, умінь і методів створює умови для реалізації в процесі вивчення нового навчального матеріалу зв'язку математики з життям, розвитку міжпредметних зв'язків.

Постановка задач перед вивчення математичної теорії дає хороші можливості для використання на уроках математики елементів проблемного навчання. Значущість завдань проблемного характеру для досягнення мети навчання математики переоцінити неможливо. Їх використання забезпечує усвідомлене оволодіння математичною теорією, вчить школярів самостійному виконанню навчальних завдань, прийомам пошуку, дослідження і доведення, виділенню істотних властивостей математичних об'єктів. Для створення проблемних ситуацій доцільно використовувати разом з іншими і прикладні задачі.

Задачі повинні бути підібрані так, щоб їх постановка привела до необхідності набуття учнями нових знань з математики, а набуті під впливом цієї необхідності знання дозволили розв'язати не тільки поставлену, але і ряд інших задач прикладного характеру. Для створення проблемної ситуації можна використовувати і окремі фрагменти прикладних задач, а задачі в цілому розглянути згодом при закріпленні і поглибленні знань школярів.

Для постановки проблеми перед вивченням нового навчального матеріалу слід використовувати задачі з практичним змістом, що відрізняються зрозумілістю фабули, і простотою розв'язання.

Так перед введенням поняття лінійної функції можна запропонувати наступну задачу: «Посадовий оклад робітника становить 10600 грн. За виробництво надпланової продукції вартістю 1 грн йому додатково виплачується 20 коп. Який вид залежності загального місячного заробітку робітника від вартості виробленої ним надпланової продукції?».

Розв'язання. Якщо позначимо вартість виробленої робітником надпланової продукції через x грн, то додаткова оплата складе в $0{,}2x$ грн, а загальний місячний заробіток y виразиться формулою $y = 10600 + 0{,}2x$.

Розглянувши ще декілька практичних прикладів (залежність вартості телеграми від числа слів в ній, залежність кінцевої швидкості рівноприскореного руху від часу), вчитель формулює означення лінійної функції і розглядає її властивості. Тут доцільно зосередити увагу учнів на тому, що всі розглянуті приклади є конкретними моделями лінійної функції, що мають всі ті властивості, якими ця функція володіє.

Такий підхід до введення математичних понять дозволяє зумовити необхідність їх введення потребами практики.

Введенню поняття лінійного рівняння з двома змінними може передувати постановка такої задачі: «Учень заплатив за куплені ним зошити і ручки 112 грн. Скільки зошитів і ручок купив учень, якщо один зошит коштує 4 грн, а одна ручка – 8 грн?»

Розв'язання. Позначивши через x кількість зошитів, а через y кількість ручок, учні отримають рівняння $4x + 8\,y = 112$. Проте з таким рівнянням школярі зустрічаються вперше і, зрозуміло, розв'язати його не можуть. Така можливість виникає лише після введення поняття лінійного рівняння з двома змінними і пояснення вчителя про розв'язування рівнянь такого типу.

У даному випадку введення нового математичного поняття також обумовлене потребами практики. Учні переконуються в практичній необхідності нових знань. Це підвищує їх увагу до вивчення нового матеріалу. Тут вчителю можна особливо підкреслити, що, оволодівши новим поняттям і методом розв'язування лінійних рівнянь вказаного типу, ми отримуємо можливість

розв’язувати не тільки дану задачу, але і інші прикладні задачі.

Приклади з навколишньої дійсності дозволяють розкривати перед учнями практичну значущість математики, широку спільність її висновків. Ці приклади повинні бути простими, переконливими, доступними розумінню школярів.

Особливо слід відмітити, що численні закономірності навколишнього світу є конкретними моделями загальних математичних залежностей, властивості яких цілком і повністю розповсюджуються на ці моделі. Так прямо пропорційну залежність, виражену формулою $y = kx$, можна ілюструвати залежностями між довжиною кола і її діаметром, між вартістю купленого товару і його кількістю.

Важливе значення має залучення школярів до самостійного відшукування прикладів застосування математичних знань у відомих їм життєвих явищах і до використання цих прикладів в своїх відповідях.

Форми використання задач з практичним змістом для закріплення і поглиблення знань учнів з математики є різними. Ці задачі можуть бути використані і в роботі зі всім класом, і для індивідуальної роботи з окремими учнями, і як творчі завдання школярам, що виявляють інтерес до математики і її застосувань.

Для закріплення знань можна використовувати наступні задачі з практичним змістом:

а) задачі, розв’язання яких зорієнтоване на застосування матеріалу, що вивчається;

б) задачі, фабула яких розкриває характерні застосування математики у виробничій діяльності;

в) задачі, методи і результати розв’язання яких можуть знайти застосування на практиці.

Для наочності рекомендуємо умови задач супроводжувати малюнками, кресленнями, схемами.

У роботі по закріпленню знань істотне значення має самостійне складання учнями задач з практичним змістом, для чого можуть бути використані досвід і знання, здобуті учнями в процесі їх діяльності.

У систему вправ, призначених для закріплення знань з теми «Відсотки», можуть бути включені наступні задачі: «Сім'я витрачає 20% своїх доходів на оплату комунальних послуг, 40% – на придбання продуктів харчування, 22% – на придбання одягу та інших товарів особистого призначення, а решта на відпочинок, що становить 56400 грн на рік. Який річний бюджет родини?»; «Яку суму треба покласти в банк на рік, щоб отримати 3200 грн. прибутку, якщо відсоткова ставка становить 16% річних?»; «Під час страхування майна від нещасного випадку страховий внесок становив 10% від страхової суми. На яку суму застраховано майно, якщо страховий внесок склав 60000 грн?».

Серед великого різноманіття прикладних задач особливе місце посідають математичні задачі з фінансовим змістом. Їх значущість обумовлена тією увагою, яка приділяється в даний час проблемі економічного виховання і освіти населення.

Використання задач з фінансовим змістом на уроках і в позакласній роботі з математики створює умови для:

а) роз'яснення учням суті фінансових термінів: задачі з фінансовим змістом дозволяють учням ознайомитися з різними фінансовими термінами, такими як відсотки, податки, кредити, інвестиції тощо; це допомагає учням розібратися у значенні цих термінів і їх використанні в реальних фінансових ситуаціях;

б) формування уявлень про фінансову систему країни: фінансові задачі дають учням можливість зрозуміти, як функціонує фінансова система країни, як працюють банки, як обчислюються податки, як здійснюються фінансові операції; це допомагає формувати у учнів уявлення про важливі аспекти фінансової системи та її роль у суспільстві;

в) виховання дбайливого ставлення до національного багатства: задачі з фінансовим змістом стимулюють учнів думати про важливість ефективного управління ресурсами і дбайливого ставлення до національного багатства країни; навчають учнів розуміти, як економічні рішення можуть впливати на розвиток країни і довкілля;

г) ознайомлення з застосуванням математичних методів у фінансовій сфері:

фінансові задачі дозволяють учням бачити застосування математичних методів і понять у фінансовій сфері, розраховуючи відсотки, знаходячи оптимальні рішення, аналізуючи ризики та використовуючи математичні формули для фінансових обчислень.

При розв’язуванні математичних задач з фінансовим змістом учні зустрічаються з певними фінансовими термінами, використання яких спирається на інтуїтивні уявлення учнів, які не завжди вірні. Тому вчителю слід суть цих термінів роз’яснити учням. Йдеться не про точні визначення, а про створення в учнів вірних уявлень про поняття, що використовуються в задачах.

Розглянемо окремі задачі, які рекомендуємо використовувати для формування в учнів вірних уявлень про економічні терміни.

Вивчаючи тему «Відсотки», а також повторюючи поняття середнього арифметичного, в систему вправ може бути включена така задача: «Заробітна платня працівника банку склала у січні 18000 грн, у лютому на 15% більше, ніж в січні, а в березні на 10% менше, ніж в лютому. Знайдіть середньомісячну заробітну платню працівника банку в першому кварталі».

Як правило, учні правильно розуміють суть терміну «заробітна платня». Проте вимагає пояснення поняття «середньомісячна заробітна платня». Доцільно як підготовчі розглянути окремі завдання на знаходження середнього арифметичного двох або декількох чисел і доручити учням знайти значення середньомісячної заробітної платні їх батьків за певні періоди.

У роботі по ознайомленню учнів із застосуванням математичних методів в економіці природно виділити два рівні. На першому з них (на уроках математики цей рівень переважаючий) елементарний математичний апарат використовується для дослідження залежностей, що мають місце в економіці.

На більш високому рівні застосування математичних методів у фінансовій сфері може бути розглянуто в старших класах.

1.2. Метод математичного моделювання і його суть

Питання про зв’язок навчання з життям не нове, проте його не завжди належно здійснюють. Одна з причин цього – непомітне звуження поняття «практика». Часто під ним розуміють лише виробничу діяльність людини, забуваючи при цьому питання обслуговування, планування, організацію складних процесів соціального та культурного характеру. Ми дотримуємось думки, що поняття «практика» охоплює все те, що потребує цілеспрямованої фізичної та розумової діяльності людини. При такому підході традиційний погляд на педагогічну проблему зв’язку теорії з практикою в процесі навчання змінюється. Напрошується висновок, що забезпечення зв’язку навчання з життям допоможе учням бачити цінність своїх навичок і знань у реальному світі, стимулюватиме їх і заохочуватиме досягати кращих результатів у навчання.

Загальновідомо, що пізнання може виникати як внаслідок живого споглядання, так і завдяки мисленню, яке поєднує логічне розуміння, аналіз і синтез інформації. Під час живого споглядання людина безпосередньо сприймає навколишній світ за допомогою своїх органів чуття, спостерігає події, взаємодіє з об’єктами та отримує безпосередні враження: спостереження природних явищ, експерименти у лабораторії, вивчення мистецтва через спостереження і аналіз творів. З іншого боку, пізнання також може виникати через мислення, яке спирається на обробку інформації, аргументацію, розумові операції та використання розумових моделей. У практичній діяльності пізнання зазвичай поєднує обидва підходи – споглядання та мислення. Наприклад, вчений спостерігає природні явища, збирає дані, а потім аналізує ці дані, застосовуючи логічні методи і теоретичні концепції.

Введення різних видів практичної діяльності та прикладного використання теоретичних положень у структуру навчального процесу є дуже важливим, адже це дозволяє учням отримати практичний досвід, застосовувати отримані знання та навички у реальних ситуаціях і збагачувати своє розуміння теми.

Щоб прикладні і практичні задачі були доступними, важливо враховувати рівень підготовки учнів і структурувати їх у межах їх можливостей. Задачі

повинні відповідати віковим та когнітивним можливостям учнів, а також бути належним чином сформульованими та зорієнтованими на практичне застосування.

Крім того, важливо забезпечити посильність розв'язання прикладних і практичних задач. Це означає, що учні повинні мати достатні ресурси, знання та уміння для успішного вирішення завдань. Завдання можуть бути структуровані таким чином, щоб учні могли використовувати свої теоретичні знання, навички, фізичні зусилля та інші ресурси для досягнення успіху.

Розв'язуючи прикладну задачу математичними методами, спочатку визначають ключові фактори та залежності, які описує умова задачі, встановлюють залежності між відомими і невідомими величинами, як вони впливають одна на одну. Іншими словами створюють математичну модель прикладної задачі.

Моделлю називають спрощене або узагальнене представлення реальної системи, явища або об'єкта. Це концептуальна або математична структура, яка відображає основні аспекти об'єкта дослідження або проблеми і дозволяє аналізувати, прогнозувати або розв'язувати певні питання або задачі.

Математичні моделі можуть бути представлені у різних формах залежно від типу задачі та потреб дослідника. Основні форми представлення математичних моделей включають:

аналітичні моделі – моделі, які використовують математичні формули, рівняння та функції для опису системи або явища; вони можуть бути представлені у вигляді алгебраїчних рівнянь, диференціальних рівнянь, інтегральних рівнянь або інших аналітичних виразів;

графічні моделі – моделі, які використовують графіки, діаграми та інші графічні зображення для візуалізації залежностей і взаємодій між різними змінними або компонентами системи;

символьні моделі – моделі, які використовують символьні вирази та символьні обчислення для представлення системи або процесу; вони дозволяють виконувати алгебраїчні та символьні маніпуляції з виразами, що дає можливість

аналітично досліджувати та розв’язувати модель;

статистичні моделі – моделі, які використовують статистичні методи та розподіли для опису стохастичних процесів та невизначеності; вони дозволяють моделювати ймовірнісні властивості системи та здійснювати статистичний аналіз даних.

комп’ютерні моделі – моделі, які використовують комп’ютерні програми та алгоритми для симуляції та моделювання системи або процесу; вони дозволяють виконувати чисельні обчислення, проводити експерименти та аналізувати поведінку системи в різних умовах.

Ці форми представлення математичних моделей можуть використовуватись окремо або комбінуватись залежно від потреб дослідження і природи задачі. Кожен вид моделі має свої переваги і обмеження, і вибір відповідного представлення залежить від конкретного контексту та мети дослідження.

Розв’язування прикладної задачі математичними методами здійснюється в три етапи:

- ✓ створення математичної моделі задачі;
- ✓ розв’язування відповідної математичної задачі;
- ✓ аналіз відповіді.

Ці етапи можна зобразити за допомогою такої схеми:

прикладна задача →
→ математична модель →
→ відповідь для моделі →
→ відповідь для прикладної задачі

Для створення відповідної моделі необхідно мати не тільки знання з математики, але й розуміння самої системи або явища, яке ми моделюємо. Створення відповідної моделі вимагає комплексного підходу, який поєднує математичні знання з глибоким розумінням тієї галузі науки чи виробництва, до якої належить прикладна задача.

Якщо модель складено неправильно, неправильними будуть і розв’язання

задачі і відповідь. Важливим є також останній етап розв’язання прикладної задачі. Відповідь може бути точною для задачі моделі, а відповідь для прикладної задачі досить часто є наближеною. Тому її слід записувати відповідно до правил наближених обчислень.

За допомогою практичних задач школярі знайомляться із використанням математики при розв’язанні задач, що виникають у реальних життєвих ситуаціях. Практичні задачі можуть охоплювати різні сфери: фінанси, економіка, геометрія, статистика, імовірність, фізика, техніка та інші. Наприклад, школярі можуть розв’язувати задачі зі знаходженням відсотків знижок при покупці товару, розрахунку бюджету сім’ї, обчислення площі приміщення, аналізу даних про погоду, моделювання руху тіла тощо.

Використання в процесі навчання математики задач з практичним змістом корисно для підготовки учнів до розв’язання задач, що безпосередньо висуваються практикою, але далеко не повною мірою вирішує проблеми такої підготовки.

Разом з цим посилення прикладної і практичної спрямованості викладання математики безпосередньо пов’язане з формуванням в учнів уявлення про математизацію науки і виробництва, про особливості застосування математики до розв’язання практичних задач. У зв’язку з цим з’ясуємо суть практичних задач і шляхи методичного забезпечення підготовки учнів до їх розв’язання.

По-перше, під математичною задачею з практичним змістом (задачею прикладного характеру) розуміють задачу фабула якої розкриває застосування математики в суміжних навчальних дисциплінах, знайомить з її використанням в організації технології і економіці сучасного виробництва, в сфері обслуговування, в побуті, при виконанні трудових операцій [28].

Ці задачі не є математичними, але багато з них можуть бути розв’язані засобами математики. Для цього необхідні чітке уявлення про практичну ситуацію, в якій ставиться задача, пошук можливості перекладу її на мову математичної задачі і використання математичних методів для її розв’язання.

Цей пошук безпосередньо пов’язаний із з’ясуванням величин, які

визначають явище, що вивчається, або виробничий процес, із виявленням зв'язків між величинами, встановленням істотних і неістотних факторів, що впливають на процес (явище), із знаходженням числових значень потрібних величин. Цей перелік дій, пов'язаних з пошуком можливостей застосування апарату і методів математики для вирішення практичних завдань, є далеко не повний. На практиці цей процес складніший, вимагає значних знань в даній практичній проблемі і достатньої математичної культури.

Розв'язання багатьох задач прикладного характеру вимагає математичних знань, що виходять за межі можливостей учнів закладів загальної середньої освіти. Розв'язання інших неможливе без серйозних спеціальних знань, якими школярі не завжди володіють. Таким чином, в більшості випадків розв'язання практичних задач непосильне учням із-за недостатності їх спеціальної і математичної підготовки.

Проте життя наполегливо вимагає поступового введення ічнів у світ практичних задач, створення у них уявлення про ці задачі, вироблення вміння розв'язувати найпростіші з них. Це нелегка педагогічна проблема. Вона потребує належного методичного забезпечення.

Розв'язування практичних задач засобами математики проводиться по розглянутій вище триетапній схемі, суть якої полягає в наступному.

На першому етапі – етапі формалізації – здійснюється перехід від практичної задачі, яку потрібно розв'язати, до побудови її математичної моделі.

На другому етапі розв'язується математична задача, сформульована на першому етапі.

На третьому етапі – етапі інтерпретації – одержане розв'язання математичної задачі перекладається на мову вихідної практичної задачі.

Процес навчання математики в школі включає ознайомлення учнів з готовими математичними моделями. Ці моделі можуть приймати різні форми:

Таким чином, вивчаючи шкільний курс математики, учні до певної міри (в рамках шкільної програми) знайомляться з другим етапом розв'язання практичних задач. Робота на першому етапі відбувається, наприклад, при

необхідності скласти рівняння, нерівність або їх систему за умовами конкретної ідеалізованої математичної задачі. Але якраз ті труднощі, з якими стикаються при математичному моделюванні практичних задач, у традиційному навчанні математики вислизають з поля зору вчителя й учня.

Математичне моделювання відіграє настільки важливу роль у вивченні реального світу та розвитку математичного мислення учнів, що формування в учнів уявлення про суть математичного моделювання та оволодіння учнями всіма етапами розв'язування практичних задач повинно бути у постійному полі зору вчителя математики.

Найвідповідальнішим і найскладнішим етапом є побудова математичної моделі, яка здійснюється за допомогою аналізу системи або явища (процесу), вивчення його властивостей, взаємозв'язків та закономірностей. Побудова математичної моделі вимагає глибокого розуміння проблеми, аналітичних навичок, креативного мислення та вміння описати систему або явище (процес) на мові математики.

На практиці побудувати математичну модель, адекватну початковому прототипу, не вдається, оскільки неможливо врахувати і виразити на мові математики всі чинники, що впливають на відповідну систему або явище (процес). Тому математична модель лише приблизно його відображає, і результати моделювання тим достовірніше, чим менша похибка, допущена при складанні моделі. Реалізація першого етапу вимагає багатьох умінь, серед яких вельми важливими уміння виділяти істотні чинники, що визначають досліджуване явище (процес), уміння вказати ті чинники, які викликають похибку при складанні моделі, уміння вибрати математичний апарат для складання моделі.

Істотним на другому етапі є вміле планування процесу розв'язання сформульованої математичної задачі, виділення в ньому складових задачі, уміння аналізувати складену модель, уточнювати її, переходити від однієї моделі до іншої і вибирати доцільне й оптимальне розв'язання задачі. Важливу роль відіграє уміння дати якісну оцінку кількісних результатів, одержаних при

використанні початкової інформації, виявити джерела похибок, що допускаються при розв’язанні математичної задачі, і оцінити їх.

На третьому етапі головним є уміння грамотно перекласти результат розв’язання математичної задачі на мову початкової задачі.

Володіння методами перевірки розв’язку практичної задачі є важливим аспектом математичного моделювання. Після отримання математичного розв’язку необхідно перевірити його правильність та коректність, оцінити точність отриманих результатів і з’ясувати вплив неточностей на коректність розв’язку задачі.

Підготовку учнів до математичного моделювання практичних задач слід вести на всіх етапах навчання математики, як на уроках математики, так і в позакласній роботі з математики.

В цілому в 5–9 класах не слід ставити мету сформувати численні уміння, які відіграють важливу роль в математичному моделюванні. Головне – закласти основу таких умінь і з часом довести до розуміння учнів, що для розв’язання практичної задачі складається математична модель, яка може бути представлена, зокрема, у вигляді текстової задачі, рівняння, нерівності або їх систем, функції, що підлягає дослідженню.

Істотно більші можливості для пропедевтики математичного моделювання практичних задач надаються в старших класах.

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНІ АСПЕКТИ ВИВЧЕННЯ ФІНАНСОВО-МАТЕМАТИЧНИХ ЗАДАЧ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

2.1. Види математичних задач з фінансовим змістом

Під фінансово-математичною задачею розуміють задачу, фабула якої розкриває різні аспекти фінансової сфери, і для її розв'язання використовують математичні методи і моделі. Фінансово-математичні задачі можуть включати розрахунки і аналізи пов'язані з інвестиціями, кредитами, страхуванням, ризиками, оптимізацією фінансових портфелів, прогнозуванням майбутніх фінансових показників тощо.

Таке розуміння показує, що фінансово-математичні задачі можуть використовуватися впродовж усього процесу навчання математики.

Фінансово-математичні задачі, як прикладні, виконують освітню, розвивальну та виховну функції.

а) освітня функція: фінансово-математичні задачі допомагають формувати систему знань, умінь та навичок учнів на різних етапах навчання; вони вимагають використання математичних понять, формул, методів та алгоритмів для аналізу фінансових ситуацій; учні оволодівають математичними і фінансовими знаннями, що є необхідними для розуміння та розв'язання задач в цій сфері;

б) розвивальна функція: робота з фінансово-математичними задачами сприяє розвитку вмінь учнів осмислювати зміст понять, застосовувати здобуті знання на практиці, аналізувати результати, робити узагальнення, порівняння та висновки; вони розвивають логічне мислення, критичне мислення, аналітичні навички, а також сприяють формуванню навичок моделювання реальних фінансових ситуацій;

в) виховна функція: фінансово-математичні задачі можуть використовуватися для фінансово-економічного виховання на уроках математики, адже вони допомагають учням розуміти важливість фінансової грамотності, вміння керувати фінансовими ресурсами та приймати обґрунтовані

фінансові рішення; фінансово-математичні задачі спонукають учнів до відповідального ставлення до грошей, розуміння ризиків та важливості планування фінансових дій.

Отже, фінансово-математичні задачі мають значний освітній, розвивальний та виховний потенціал у процесі навчання математики.

Формування в учнів уявлення про сімейний бюджет та його особливості є важливою складовою підготовки до дорослого життя. Математичні задачі на сімейний бюджет можуть бути ефективним засобом навчання учнів фінансовій грамотності та розумінню фінансових процесів. Ці задачі допомагають учням розібратися у різних аспектах управління сімейними фінансами, таких як планування доходів та витрат, розподіл бюджету на різні категорії витрат, збереження та інвестування коштів, розуміння ризиків та прийняття обґрунтованих фінансових рішень.

Математичні задачі на сімейний бюджет можуть містити різні ситуації, наприклад, планування місячного бюджету, визначення оптимального розподілу коштів на різні потреби сім'ї, визначення ефективності різних способів заощадження чи інвестування. Ці задачі спонукають учнів до активної участі в процесі розв'язання фінансових проблем, а також розвивають їхні навички аналізу, критичного мислення та прийняття обґрунтованих рішень.

Використання математичних задач на сімейний бюджет у процесі навчання математики не лише розвиває математичні навички учнів, але й сприяє формуванню практичних навичок управління фінансами, що є важливим для їх майбутнього успіху у суспільстві.

Знання особливостей роботи банків з клієнтами є важливим для розумного використання власних коштів та фінансової стабільності. Банки відіграють важливу роль у фінансовій системі країни і надають різноманітні фінансові послуги населенню. Однією з основних послуг банків є депозитні рахунки, на яких люди можуть зберігати свої кошти з метою отримання відсотків за вкладеними грошима.

Велике значення для населення також мають кредити, надані банками для

різних цілей, таких як купівля житла, автомобіля, фінансування освіти чи розвитку бізнесу.

Загалом, робота банків з клієнтами, включаючи можливості заощадження, отримання кредитів та безготівковий обіг, сприяє стабілізації фінансової системи країни. Це допомагає забезпечити фінансову стабільність, розвиток економіки та підвищення життєвого рівня населення.

Використання математичних задач на банківські розрахунки у процесі навчання математики має значний практичний та прикладний характер, адже такі задачі допомагають учням розуміти та застосовувати математичні концепції та навички в реальних фінансових ситуаціях, пов’язаних з банківськими операціями. Математичні задачі на банківські розрахунки можуть охоплювати такі аспекти, як розрахунок відсотків за депозитними вкладами, обчислення суми кредиту та відсотків за його використання, розрахунок щомісячних платежів за кредит, визначення ефективної річної відсоткової ставки, аналіз фінансових витрат та доходів.

Крім того, використання математичних задач на банківські розрахунки сприяє формуванню фінансової грамотності учнів. Вони навчаються розуміти основні поняття та процеси, пов’язані з управлінням грошима, плануванням бюджету, раціональним використанням ресурсів та прийняттям фінансових рішень.

Такий підхід до навчання математики дозволяє учням бачити практичне застосування математичних знань та розвивати навички, які їм знадобляться в реальному житті. Використання математичних задач на банківські розрахунки допомагає створити зв’язок між математикою та фінансовими аспектами, розширюючи розуміння учнів про важливість математичних навичок у фінансовій сфері.

Зростання ринкових відносин і розвиток фінансової системи роблять розуміння фінансових питань та роботи з цінними паперами важливими для кожного громадянина. Молоді люди, які починають самостійне життя, повинні мати практичні знання і навички у фінансовій сфері, щоб здійснювати розумні

фінансові рішення та планувати свої фінансові ресурси.

Використання математичних задач, пов’язаних з цінними паперами, у навчальному процесі допомагає учням розуміти принципи та основні поняття інвестування, аналізувати фінансові ризики та отримувати навички прийняття рішень відносно інвестиційних портфелів. Прикладні задачі з цінними паперами в навчанні математики дають учням можливість вивчити основні типи цінних паперів, такі як акції, облігації, деривативи, і розуміти їхню вартість, дохідність та ризики. Учні навчаються виконувати розрахунки з використанням формул для розрахунку прибутковості, аналізувати фінансові показники компаній та прогнозувати їхнє майбутнє.

Такі задачі допомагають учням розвивати навички аналізу даних, критичного мислення та прийняття обґрунтованих рішень на основі фінансової інформації. Вони також сприяють розвитку вмінь працювати з фінансовими таблицями, графіками та діаграмами.

Крім того, вивчення математичних задач на цінні папери сприяє формуванню фінансової свідомості та грамотності учнів. Учні навчаються оцінювати ризики і доходність різних інвестиційних можливостей, розуміти важливість диверсифікації портфелю та розподілу ризиків.

Отже, використання математичних задач, пов’язаних з цінними паперами, у навчанні математики допомагає учням розвивати фінансову грамотність, аналітичні навички та навички прийняття рішень, що є важливими для їхнього майбутнього фінансового успіху.

Ознайомлення учнів з системою обчислення податків та їх використанням державою має велике значення для їх підготовки до життя в умовах ринкової економіки та розвитку фінансової грамотності.

Включення математичних задач, пов’язаних з податковою системою, в навчання математики дозволяє учням розуміти принципи обчислення податків, оцінювати їх вплив на економіку та суспільство, а також розуміти взаємозв’язок між сплатою податків і отриманням певних послуг від держави.

Прикладні задачі на обчислення податків можуть включати розрахунок

податкових ставок, визначення суми податку за різними видами доходів, аналізу податкових звітів та розрахунку податкових зобов'язань. Вони дають учням можливість вивчити різні види податків, такі як податок на доходи, податок на додану вартість, акцизний податок тощо, і розуміти їхню роль у фінансуванні державних програм та послуг.

Розв'язування таких задач допомагає учням розвивати навички математичного моделювання, використання формул та розрахунків, аналізу даних та логічного мислення. Вони також допомагають учням розуміти важливість відповідального ставлення до сплати податків та їхнього впливу на соціальну справедливість та розвиток держави.

Ознайомлення з математичними задачами на податки також допомагає учням розвинути фінансову свідомість та грамотність, оскільки вони навчаються розуміти, як обчислюються податки, як вони впливають на особисті фінанси та як правильно планувати витрати та оптимізувати податкові зобов'язання.

Таким чином, використання математичних задач, пов'язаних з податковою системою, у навчанні математики допомагає учням розуміти важливість сплати податків, оцінювати їх вплив на економіку та суспільство, розвивати математичні та фінансові навички, необхідні для життя в умовах ринкової економіки.

У сучасних ринкових умовах, коли ступінь ризику є високим, страхування стає важливим елементом фінансової системи держави, адже воно забезпечує захист громадян від можливих фінансових втрат у разі настання страхового випадку.

Страхова діяльність базується на формуванні страхових фондів, які створюються за рахунок страхових внесків від страхувальників і використовуються для компенсації збитків тим, хто постраждав від страхового випадку.

Страхування тісно пов'язане з фінансовим розвитком країни, оскільки розрахунок збитків та їх компенсація відбуваються у грошовій формі. Це стимулює розвиток фінансових інституцій, в тому числі банків, які забезпечують функціонування страхових компаній.

Отже, фінансові знання громадян мають велике значення для розвитку економіки держави, зокрема в контексті страхування. Розуміння принципів страхування та його ролі у фінансовій системі сприяє забезпеченню фінансової стабільності та захисту від ризиків для громадян та підприємств.

Використання в освітньому процесі математичних задач на страхування сприяє ознайомленню учнів з такими основними поняттями, пов'язаними зі страхуванням, як премія, страховий внесок, страховий випадок, страховий поліс тощо, допомагає їм зрозуміти принципи страхування і його роль у фінансовій системі.

Розвиток фінансової грамотності учнів на уроках математики може бути досягнутий за допомогою розгляду на уроках математики таких питань:

- ✓ формування бюджету сім'ї (планування доходів та витрат сім'ї, складання бюджетного плану, розрахунок заощаджень та планування витрат);
- ✓ формування бюджету держави (походження доходів держави, розподіл бюджетних коштів, планування витрат та важливість фінансової стабільності держави);
- ✓ готівкові та безготівкові розрахункові операції (основні понять та принципів готівкових та безготівкових розрахунків, розрахунок здачі, балансування рахунків);
- ✓ оподаткування та види податків (основні види податків, їх призначення та значення, розрахунок суми податку);
- ✓ розрахунок витрат (вивчення методів розрахунку витрат на основі цін та кількості товарів, вартості послуг, розрахунок вартості покупки з урахуванням знижок та податків);
- ✓ операції з цінними паперами (розуміння основних понять та принципів торгівлі цінними паперами, розрахунок вигоди від інвестицій);
- ✓ страхування власного майна (розуміння понять страхових премій, страхових випадків, розрахунок страхових внесків та компенсації збитків);
- ✓ фінансові розрахунки підприємств (розуміння основних фінансових показників, розрахунок доходів, витрат, прибутку та інших фінансових

параметрів).

Математичні задачі з фінансовим змістом можна поділити на блоки:

1. Задачі на оподаткування.
2. Задачі на цінні папери.
3. Задачі на банківську діяльність.
4. Задачі на сімейний бюджет.

Блок І. Теорія.

Податки – це обов'язкові платежі, які держава стягує із громадян, підприємств, організацій до бюджету. При розв'язуванні задач на податки учні знайомляться з такими поняттями, як суб'єкт оподаткування, об'єкт оподаткування, сукупний податковий дохід, ставка податку і т.д. Це формує в них уявлення про те, як сплачувати податки, розуміння як і для чого вони нараховуються та допомагає уникненню помилок у цих важливих питаннях. Учні повинні розуміти поняття сплати прибуткового податку із громадян, вчителеві потрібно пояснити такі терміни, як сукупний місячний дохід (кількість грошей, зароблених громадянином протягом одного календарного місяця), середній місячний дохід громадянина (середнє арифметичне всіх сукупних місячних доходів протягом року), сукупний річний дохід (кількість грошей, зароблених протягом року). Система оподаткування країни включає велику кількість різних податків. Податкова система – це сукупність податків та механізм їх сплати. Є прямі та непрямі податки. Прикладами прямих податків є податок на прибуток підприємств; податок на доходи фізичних осіб, податок на нерухоме майно, податок на землю і т.д. Тобто це податки, які встановлюються безпосередньо щодо доходів та прибутку платників, їх розмір залежить від об'єкту оподаткування. Непрямі податки – це податки на споживання. Прикладами є податок на додану вартість, акцизний збір тощо. [27]

Блок ІІ. Теорія.

Робота з математичними задачами на цінні папери пояснює учням значення ринку цінних паперів. До цінних паперів належать:

1. Акції.

2. Облігації внутрішніх республіканських і місцевих значень.
3. Облігації підприємств.
4. Казначейські зобов’язання підприємств.
5. Ощадні сертифікати.
6. Векселі.
7. Приватизаційні папери.
8. Інвестиційні сертифікати.

Найпростіші фінансові розрахунки цінних паперів можуть бути показані під час розв’язування задач на вексель. Вчитель повинен ознайомити учнів з поняттям вексель. Вексель – письмове боргове зобов’язання, що дає його власнику право вимагати від боржника сплати зазначеної у векселі суми грошей у зазначений строк. Простий вексель (боргова розписка) — документ, який виписується боржником на ім’я кредитора і є зобов’язанням виплатити йому в зазначений термін вказану суму.

Наступним цінним папером, з яким потрібно ознайомити учнів, є акція. Акція – цінний папір, який випускається акціонерними товариствами з метою залучення капіталу та надає право її власнику на отримання прибутку у вигляді дивідендів, на участь в управлінні, на частину товару, який залишається після ліквідації підприємства. Номінальна вартість акції – вартість, за яку вона була вперше продана. Види акцій: прості (дають право на участь в управлінні підприємством); привілейовані (дають власникові переважне право на одержання дивідендів, а також на пріоритетну участь у розподілі майна акціонерного товариства в разі його ліквідації); іменні (містять інформацію про акціонера); акції на пред’явника (не містять інформації про їх власника). Крім номінальної вартості, акція має ще ринкову вартість або курс акції – ціна, за яку вона може бути продана на даний момент.

Наступним цінним папером є облігація – цінний папір, якій задовільняє внесок її власника грошових засобів та підтверджує зобов’язання емітента повернути інвестору номінальну вартість цього паперу в певний строк з виплатою зафіксованого в ньому відсотка від номінальної вартості. Для роботи з

облігаціями учнів потрібно ознайомити з такими величинами: номінальна вартість, ринкова вартість, строк погашення, відсоткова ставка, прибуток, вартість погашення облігації.

Блок ІІІ. Теорія.

Сьогодення вимагає розуміння роботи банківської системи. Через банки здійснюються розрахунки за надані комунальні послуги, оплати кредитів, поширеним стає отримання заробітної плати, стипендій, пенсій за допомогою платіжних банківських карт. Основи цього розуміння необхідно закладати на уроках математики в школі шляхом включення задач на банківські розрахунки. Головними видами діяльності банків з громадянами є відкриття депозитних рахунків та надання кредитів. Під час розв'язування задач на діяльність банків, яка пов'язана з депозитними вкладами та кредитуванням, потрібно звернути увагу на такі величини: початковий капітал, відсоткова ставка, прибуток, термін вкладу, результативний капітал. Різні поняття та терміни, які зустрічаються в цих задачах є не звичним для шкільної програми та вимагають додаткового пояснення і обґрунтування.

Блок ІУ. Теорія.

Для підвищення свого добробуту кожна сім'я застосовує основний принцип бюджетного формування – планування та прогнозування власних доходів та витрат. Нині суспільство потерпає від безлічі проблем: падіння виробництва, безробіття, затримка зарплати, злиденні заробітки і пенсії, неплатежі, повсюдне розкрадання на всіх рівнях. Все це привело до зубожіння значної частини громадян. Та ще постійна інфляція, дуже високі ціни, грошей не вистачає навіть на необхідне. У таких умовах люди змушені на всьому заощаджувати, переглядати ведення домашньої бухгалтерії, тобто вести бюджет сім'ї. Бюджет – це доходи і витрати за визначений термін. Запорукою міцності сімейного бюджету є перевищення доходів над витратами. Сімейний бюджет сім'ї формується за такими напрямами: заробітна плата, доходи від підприємницької діяльності, дохід від власного господарства, доходи від інших джерел, пенсії, стипендії, соціальні гарантії, доходи від цінних паперів та інше.

Крім цього кожна сім’я має витрати: поточні, одноразові, податки, різні обов’язкові платежі. Аналізування різних джерел доходів приводить до розвитку в учнів фінансового досвіду, учні вчаться застосовувати математичні закони для розрахунку власних грошей. Це показує, що рівень життя громадян залежить від їх діяльності. Звідси висновок: чим більше в державі заможніх людей, тим багатша держава в цілому. Тому слід наголошувати учням, що від особистої діяльності кожного з них як громадянина України, залежить як фінансовий стан родини, так і загальний економічний розвиток держави. [27]

Блок І.

Задачі на оподаткування.

Задача 1. (Натуральні числа. 5 клас) Три основні податки в державі (податок на додану вартість, прибутковий податок з громадян та податок на прибуток підприємств) становлять 48 млрд.грн для бюджету держави. Знайти величину кожного з податків, якщо ПДВ становить 15 млрд.грн, а прибутковий податок з громадян у 2 рази менший від податку на прибуток підприємств.

Задача 2. (Звичайні дроби. 5 клас) Фірма заплатила за рік податки, що становили 8 млн.грн. З них $\frac{1}{4}$ припадає на ПДВ, а податок на прибуток у 2 рази більший від соціальних виплат. Знайти скільки становить податок на прибуток.

Задача 3 (Середнє арифметичне. 5 клас) Підприємство заплатило 10 000 грн. в січні усіх податків, з лютого по липень величина податків щомісячно збільшувалася на 10%, а в інші місяці року сплачувалось по 14 254 грн. Яка середня величина сплачуваних податків за рік?

Задача 4. (Пропорції. 6 клас) Банк виплатив відсотки в розмірі 2 500 грн, з яких було сплачено податків у розмірі 125 грн. Який розмір сплачених податків з 3 000 грн?

Задача 5. (Розв’язування задач на рівняння. 6 клас) Ціна товару становить 1 200 грн, з них прибуток підприємця – 250 грн, ПДВ складає $\frac{1}{5}$ від ціни товару. Яка собівартість товару?

Задача 6. (Лінійні рівняння. 7 клас) За місяць роботи була нарахована

зарплата. З усіх нарахувань утримали: у пенсійний фонд – 2% від усіх нарахувань, профспілкові внески – 32 грн. 64 коп., прибутковий податок становить 15% від усіх нарахувань, внески на медичне страхування – 33 грн., у страховий фонд – 1% та інші утримання становлять 162 грн 84 коп. Усі утримання разом становлять 816 грн.. В результаті працівник отримав 75%. Заповнити розрахунковий лист заробітної плати працівника

Нарахування	
Утримано	
Пенсійний фонд	
Профспілкові внески	
Прибутковий податок	
Медичне страхування	
Страховий фонд	
Інші	
Усього утримано	
Видано	

Задача 7. (Числові послідовності, 9 клас) Прибуток щомісячно збільшується на 10% від прибутку за перший місяць. Ставка оподаткування цього прибутку 15%. Яка величина сплачених податків за рік, якщо прибуток за перший місяць складає 1 000 грн?

Блок ІІ.

Задачі на цінні папери.

Задача 1. (Звичайні дроби, 5 клас) Громадянин вирішив вкласти 6 000 грн у цінні папери. Він придбав акції фірми „Укртелеком" на суму 1500 грн, акцій „Укрзалізниці" – на 2 000 грн, а на решту – акції фірми „Світоч". Яка частина грошей вкладена в акції фірми „Світоч".

Задача 2. (Діаграми, 6 клас) Вартість майна фірми складає 8 млн.грн. З них нерухомість становить – 2 млн.грн., акції – 3 млн.грн., облігації – 1 млн.грн, а решта – вартість підприємства. Скласти діаграму розподілу коштів на різні види

майна фірми.

Задача 3. (Відсотки, 5 клас) Батько отримав прибуток на суму 5 000 грн. від цінних паперів. Вартість пакету акцій становила 5 000 грн., а дохідність акцій склала 20%. Яка дохідність облігацій, якщо їх вартість 20 000 грн.?

Задача 4. (Пропорція, 6 клас) Громадянин має 20 акцій фірми „Укрaгро'', з яких отримав прибуток у розмірі 240 грн. Який прибуток з цих акцій можна отримати, якщо мати 25 таких акцій?

Задача 5. (Цілі вирази, 7 клас) Ви придбали *a* акцій по 200 грн з виплатою дивідендів 10%, *b* облігацій по с грн. з відсотковою ставкою 15% та надав *d* векселів за ціною *p* на один рік зі ставкою відсотка *x*. Скласти многочлени, які описують:

a) Початковий вклад в цінні папери;

b) Суму прибутку через один рік.

Задача 6. (Квадратні рівняння, 8 клас) Ринкова вартість акції за два роки збільшилась на 50%. На яку величину вона збільшувалася кожний рік, якщо різниця відсоткових ставок 5%?

Задача 7. (Прикладна математика, 9 клас) Ви маєте суму в 1000 гривень, яку хочете розмістити з метою отримання найбільшого доходу. Акціонерне товариство випустило цінні папери у вигляді 8 привілейованих акцій номінальною вартістю 250 гривень з виплатою дивідендів у розмірі 10% та 10 звичайних акцій номінальною вартістю 200 гривень. На виплату дивідендів акціонерним товариством відведено 800 гривень. Куди краще вкласти гроші:

1) у привілейовані акції;

2) у звичайній акції?

Блок III.

Задачі на банківську діяльність.

Задача 1.(Порівняння натуральних чисел. 5 клас) За законодавством України статутний фонд банку повинен бути не менш ніж 10 млн.грн. Чи буде зареєстрований банк, якщо до статутного фонду внесено 1 млн.235 тис.доларів, 600 тис. євро і 2 млн гривень, а курс валют 1 долар – 8 гривень, 1 євро – 10

гривень?

Задача 2. (Середнє арифметичне, 5 клас) Банк ,,А" мав у 2007 році – 19 000 клієнтів, у 2008 – на 20% більше, у 2009 – 21 000, а в 2010 – на 25% менше, ніж у 2009. Яку середню кількість клієнтів мав банк за 2007-2010 роки?

Задача 3. (Відсотки, 5 клас) Емітент відкрив депозит у розмірі 2 000 грн. у банк під виплату 18% річних. Яку суму він одержить через рік?

Задача 4. (Пропорція, 6 клас) З 2 250 гривень, покладених на депозитний рахунок у банк на один рік, отримали прибуток в сумі 405 грн. Який прибуток можна отримати, якщо покласти 3 500 грн на тих самих умовах?

Задача 5. (Розв'язування задач за допомогою рівнянь, 6 клас) У банку ,,А'' відкрито депозит на суму, яка становить 30% від суми депозиту у банку ,,Б'', а сума депозиту банку ,,Б'' становить 55% від суми депозиту вкладеного в банк ,,В'', а в банку ,,В'' відкрито депозит, на рахунку якого знаходиться сума , яка перевищує депозит у банку ,,А'' на 8350 гривень. На яку загальну суму відкрито депозити у трьох різних банках?

Задача 6. (Прикладна математика, 9клас) Початковий вклад становить 8 000 грн, за два роки він збільшився до 10 000 грн. Якою є відсоткова ставка, якщо відсотки нараховуються один раз на рік:

a) на початковий вклад;
b) на поточний рахунок? Відповідь округлити до одиниць.

Задача 7. (Прикладна математика, 9 клас) Клієнт позичив у банку 50 000 грн. Банк надав кредит під 10 % при щоквартальному їх нарахуванні. Через 5 років боржник сплатив позику одноразовою сумою.

а) Знайти суму одноразової сплати.

б) Знайти прибуток банку.

Блок ІУ.

Задачі на сімейний бюджет.

Задача 1. (Натуральні числа та дії над ними. 5 клас) Обчислити доходи та витрати своєї сім'ї за останній місяць.

Задача 2.(Порівняння натуральних чисел. Нерівності. 5 клас) Сім'я має

річний бюджет 36 000 гривень. На прожиття вона витрачає 150 доларів щомісячно (курс обміну валют 1 долар – 8 гривень). Чи має можливість ця сім'я придбати наступні товари: газову плиту вартістю 3 200 грн, ноутбук вартістю 5 700 грн та кінотеатр ціною 11 000 грн.?

Задача 3. (Звичайні дроби, 5 клас) Сім'я планує отримати річний бюджет у 57 600 грн., з них 30 000 грн забезпечує батько, третя частина бюджету – заробіток матері, доходи від власного господарства складають 6 000 грн, а решта – виплати відсотків по депозитах. Яку частину бюджету повинні забезпечити доходи від виплати відсотків по депозитах, щоб бюджет був виконаний?

Задача 4. (Відсотки, 5 клас) Родина витрачає 16 % своїх доходів на оплату житла, 54 % - на продукти харчування, 25 % - на різні одноразові витрати, а решта на відпочинок, що становить 7 125 грн. на рік. Який річний бюджет родини?

Задача 5. (Середнє арифметичне. 5 клас) Визначити середню річну заробітну плату свого батька.

Задача 6. (Пропорція, 6 клас) Заробітна плата батька пропорційна до кількості відпрацьованих годин. За місяць він відпрацював 180 годин та отримав 3 240 грн. Скільки годин працював батько, якщо в наступному місяці він отримав 3 510 грн?

Задача 7. (Лінійні рівняння, 7 клас) Дохід сім'ї становить 6 600 грн. в місяць. Причому заробітна плата батька, матері та стипендія сина відносяться як 6:4:1. Який дохід приносить кожний член сім'ї в місяць?

Задача 8. (Прикладна математика, 9 клас) У день народження сина його батьки поклали в банк 1000 гривень на ощадний рахунок під 24 % річних із щорічним нарахуванням складних відсотків. Яка сума грошей буде на цьому рахунку, коли сину виповниться 20 років?

Задача 9. (Прикладна математика, 9 клас) Чому дорівнює вартість речі, купленої в кредит, якщо за умовою кредиту 50% вартості сплачується відразу, а частка, що залишилася, - протягом 5 місяців із розрахунку 10% на місяць при цьому через 5 місяців було сплачено 6 тис.грн.

В фінансових і статистичних розрахунках, а також у багатьох галузях науки частини певної величин прийнято виражати у відсотках (сотих частинах). Це має свої практичні зручності, тому що вираження частин чисел в одних і тих самих (сотих) частинах дозволяє: швидко порівнювати величини частин числа з усім числом і між собою, спростити обчислення й у той же час домогтися достатнього ступеня точності вираження частин величин цілими числами.

Відсоток – одне із найважчих понять для школярів. Це можна пояснити, зокрема, тим, що поняття відсотка не є математичним, а відноситься до економічних і виробничих категорій.

Найчастіше відсотки застосовуються при фінансових розрахунках (банківська справа, доходи від облігацій державних позик, вкладів в ощадні банки і т.п.), а також при обліку зростання господарської продукції, виконання виробничих планів, зростання народонаселення й т.д.

При фінансових розрахунках число, що показує, скільки відсотків доходу у встановлений термін (найчастіше рік) приносить та або інша сума, називається процентною таксою (ставкою), а сама сума доходу – процентними грішми. Для розрахунку процентних грошей використовують формули простих і складних відсотків.

Якщо відсотки нараховуються стосовно вихідної суми, то такий метод називається методом простих відсотків.

Якщо відсотки нараховуються стосовно величини, що включає первісну суму й відсотки, нараховані за минулий період, то такий метод називається методом складних відсотків.

Задачі на обчислення складних відсотків мають велике значення в економічних розрахунках і прийнятті рішень. Вони дозволяють визначати прибутковість і ризик інвестицій, розраховувати витрати на позики або кредити, оцінювати ефективність проектів, визначати рентабельність виробництва і багато іншого.

Наприклад, задачі на обчислення складних відсотків можуть включати розрахунок відсотків на банківські депозити або кредити, визначення приросту

вартості активів від інвестицій, розрахунок витрат на позику з урахуванням відсотків, аналіз рентабельності підприємств тощо.

Ці задачі допомагають учням розвинути навички аналізу, логічного мислення та прийняття рішень в економічних ситуаціях. Вони також допомагають зрозуміти важливість розрахунків при плануванні і фінансовому управлінні.

Задача 1. В Ощадбанку встановлені наступні процентні ставки: 1) 2% від суми внеску із щомісячною виплатою доходу; 2) 6% від суми внеску за умови його зберігання протягом трьох місяців (депозит на три місяці); 3) 12,5% від суми внеску за умови його зберігання протягом шести місяців (депозит на півроку); 4) 25% річних за умови зберігання внеску протягом року. При якій умові зберігання процентні гроші виявляться найбільшими, якщо вкладник не буде їх вилучати протягом року?

Розв'язання. З умови задачі випливає, що мають місце складні відсотки, тому математична модель даної задачі виражається однією й тією ж формулою

$$S = B\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

де p приймає відповідно значення 2; 6; 12,5 і 25. Число n в першому випадку дорівнює 12, тому що після кожного місяця (протягом року) проводиться перерахунок, у другому випадку n дорівнює 4, у третьому – 2, у четвертому – 1.

Позначимо S_1, S_2, S_3, S_4 – суми внеску після 1-го року зберігання на умовах 1), 2), 3), 4) відповідно. Тоді

$$1)\ S_1 = B\left(1 + \frac{2}{100}\right)^{12} = B \cdot 1{,}02^{12} \approx 1{,}268 \cdot B$$

$$2)\ S_2 = B\left(1 + \frac{6}{100}\right)^{4} = B \cdot 1{,}06^{4} \approx 1{,}262 \cdot B$$

$$3)\ S_3 = B\left(1 + \frac{12{,}5}{100}\right)^{2} = B \cdot 1{,}125^{2} \approx 1{,}266 \cdot B$$

$$4)\ S_4 = B\left(1 + \frac{25}{100}\right)^{1} = B \cdot 1{,}25 = 1{,}25 \cdot B$$

Порівнюючи отримані числа, бачимо, що найбільшим є S_1, тому найбільш прибутковою є умова зберігання із щомісячним нарахуванням відсотків.

Задача 2. Покращення організації виробництва підвищило продуктивність праці робітника на $a\%$, а впровадження після цього раціоналізаторської пропозиції підвищило продуктивність праці ще на $b\%$. На скільки відсотків підвищилася продуктивність праці в порівнянні з початковою? Розробити математичну модель підвищення продуктивності праці й проаналізувати модель на конкретних даних ($a = 10, b = 20$).

Розв'язання. Розглядаємо продуктивність праці робітника як кількість виготовленої ним продукції за одиницю часу (день, тиждень, місяць).

Припустимо, що початкова продуктивність праці була рівною X. Зміна продуктивності праці за рахунок поліпшення організації виробництва становить

$$X \cdot a : 100,$$

а сама продуктивність стає рівною

$$X + X \cdot a : 100 = X\left(1 + \frac{a}{100}\right)$$

Зміна продуктивності праці за рахунок впровадження раціоналізаторської пропозиції становить

$$X\left(1 + \frac{a}{100}\right) \cdot \frac{b}{100},$$

а сама продуктивність стає рівною

$$X\left(1 + \frac{a}{100}\right) + X\left(1 + \frac{a}{100}\right) \cdot \frac{b}{100} = X\left(1 + \frac{a}{100}\right)\left(1 + \frac{b}{100}\right)$$

Остання формула при $a = b$ співпадає з формулою складних відсотків при подвійному їх нарахуванні.

Відносне підвищення продуктивності праці в порівнянні з початковою, виражене у відсотках, буде дорівнювати:

$$\frac{X\left(1 + \frac{a}{100}\right)\left(1 + \frac{b}{100}\right) - X}{X} \cdot 100\%$$

звідки

$$\left(\left(1+\frac{a}{100}\right)\left(1+\frac{b}{100}\right)-1\right)\cdot 100\%$$

або

$$\left(a+b+\frac{ab}{100}\right)\%$$

Цей вираз є математичною моделлю послідовного підвищення продуктивності праці на $a\%$, а потім на $b\%$. При $a=10, b=20$ продуктивність праці збільшиться на

$$\left(10+20+\frac{10\cdot 20}{100}\right)\%=32\%$$

Як і у випадку складних відсотків, відсотки не просто додаються:

$$10\%+20\%=30\%,$$

а відбувається ще додатково нарахування відсотків на відсотки

$$\left(10-\frac{20}{100}\right)\%=2\%.$$

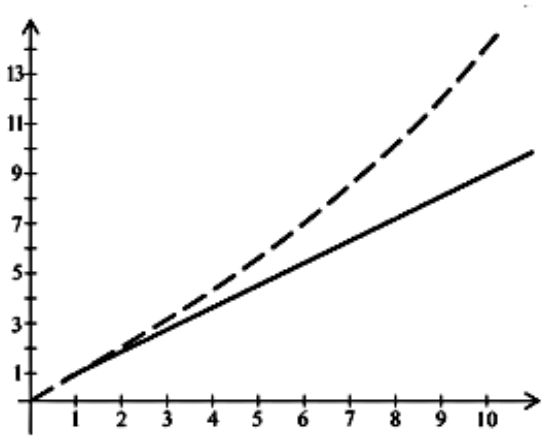
Задача 3. Підприємець планує розмістити в банку внесок у 10000 грн на тривалий термін. Процентна ставка в банку становить 10% річних. Необхідно проаналізувати можливе зростання процентних грошей на умовах простих і складних відсотків.

Розв'язання. За умовою задачі $B=10000$, $p=10\%$ (або 0,1). Результати розрахунків представимо наступною таблицею.

Рік	**Прості відсотки**	**Складні відсотки**
1	11 000	11 000
2	12 000	12 100
3	13 000	13 310
4	14 000	14 641
5	15 000	16 105
6	16 000	17 716
7	17 000	19 487
8	18 000	21 436

9	19 000	23 579
10	20 000	25 937

Для більшої наочності представимо на графіку процес нарощування процентних грошей при простих і складних відсотках.



З таблиці й малюнка видно, що різниця процентних грошей при простих і складних відсотках із часом (зі збільшенням кількості періодів нарахування відсотків) стає усе більше відчутним і, якщо через 10 років на простих відсотках внесок подвоїться, то на складних збільшиться майже в 2,6 раза.

Задача 4. Страхова компанія відшкодує фермеру збитки в розмірі 80% від недоотримання урожаю. Яке страхове відшкодування отримає фермер від недоотримання урожаю, якщо площа посіву становить 200 га, ціна пшениці за 1 ц становить 250 грн, середня врожайність – 35 ц з 1 га, а фактично отримали 30 ц з 1 га?

Розв'язання.

1. Якою повинна бути ціна врожаю?

$$35 \cdot 200 \cdot 250 = 1\,750\,000 \text{ (грн)}$$

2. Яка фактична ціна отриманого урожаю?

$$30 \cdot 200 \cdot 250 = 1\,500\,000 \text{ (грн)}$$

3. Яка величина збитків?

$$1\,750\,000 - 1\,500\,000 = 250\,000 \text{ (грн)}$$

4. Яке страхове відшкодування?

$$250\,000 \cdot 0{,}8 = 200\,000 \text{ (грн)}$$

Отже, фермер отримає страхове відшкодування у розмірі 200 000 грн.

2.2. Фінансово-математичні задачі на складання алгебраїчних рівнянь і систем

Багато математичних задач з фінансовим змістом мають досить прості математичні моделі, що виражаються лінійними та квадратними рівняннями або їхніми системами. Основна складність, що виникає при розв'язуванні таких задач – побудова самої математичної моделі, тобто вибір невідомої й запис умови задачі у формалізованому виді. Від того, наскільки вдало вибрана невідома величина, залежить трудомісткість, а в деяких випадках і можливість розв'язання задачі.

На розглянутих нижче прикладах проілюстровано як складання математичних моделей, так і методика розв'язання одержуваних алгебраїчних рівнянь та їхніх систем.

Задача 1. Підприємець узяв в оренду на 4 роки приміщення на умовах щорічної оплати (наприкінці року) A грн. Маючи деякий початковий капітал, він подвоїв його протягом року й оплатив оренду. Капітал, що залишився, він знову подвоїв протягом другого року й оплатив оренду. Така схема діяльності здійснювалася всі чотири роки. У результаті, наприкінці четвертого року діяльності, після оплати оренди підприємець мав капітал, що у чотири рази перевищував початковий. Побудуйте математичну модель накопичення капіталу в підприємця й проведіть її аналіз. Визначите величину початкового капіталу, якщо оренда A становила 16000 грн.

Розв'язання. Позначивши через x початковий капітал підприємця, можна записати умову задачі в наступному вигляді:

$2x - A$ – капітал після першого року діяльності;

$2(2x - A) - A = 4x - 3A$ – після другого року;

$2(4x - 3A) - A = 8x - 7A$ – після третього року;

$2(8x - 7A) - A = 16x - 15A$ – після четвертого року.

Таким чином, накопичення капіталу K відбувалося за лінійним законом щодо його початкової величини x: $K = 16x - 15A$.

Накопичення має місце, якщо $K > 0$, а саме якщо $A < \frac{16}{15}x$, тобто якщо

орендна плата не перевищує $\frac{16}{15}$ величини початкового капіталу.

За умовою задачі $K = 4x$, тобто має місце рівняння

$$16x - 15A = 4x \text{ або } 12x - 15A = 0.$$

Таким чином, початковий капітал підприємця становив $x = \frac{15}{12}A$, тобто перевершував орендну плату в 1,25 рази.

При $A = 16000$ грн

$x = 1{,}25 \cdot 16000 = 20000$ грн.

Задача 2. Збори акціонерів деякого підприємства, що відбулися наприкінці року, ухвалили розподілити прибуток 5 600 000 грн у такий спосіб: більшу частину прибутку направити у фонд розвитку підприємства, 25% від цієї суми використати для виплати дивідендів акціонерам, а 15% – використати на соціальні потреби працівників. Крім того, було вирішено випустити додатково акції для продажу на біржі цінних паперів на суму, що дорівнює половині суми виплачених дивідендів, у кількості 250 звичайних й 100 привілейованих (в 1,5 рази дорожчих) акцій. Визначити, скільки грошей було виділено на кожен напрямок і яка вартість акцій?

Розв'язання. Нехай частина прибутку, спрямована у фонд розвитку підприємства дорівнює x грн, тоді $\frac{25}{100}x$ грн спрямовано на виплату дивідендів і $\frac{15}{100}x$ грн – на соціальні потреби. Знаючи, що сумарно ці величини становлять 5 600 000 грн, можна скласти рівняння

$$x + \frac{25}{100}x + \frac{15}{100}x = 5600000$$

або

$$\left(1 + \frac{1}{4} + \frac{3}{20}\right)x = 5\,600\,000$$

звідки

$$x = 5\,600\,000 : \frac{28}{20} = 4\,000\,000 \text{ грн}$$

Таким чином, у фонд розвитку було спрямовано 4 000 000 грн, на дивіденди

– $4\,000\,000 \cdot 0,25 = 1\,000\,000$ грн, на соціальні потреби спрямовано $4\,000\,000 \cdot 0,15 = 600\,000$ грн. Якщо y – вартість звичайної акції, то справедливе ще одне рівняння

$$250 \cdot y + 100 \cdot 1,5 \cdot y = 0,5 \cdot 1\,000\,000 \text{ або } 400y = 500\,000$$

звідки

$$y = 1250 \text{ грн.}$$

Отже, вартість звичайної акції дорівнює 1250 грн, а привілейованої акції – $1,5y$, тобто 1825 грн.

Задача 3. Протягом року ціна товару два рази збільшувалася на один і той самий відсоток. Початкова ціна становила 10 грн. Після другого підвищення вона склала 12,1 грн. На скільки відсотків збільшилась ціна товару обидва рази?

Розв'язання. Нехай x – шуканий відсоток підвищення ціни товару, тоді $10\left(1+\frac{x}{100}\right)$ – ціна товару після першого підвищення, $10\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1+\frac{x}{100}\right)$ – ціна товару після другого підвищення.

За умовою задачі

$$10\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1+\frac{x}{100}\right) = 12,1 \text{ або } \left(1+\frac{x}{100}\right)^2 = 1,21$$

звідки

$$1+\frac{x}{100} = \pm 1,1$$

$x_1 = 1,1 \cdot 100 - 100 = 10$, $x_2 = -1,1 \cdot 100 - 100 = -210$ не задовольняє умову задачі.

Отже, ціна товару збільшувалася щораз на 10%.

Задача 4. Городник-аматор практикував продаж надлишку своєї продукції на ринку. Ринкові відносини складалися так, що половину односортної продукції йому вдавалося продати по одній ціні в першій половині дня, а другу – у другій, але вже за іншою ціною. Однак протягом двох останніх днів ця традиція порушилася. У перший день до обіду він продав на 2 кг менше, ніж звичайно, і заробив 112 грн а після обіду продав на 3 кг менше й заробив 135 грн. У другий день до обіду він продав на 3 кг менше звичайного, а після обіду на 2 кг менше

звичайного й до обіду заробив на 32 грн менше, ніж після обіду. Який зазвичай виторг городника до й після обіду? Скільки кілограм продукції він зазвичай реалізує?

Розв'язання. Позначимо через x ціну продукції до обіду, через y – ціну після обіду, z – кількість продукції, зазвичай реалізованої до й після обіду. За умовою задачі справедливі наступні співвідношення:

$$\begin{cases} (z-2)x = 112 \\ (z-3)y = 135 \\ (z-2)y - (z-3)x = 32 \end{cases}$$

де $x > 0, y > 0, z > 0$. Таким чином, математична модель задачі – система трьох нелінійних рівнянь із трьома невідомими. Виражаючи x з першого рівняння, y – із другого і підставляючи в третє, одержимо

$$\frac{135(z-2)}{z-3} - \frac{112(z-3)}{z-2} = 32$$

або

$$135(z-2)^2 - 112(z-3)^2 = 32(z-2)(z-3)$$

Для скорочення викладень позначимо $z-2=t,\ z-3=t-1,\ t>1$ і рівняння запишеться у вигляді

$$135t^2 - 112(t-1)^2 = 32t(t-1) \text{ або } 9t^2 - 256t + 112 = 0$$

Розв'яжемо його

$$t_1 = \frac{128 + \sqrt{16384 - 1008}}{9} = \frac{128 + 124}{9} = 28$$

$$t_2 = \frac{128 - \sqrt{16384 - 1008}}{9} = \frac{128 - 124}{9} = \frac{4}{9}$$

t_2 не задовольняє умову $t > 1$.

Використовуючи зв'язок між t, z, y і x, знаходимо

$$z = 2 + 28 = 30, y = \frac{135}{27} = 5, x = \frac{112}{28} = 4.$$

Отже, городник зазвичай реалізує по 30 кг продукції в першій і в другій половині дня, заробляючи, відповідно, $4 \cdot 30 = 120$ (грн) і $5 \cdot 30 = 150$ (грн).

Задача 5. Два підприємці спільно придбали партію товару в 50 тонн за

ціною 10 $ за одну тонну. Другий підприємець заплатив за товар, включаючи вартість перевезення, на 112 $ більше, ніж перший. Перевезення 10 тонн товару обійшлося підприємцям в 1$ за 100 км шляху, причому перший підприємець віз товар на відстань 600 км, а другий – на відстань 800 км. Яку кількість товару придбали перший і другий підприємці? Скільки грошей витратив кожний із підприємців на покупку й перевезення товару?

Розв'язання. Нехай перший підприємець придбав x тон товару, тоді $50 - x$ тон придбав другий підприємець. Витрати першого підприємця на покупку й перевезення однієї тони товару становлять

$$10 + \frac{1}{10} \cdot \frac{600}{100} = 10{,}6$$

а витрати другого підприємця на покупку й перевезення однієї тони товару –

$$10 + \frac{1}{10} \cdot \frac{800}{100} = 10{,}8$$

Оскільки витрати другого підприємця на 112 $ більше, ніж у першого, то справедливе рівняння

$$10{,}8 \cdot (50 - x) - 10{,}6 \cdot x = 112 \text{ або } 21{,}4 \cdot x = 428$$

звідки $x = 20$.

Отже, перший підприємець придбав 20 тон товару, а другий – $50 - 20 = 30$ тонн. Покупка й перевезення товару обійшлося першому підприємцеві в $20 \cdot 10{,}6 = 212$ $, а другому – $30 \cdot 10{,}8 = 224$ $.

Задача 6. Інвестиційний фонд вклав у три різні банки A , B і C певну суму коштів: у банк A вніс 45% від вкладу в банк B, сума вкладу в банк B становить 80% від вкладу в банк C, а в банк C він вклав суму, яка перевищує вклад в банк A на 64000 гривень. Яку загальну суму вклав інвестиційний фонд у банки?

Розв'язання. Нехай x гривень – сума вкладу в банк C. Тоді в банк B вкладено $0{,}8x$ гривень, а в банк A – $0{,}45 \cdot 0{,}8x = 0{,}36x$ гривень. За умовою задачі вклад у банк C перевищує вклад у банк A на $(x - 0{,}36x)$ гривень. Отже, маємо рівняння з однією змінною $x - 0{,}36x = 64000$, звідки знаходимо

$$0{,}64x = 64000, x = 100\,000 \text{ (грн)}.$$

Тоді вклад у банк В дорівнює: $0{,}8 \cdot 100\,000 = 80\,000$ (грн), а вклад у банк А – $0{,}36 \cdot 100\,000 = 36\,000$ (грн). Загальна сума, вкладена інвестиційним фондом у банки складає: $36\,000 + 80\,000 + 100\,000 = 216\,000$ (грн).

Задача 7. На початку року в банк на рахунок внесли 16400 грн. Через рік зняли з рахунку 8820 грн, а через рік зняли решту – 8820 грн. Під який відсоток внесли гроші в банк?

Розв'язання. Нехай на початку року в банк на рахунок внесли 16400 грн під $x\%$ річних. Тоді через рік банк нарахував $0{,}01x \cdot 16\,400$ (грн), і на рахунку стало $16\,400 + 0{,}01x \cdot 16\,400 = 16\,400 \cdot (1 + 0{,}01x)$ (грн). На початку другого року, після зняття з рахунку 8820 грн, вклад становив $16\,400 \cdot (1 + 0{,}01x) - 8\,820$ (грн). В кінці другого року банк нарахував $0{,}01x \cdot (16\,400 \cdot (1 + 0{,}01x) - 8\,820)$ гривень відсоткових грошей. Тоді на кінець другого року на рахунку було

$16\,400 \cdot (1 + 0{,}01x) - 8\,820 + 0{,}01x \cdot (16\,400 \cdot (1 + 0{,}01x) - 8\,820)$ грн

або

$$(16\,400 \cdot (1 + 0{,}01x) - 8\,820)(1 + 0{,}01x) \text{ грн}$$

За умовою задачі

$$(16\,400 \cdot (1 + 0{,}01x) - 8\,820)(1 + 0{,}01x) = 8820$$

Зробимо змінну: $t = 1 + 0{,}01x$. Тоді $t > 1$ і отримаємо рівняння:

$$(16400t - 8820)t = 8820 \text{ або } 820t^2 - 441t - 441 = 0$$

Розв'язуючи отримане квадратне рівняння, знаходимо:

$$t_1 = \frac{441 + 1281}{1640} = \frac{861}{820}$$

$$t_2 = \frac{441 - 1281}{1640} = -\frac{21}{41}$$

t_2 не задовольняє умову $t > 1$.

Тому, повернувшись до змінної x, отримуємо рівняння

$$1 + 0{,}01x = \frac{861}{820};\ \ x = 5\%$$

Отже, гроші в банк внесли під 5 відсотків річних.

ВИСНОВКИ

Загальна тенденція зниження інтересу до навчання, що спостерігається останнім часом, ставить перед шкільним викладанням серйозні проблеми. Одним із способів підвищення інтересу до математики у школярів є посилення практичної спрямованості викладання, оскільки навчання, позбавлене будь-якого інтересу, яке береться тільки силою, вбиває в учня бажання вчитися.

Окрім цього сучасні економічні умови вимагають від громадян України мати необхідні теоретичні знання та практичні вміння і навички у фінансовій сфері. В умовах становлення і розвитку ринкових відносин, значна частина громадян України займаються підприємницькою діяльністю. Необхідною умовою такої діяльності є оволодіння ними принаймні шкільним курсом математики, оскільки математика дає методи розв’язання економічних, фінансових та інших прикладних задач і є важливим елементом загальної культури.

Розв’язування прикладних задач з фінансовим змістом у процесі навчання математики сприяє розвитку математичного мислення, зацікавлює учнів, озброює їх фінансовими знаннями. Це відбувається завдяки математичним інтерпретаціям фінансових понять, які використовуються в процесі розв’язування задач.

Розв’язування прикладних задач з фінансовим змістом у процесі навчання математики сприяє розвитку математичних навичок, фінансової грамотності, практичних навичок, критичного мислення і розумінню практичного застосування математики.

Фінансова грамотність громадян є головним джерелом успішного розвитку держави. Тому цьому питанню слід приділити належну увагу і потрібно створити такі умови, щоб учні знайомилися з фінансовими питаннями вже з перших шкільних років і мали справу з ними впродовж усього навчального періоду, оволодіваючи навичками розв’язування математичних задач з фінансовим змістом.

Включення математичних задач з фінансовим змістом, як прикладних, у

шкільний курс математики та їх розв’язування: ознайомлює учнів з такими важливими поняттями фінансової тематики, як податки, банківські розрахунки, доходи, витрати, прибуток тощо; розвиває їх математичні навички, сприяє формуванню фінансової грамотності та глибокого розуміння математичних концепцій, розвитку критичного мислення та здатності застосовувати математику в реальних ситуаціях.

Враховуючи незначну кількість, а у деяких випадках і відсутність у шкільних підручниках математичних задач з фінансовим змістом, вважаємо, що вчителю доцільно самостійно доповнювати пропоновані в підручниках системи вправ задачами, складеними ним самим, спільно з учнями або запозиченими з інших посібників. У зв’язку з цим нами підібрано систему математичних задач з фінансовим змістом (додаток А), які можуть бути використані для мотивації нових знань та умінь, для ілюстрації навчального матеріалу, для закріплення та поглиблення знань.

При розв’язуванні математичних задач з фінансовим змістом школярі зустрічаються з певними фінансовими термінами, використання яких спирається на інтуїтивні уявлення учнів, які не завжди вірні. Тому вчителю слід суть цих термінів роз’яснити учням. Йдеться не про точні визначення, а про створення в учнів вірних уявлень про поняття, що використовуються в задачах.

Складена у роботі система математичних задач з фінансовим змістом та укладений словник фінансовим термінів можуть бути використані вчителями математики основної школи при вивченні наступних тем: відсотки; відсоткові розрахунки; розв’язування задач за допомогою рівнянь; лінійні рівняння; системи лінійних рівнянь; квадратні рівняння.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бахмат Н. В. ФОРМУВАННЯ ОСНОВ ФІНАНСОВОЇ ГРАМОТНОСТІ МОЛОДШИХ ШКОЛЯРІВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В НОВІЙ УКРАЇНСЬКІЙ ШКОЛІ. Педагогічна освіта: теорія і практика. Випуск 31 (2021). – С.107-122.

2. Бевз Г. П. та ін. Алгебра: підручник для 8 кл. загальноосвіт. навч. закладів. - К.: «Фоліо», 2016. - 254 с.

3. Богач О.О. ПІДПРИЄМЛИВІСТЬ І ФІНАНСОВА ГРАМОТНІСТЬ В ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИКИ ОСНОВНОЇ ШКОЛИ /Збірник тез доповідей ІІІ Міжнародної науково-практичної конференції «Підготовка майбутніх учителів фізики, хімії, біології та природничих наук в контексті вимог Нової української школи», 20 травня 2021 року.

4. Васильєва Д., Василюк Н. Розвиток фінансової грамотності уснів на уроках математики. «Математика в рідній школі», № 6, 2017. С. 2-7.

5. Глобін О. І. та ін. Алгебра: підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закл. – К.: Педагогічна думка, 2016. – 212 с.

6. Зайцев О. В. Фінансова математика: підручник /О. В. Зайцев. – Суми: Сумський державний університет, 2022. – 610 с.

7. Закон України «Про освіту». URL: http://surl.li/mnmeqq

8. Захаркіна Л. С., Катериніна М. П. Підвищення рівня фінансової грамотності населення україни //Економічний форум. – 2014. – № 4. – с. 200-207.

9. Істер О.С. Математика (інтегрований курс): підруч. для 7-го кл. закл. заг. серед. освіти. У 2 ч. Ч.1 /Олександр Істер. - Київ: Генеза, 2024. - 256 с.

10. Концепції розвитку природничо-математичної освіти (STEM-освіти). URL: http://surl.li/nabtow

11. Косенко С. (2021). Що таке фінансова грамотність – основи для початківців + ТОП-9 порад, з чого почати вивчення фінансової грамотності. URL: http://surl.li/isvthz

12. ЛІБА, О., ЗДІР, Д. (2023). МЕТОДИЧНІ ПІДХОДИ ДО

ФОРМУВАННЯ ФІНАНСОВОЇ ГРАМОТНОСТІ У МОЛОДШИХ ШКОЛЯРІВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ. Вісник Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького. Серія: "Педагогічні науки", (2), 160–167.

13. Мальований Ю. Алгебра: підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закл. - Тернопіль: Навчальна книга - Богдан, 2016. - 224 с.

14. Математика: підруч. для 5 класу закладів загальної середньої освіти /Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Д. В. Васильєва, Н. Г. Владімірова. - К.: Видавничий дім «Освіта», 2022. - 256 с.

15. Математика: підруч. для 6 класу закладів загальної середньої освіти (у 2-х частинах). Ч.1 /Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Д. В. Васильєва, Н. Г. Владімірова. - К.: Видавничий дім «Освіта», 2023. - 192 с.

16. Мерзляк А. Г. Математика: підруч. для 5 кл. закладів заг. серед. освіти /А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. - Х.: Гімназія, 2022. - 352 с.

17. Мерзляк А. Г. Математика: підруч. для 6 кл. закладів заг. серед. освіти (у 2-х ч.): Ч.1 /А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. - Х.: Гімназія, 2023. - 208 с.

18. Мерзляк А. Г. Алгебра: підруч. для 7 кл. закладів заг. серед. освіти /А. Г. Мерзляк, М. С. Якір. - Х.: Гімназія, 2024. - 352 с.

19. Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти (автор Істер О.С.) URL: http://surl.li/tdilij

20. Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти (автори Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Пихтар М.П., Рубльов Б.В., Семенов В.В., Якір М.С.) URL: http://surl.li/cdorto

21. Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти (автори Бурда М.І., Васильєва Д.В.) URL: http://surl.li/ghfcpr

22. Модельна навчальна програма «Математика. 7–9 класи» для закладів загальної середньої освіти (авт. Василишин М. С., Миляник А. І., Працьовитий М. В., Простакова Ю. С., Школьний О. В.) URL: http://surl.li/euvdfe

23. Модельна навчальна програма «Математика. 7-9 класи (інтегрований

курс)» для закладів загальної середньої освіти (автор Істер О. С.) URL: http://surl.li/osgzis

24. Модельна навчальна програма «Алгебра. 7-9 класи» для закладів загальної середньої освіти (автор Істер О. С.) URL: http://surl.li/epzudk

25. Модельна навчальна програма «Алгебра. 7–9 класи» для закладів загальної середньої освіти (автори Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Пихтар М. П., Рубльов Б. В., Семенов В. В., Якір М. С.) URL: http://surl.li/zynevn

26. Нова українська школа. Концептуальні засади реформування середньої школи. URL: http://surl.li/ptboql

27. Овчар О. І. Математичні задачі з фінансовим змістом //Молодь і ринок. – 2010. – №12. – С. 113- 117.

28. Прикладна спрямованість навчання математики в гімназії: методичний посібник /Бурда М. І., Васильєва Д. В., Волошена В. В., Вашуленко О. П., Тарасенкова Н. А. – К.: Видавничий дім «Освіта», 2024. – 161 с.

29. Прокопенко Н. С. та ін. Алгебра: підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закл. - Харків: Вид-во «Ранок», 2016. - 288 с.

30. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підручник. - 2-ге вид., допов. і переробл. - К.: Вища шк., 2006.- 582 с.

31. Шишацька, І. В. Підприємливість і фінансова грамотність, 2020. URL: http://surl.li/hftcgw

32. Як говорити з дітьми про гроші. Фінансова грамотність і НУШ, 2020. URL: http://surl.li/vxjtkk

ДОДАТКИ

Додаток А

Фінансово-математичні задачі на відсоткові розрахунки

1. Товар з перевезенням коштує 3900 грн. Скільки відсотків від вартості товару становлять витрати по перевезенню, якщо вартість товару дорівнює 3510 грн?

2. Товар до зниження ціни коштував 18 грн, а після зниження – 14,4 грн. На скільки відсотків знизили ціну на товар?

3. Будівля будинку коштувала 98000 грн. З них 65% заплатили за матеріал, а решту – за роботу. Скільки заплатили за роботу?

4. Після зниження цін на 5% вартість 1 м матерії стала рівною 38 грн. Скільки коштував 1 м матерії до зниження?

5. Ціна товару була збільшена на 20%, а потім нова ціна була знижена на 17%. Як у підсумку змінилася ціна відносно початкової?

6. У результаті інфляції ціна товару у перший місяць виросла на 5%, а за другий місяць на 7%. На скільки відсотків виросла ціна товару за два місяці?

7. У державі А в результаті інфляційних процесів ціни виросли на 300%. Опозиція зажадала від уряду повернення цін до колишнього рівня. На скільки відсотків повинні бути зменшені ціни?

8. Ціна на товар змінювалася в результаті інфляції. На кінець 1995 року і наступних вона становила відповідно: 400 грн, 440 грн, 462 грн, 480 грн, 526 грн. У якому році темп інфляції був найбільшим?

9. В автогосподарстві дві автоколони. Число автомобілів у другій з них на 30% більше, а середня вантажопідйомність одного автомобіля другої автоколони на 10% більше, ніж у першій. На скільки відсотків середня вантажопідйомність автомобіля по автогосподарству в цілому менша, ніж у другій автоколоні?

10. Після реконструкції лінії по розливу мінеральної води її продуктивність за зміну зросла на 60%, витрати електроенергії за зміну скоротився на 20%, а ціна 1 квт. год. електроенергії за час реконструкції виросла на 40%. На скільки

відсотків зменшилися витрати на електроенергію в розрахунку на одиницю продукції? а) 40; б) 30; в) 20; г) 25; д) 35.

11. Після переходу на нове обладнання витрати електроенергії знизилися на 16%, а випуск виробів виріс на 50%. На скільки відсотків зменшилася кількість електроенергії, що витрачається на виробництво одного виробу?

12. Пеня за несвоєчасну квартирну плату нараховується в розмірі 0,1% від несплаченої суми за кожний день прострочення. На скільки днів була затримана квартирна плата, якщо на суму 20 грн була нарахована пеня 1 грн?

13. Після сплати всіх податків, які в сумі склали 31% від доходу, підприємець залишив собі на законній підставі 93450 грн. Яка була величина чистого доходу?

14. У банку розміщено вклад у розмірі 3900 грн під 50% річних. Наприкінці кожного з перших чотирьох років зберігання після нарахування відсотків вкладник додатково вносив на рахунок одну і ту саму фіксовану суму. До кінця п’ятого року після нарахування відсотків виявилося, що розмір вкладу збільшився в порівнянні з початковим на 725%. Яку суму вкладник щорічно додавав до вкладу?

15. У банку розміщено вклад у розмірі 2100 грн під 100% річних. Наприкінці кожного з перших шести років зберігання після нарахування відсотків вкладник знімав з рахунку одну і ту саму фіксовану суму. До кінця сьомого року після нарахування відсотків виявилося, що розмір вкладу зменшився в порівнянні з початковим на 20%. Яку суму вкладник щорічно знімав з рахунку?

16. У перший рік розробки родовища було видобуто 100000 тон залізної руди. Протягом декількох наступних років річний видобуток руди збільшувалася на 25% у порівнянні з кожним попереднім роком, а потім протягом наступних 3 років підтримувався на досягнутому рівні. Загальний обсяг видобутої руди за увесь час видобутку склав 850000 тон. Скільки років розроблялося родовище?

17. Технологія виготовлення дискет складається із чотирьох етапів. На кожному з них збільшується вміст кремнію на певну кількість відсотків відносно

їхньої кількості на попередньому етапі: на першому етапі – на 25%, на другому етапі – на 20%, на третьому етапі – на 10%, на четвертому етапі – на 8%. На скільки відсотків у результаті збільшиться вміст кремнію?

18. Яким повинен бути початковий капітал, щоб при нарахуванні по 15% на місяць, одержати через півроку 23130 грн?

19. На скільки років потрібно вкласти 20000 грн під 40% річних, щоб одержати не менше 100000 грн прибутку?

20. Який капітал треба вкласти під 40% річних, щоб через три роки одержати разом з відсотками 100000 грн?

21. Деяка фірма протягом п’яти років одержувала 7,2% чистого прибутку від торгівлі й усі отримані гроші витрачала на збільшення товарообігу. На скільки відсотків за ці п’ять років зріс її товарообіг?

22. У м. Дрогобичі у випадку несплати земельного податку місту у встановлений термін (не пізніше 15 вересня) нараховується пеня в розмірі 0,2% несплачених сум за кожний день прострочення. Яка пеня буде нарахована у випадку сплати земельного податку в сумі 436 грн: а) 11 листопада того ж року; б) 1 січня наступного року; в) 7 лютого наступного року?

23. У процесі роздержавлення й приватизації в легкій промисловості міста в держвласності залишається лише 29% підприємств. На долю змішаної форми власності (акціонерні товариства, орендні підприємства, товариства з обмеженою відповідальністю) припадає 71% підприємств й 80% продукції, що випускається підприємствами галузі. На скільки відсотків більше випускають продукції підприємства змішаної форми власності?

24. Середній річний відсоток приросту видобутку вугілля на одній із шахт рік у рік залишається постійним. Якщо річний відсоток приросту видобутку вугілля був би збільшений на a% , то через два роки було б видобуто вугілля в b раз більше, ніж у звичайних умовах. Визначте середній річний відсоток приросту видобутку вугілля (у звичайних умовах). Розробити математичну модель розв’язання даної задачі. Виконати розрахунки при a =10,5, b =1,21.

25. Сплав міді й цинку масою a кг містить b% міді. Яку масу міді потрібно

додати до цього шматка, щоб отриманий новий сплав містив міді й цинку порівно? Розробити математичну модель розв’язання даної задачі. Виконати розрахунки при a =12,5, b = 40.

Фінансово-математичні задачі на складання алгебраїчних рівнянь

1. Підприємство за місяць (24 робочих дні) виробляло деяку кількість фарби. Після реконструкції щоденне виробництво фарби зросло на 2 тони. У зв’язку із цим збільшену на 8 тон місячну норму стали виробляти на 4 дні раніше. На скільки відсотків зросла продуктивність праці на підприємстві після реконструкції?

2. Акціонерне товариство витратило 0,2 свого річного прибутку на реконструкцію виробничої бази, 0,25 грошей, що залишилися, витратило на будівництво житла для акціонерів, виплатило 2500000 грн дивідендів. Після всіх цих витрат залишилася нерозподіленою 0,1 прибутку. Який прибуток акціонерного товариства? Чи досить йому грошей, що залишилися, щоб заплатити 20 000 000 грн у рахунок заборгованостей по податках?

3. Три підрядні будівельні організації домовилися освоїти виділені за проектом гроші в сумі 2 805 000 грн у такий спосіб. Перша організація одержує половину від суми, яку одержує друга організація й ще 270 000 грн на придбання устаткування, третя організація одержує половину від того, що одержує перша організація й ще 360 000 грн на проектні роботи. Скільки грошей одержає кожна організація?

4. Коли запитали відомого давньогрецького математика й філософа Піфагора про те, скільки учнів відвідують його бесіди, він відповів, що половина його учнів вивчають математику, чверть – музику, сьома частина перебуває в мовчанні; крім того, присутні ще три жінки. Скільки учнів було в Піфагора?

5. Автомобільний завод планує випустити в першому кварталі 20% від річного плану, у другому – збільшити продуктивність в 1,5 рази, у четвертому – випустити 17000 автомобілів. У третьому кварталі, під час відпусток, як показує статистика, випускається половина від середньо арифметичної кількості

автомобілів, що випускають у другому й четвертому кварталах. Яка кількість автомобілів планується випустити на автозаводі протягом року?

6. Для нормального функціонування ринку необхідно, щоб щодня на роботі перебувало 36 контролерів. Скільки необхідно найняти контролерів, щоб кожний з них при семиденному робочому тижні мав один вихідний день?

7. Підприємець привіз на ринок 2000 кг кавунів і запланував їх продати за певний час протягом дня. Однак щогодини йому вдавалося продавати, у середньому, на 50 кг кавунів більше, ніж він припускав. Це дало можливість реалізувати весь товар на дві година раніше. Скільки кілограмів (у середньому) кавунів підприємець продавав щогодини?

8. На хлібозаводі випікають батони житнього і пшеничного хліба. За 8 годин роботи виготовляється рівна кількість тих і інших батонів. Однак у результаті несправності устаткування на лінії по випічці батонів пшеничного хліба їхній випуск скоротився на 200 штук. При цьому виявилося, що випічка одного батона пшеничного хліба (у середньому) відбувалася на 12 секунд довше, ніж випічка одного батона житнього хліба. Скільки батонів житнього і пшеничного хліба було випечено в цей день? Скільки часу (у середньому) витрачається на випічку одного батона житнього хліба?

9. На сільськогосподарському підприємстві була встановлена наступна прогресивна оплата праці: за перші 5 кг (один ящик) зібраної ягоди робітник одержує 5 грн, за другий – на 1 грн більше і т.д. Крім того, за виконання денної норми збору робітникові доплачується 6 грн. Яку треба встановити денну норму (ящиків), щоб середня оплата праці за один зібраний ящик ягід становила 10 грн?

10. Сільськогосподарське підприємство вирішило здати в оренду прямокутну земельну ділянку площею 30 га. Одна частина цієї ділянки шириною 100 м і периметром 1000 м була поділена на більш дрібні ділянки. Друга частина також була поділена на більш дрібні ділянки, кожна з яких мала площу на 1 га менше, ніж ділянка з першої частини, але кількісно їх виявилось на 15 більше. Скільки було отримано ділянок землі обох видів? Яка площа кожної із цих ділянок?

11. Акціонерне товариство за підсумками своєї діяльності вирішило з річного прибутку виділити 720 000 грн на виплату дивідендів по двох видах акцій. По кожній акції першого виду предбачалось одержати на 2000 грн більше, ніж по акції другого виду. Усього було необхідно оплатити 150 акцій, причому кількість грошей, які виділялися на акції першого виду повинна рівнятися кількості грошей, які виділялися на оплату акції другого виду. Скільки було акцій кожного виду? Скільки гривень припадало на кожну акцію першого й другого виду?

12. Спочатку в науково-дослідному відділі працювало менше 25 людей і його річний фонд заробітної плати становив 2 000 000 грн. Після одержання нових замовлень, штатний розклад відділу був збільшений на 15 людей, фонд заробітної плати збільшився до 3 250 000 грн, а середня річна заробітна плата всіх співробітників зросла на 50 000 грн. Яка нова чисельність співробітників відділу? Яка середня заробітна плата всіх співробітників після збільшення річного фонду?

13. На двох об’єктах постійно працювала певна кількість будівельників. Один раз для форсування робіт з першого об’єкта на другий було переведено 40 робітників, після чого на першому об’єкті стало в 6 разів менше робітників, ніж на другому. Наступного разу із другого об’єкта на перший було переведено 10 робітників і їхня кількість на об’єктах стало порівну. Яка кількість будівельників працювалася на кожному об’єкті у звичайні дні?

14. У одному видавництві на оформлення макета рукопису обсягом 4 друковані аркуші (приблизно 64 сторінки) витрачається стільки ж часу, що й на оформлення обсягу в 3 друковані аркуші у другому видавництві. Яка продуктивність праці кожного з видавництв, якщо відомо, що комплект рукописів обсягом 120 авторських аркушів перше видавництво оформляє на два місяці раніше, ніж друге видавництво?

15. Поїзд із платформами здатний перевезти 175 автомашин. Після переобладнання платформ кожна з них стала вміщати на дві автомашини більше, що дало можливість зменшити кількість платформ на десять під час перевезення

такої ж кількості автомобілів. Скільки платформ буде використано після їхнього переобладнання, і скільки автомобілів стала вміщати кожна платформа?

16. При плануванні дачного селища садівників 180 будиночків (по кількості садівників) вирішили розмістити в декількох рядах, однакових по кількості будинків. За час будівництва кількість членів товариства садівників виросла до 288. Це вимагало перепланування: кількість рядів збільшили на 4, а кількість будинків у кожному – на 3. Скільки рядів будинків стало в товариства садівників?

17. Чистий спирт у бочці ємністю 40 л розбавлявся водою два рази і став містити 29% води. Перший раз із бочки була відлита певна кількість спирту й стільки ж долито води. Другий раз із бочки було відлито стільки ж рідини, скільки й першого разу, і долито води. Скільки літрів рідини відливали з бочки першого і другого разу?

18. Рулон шпалер першого виду коштує 40 грн і довжина його на 4 м менша, ніж довжина рулону другого виду. Рулон шпалер другого виду коштує 36 грн і ціна одного метра на дві гривні менша, ніж ціна одного метра шпалер першого виду. Скільки метрів шпалер у кожному рулоні першого й другого виду?

19. Внаслідок реконструкції устаткування продуктивність праці робітника підвищувалася двічі протягом року на одне і те саме число відсотків. На скільки відсотків зростала кожного разу продуктивність праці, якщо за один і той же час робітник раніше виготовляв виробів на 2500 грн, а тепер на 2809 грн?

20. За перший квартал автозавод виконав 25% річного плану випуску автомашин. Кількість машин, випущених за другий, третій і четвертий квартали, виявилася пропорційною числам 11, 25, 12 і 13,5. Визначити перевиконання річного плану у відсотках, якщо в другому кварталі автозавод дав продукції в 1,08 рази більше, ніж у першому.

21. Заробітні плати робітника за жовтень і листопад відносяться як 9:8, а за листопад і грудень – як 6:8. За грудень він одержав на 225 грн більше, ніж за жовтень, і за перевиконання квартального плану робітникові нарахували премію в розмірі 20% його тримісячного заробітку. Знайти розмір премії.

22. Наявні на складі 300 кг товару продані в нерівних кількостях двом організаціям за ціною 12,5 грн за кілограм. Перша організація перевозить куплений товар на відстань 20 км, а друга – на відстань 30 км. Перевезення 10 кг товару обходиться в 0,5 грн за кілометр шляху. Знаючи, що друга організація заплатила за покупку й перевезення товару на 900 грн, визначити, скільки кілограмів товару купила кожна організація і яку сума вона заплатила за товар і його перевезення?

23. Дві бригади, працюючи разом, повинні відремонтувати задану ділянку шосейної дороги за 18 днів. У дійсності ж вийшло так, що спочатку працювала тільки одна перша бригада, а закінчувала ремонт ділянки дороги одна друга бригада, продуктивність праці якої вища, ніж у першої бригади. У результаті ремонт заданої ділянки дороги тривав 40 днів, причому перша бригада у свій робочий час виконала 2 3 всієї роботи. Скільки днів працювала кожна бригада?

24. За кілограм одного продукту і десять кілограмів іншого заплачено 200 грн. Якщо при сезонній зміні цін перший продукт подорожчає на 15%, а другий подешевшає на 25%, то за таку ж кількість цих продуктів буде заплачено 182 грн. Скільки коштує кілограм кожного продукту?

25. Для продажу привезли яблука 1 сорту на суму 912 грн і яблука 2 сорту на суму 720 грн. При розвантаженні привезені яблука випадково перемішалися. Підрахунок показав, що якщо тепер продавати всі яблука по одній ціні – на 3 грн 60 коп нижче ціни кілограма яблук 1 сорту, то буде виручена раніше намічена сума. Скільки кілограмів яблук привезено в ларьок, якщо відомо, що яблук 2 сорту було на 5 кг більше, ніж яблук 1 сорту?

26. Було заплановано розділити премію порівно між найкращими співробітниками підприємства. З’ясувалося, однак, що співробітників, гідних премії, на 3 чоловік більше, ніж передбачалося. У такому випадку кожному довелося б одержати на 160 грн менше. Профспілка й адміністрація знайшли можливість збільшити загальну суму премії на 3600 грн, у результаті чого кожен премійований одержав 1000 грн. Скільки співробітників одержали премію?

27. Початкова собівартість одиниці продукції складає 50 грн. Протягом

першого року виробництва вона підвищилася на деяке число відсотків, а протягом другого року знизилася (стосовно підвищеної собівартості) на таке ж число відсотків, у результаті чого вона стала дорівнює 48 грн. Визначити відсотки підвищення й зниження собівартості одиниці продукції.

28. Два робітники були прийняті на один той же термін виконання сезонної роботи з різною оплатою кожному за один день праці. Перший працював на a днів менше строку й одержав r гривень, а другий про працював на a днів більше строку й одержав s гривень. Якби перший працював стільки днів, скільки другий, то вони одержали б порівно. Визначити встановлений термін роботи.

29. На підприємство, де виготовляють розчину каву, привезли в останніх числах травня партію зерен кави для переробки. Один механізм, що перемелює зерна, був запущений у дію в понеділок 1 червня й перемелював щодня по m кг. З 6 червня до виконання цієї роботи підключили другий механізм, що перемелював щодня по n кг. До кінця робочого дня 10 червня залишилася не перемеленою тільки половина початкової кількості зерен. Коли була закінчена переробка всієї партії зерен, якщо відомо, що обидва механізми перемололи порівно і, крім неділь, інших перерв у роботі не мали?

30. При копанні колодязя за перший метр глибини сплатили 20 грн, а за кожен наступний на 30 грн більше, ніж за попередній. Поверх того за весь колодязь додатково було сплачено 800 грн. Середня вартість метра глибини виявилася рівною 225 грн. Визначити глибину колодязя, якщо відомо, що вона виражається цілим числом метрів.

31. Куплено кілька кілограмів товару двох сортів: першого сорту на 225 грн і другого на 100 грн. Першого сорту куплено на 1 кг більше. Вартість кілограма товару першого сорту на a грн вище вартості кілограма другого сорту. Скільки кілограмів товару кожного сорту куплено? Визначити число розв’язків залежно від можливих значень параметра a .

32. У магазин надійшов товар першого й другого сортів на загальну суму в 45000 грн. Додаткова експертиза встановила, що весь товар, що надійшов, можна продавати тільки за ціною другого сорту, у результаті чого фірма потерпіла б

збиток у сумі 50000 грн. Продавці магазину безплатно не тільки усунули дефекти в товарі першого сорту, але й товар другого сорту довели до кондиції першого сорту. Одержавши після цього дозвіл продавати весь товар за ціною першого сорту, магазин дав фірмі прибуток у сумі 3000 грн. У яку суму оцінювався спочатку весь товар першого сорту й весь товар другого сорту окремо?