



THE ISSUE CONTAINS:

Proceedings of the 2nd
International Scientific
and Practical Conference

**RECENT ADVANCES
IN GLOBAL SCIENCE**

Vilnius, Lithuania
6-8.03.2023

SCIENTIFIC COLLECTION
INTERCONF

No 145
March, 2023

OPEN  ACCESS

Scientific Collection «InterConf»

No 145

March, 2023

THE ISSUE CONTAINS:

Proceedings of the 2nd International
Scientific and Practical Conference

**RECENT ADVANCES
IN GLOBAL SCIENCE**

VILNIUS, LITHUANIA
March 6–8, 2023



VILNIUS
2023

UDC 001.1

S 40 *Scientific Collection «InterConf»*, (145): with the Proceedings of the 2nd International Scientific and Practical Conference «Recent Advances in Global Science» (March 6-8, 2023; Vilnius, Lithuania) by the SPC «InterConf». Vaiga, 2023. 439 p.
ISBN 978-609-440-532-7 (series)

EDITOR

Anna Svoboda
Doctoral student
University of Economics;
Czech Republic
annasvobodaprague@yahoo.com

COORDINATOR

Mariia Granko
Coordination Director in Ukraine
Scientific Publishing Center
«InterConf»; Ukraine
info@interconf.top

EDITORIAL BOARD

Temur Narbaev (PhD)
Tashkent Pediatric Medical Institute,
Republic of Uzbekistan;
temur1972@inbox.ru

Nataliia Mykhalitska (PhD
in Public Administration)
Lviv State University of
Internal Affairs; Ukraine

Dan Goltsman (Doctoral student)
Riga Stradiņš University;
Republic of Latvia;

Katherine Richard (DSc in Law),
Hasselt University; Kingdom of Belgium
katherine.richard@protonmail.com;

Richard Brouillet (LL.B.),
University of Ottawa; Canada;

Stanyslav Novak (DSc in Engineering)
University of Warsaw; Poland
novaks657@gmail.com;

Kanako Tanaka (PhD in Engineering),
Japan Science and Technology
Agency; Japan;

Mark Alexandr Wagner (DSc. in Psychology)
University of Vienna; Austria
mw6002832@gmail.com;

Alexander Schieler (PhD in Sociology),
Transilvania University of Brasov;
Romania

Svitlana Lykholat (PhD in Economics),
Lviv Polytechnic National University;
Ukraine

Dmytro Marchenko (PhD in Engineering)
Mykolayiv National Agrarian University
(MNAU); Ukraine;

Rakhmonov Aziz Bositovich (PhD in Pedagogy)
Uzbek State University of World
Languages; Republic of Uzbekistan;

Mariana Vereskliia (PhD in Pedagogy)
Lviv State University of Internal
Affairs; Ukraine

Dr. Albena Yaneva (DSc. in Sociology
and Antropology),
Manchester School of Architecture; UK;

Vera Gorak (PhD in Economics)
Karlovarská Krajská Nemocnice;
Czech Republic
veragorak.assist@gmail.com;

Polina Vuitsik (PhD in Economics)
Jagiellonian University; Poland
p.vuitsik.prof@gmail.com;

Elise Bant (LL.D.),
The University of Sydney; Australia;

George McGrown (PhD in Finance)
University of Florida; USA
mcgrown.geor@gmail.com;

Vagif Sultanly (DSc in Philology)
Baku State University;
Republic of Azerbaijan

Kamilə Əliağa qızı Əliyeva (DSc
in Biology)
Baku State University;
Republic of Azerbaijan

Please, cite as shown below:

1. Surname, N. & Surname, N. (2023). Title of an article. *Scientific Collection «InterConf»*, (145), 21-27. Retrieved from <https://archive.interconf.center/index.php/conference-proceeding...>

This issue of Scientific Collection «InterConf» contains the materials of the International Scientific and Practical Conference. The conference provides an interdisciplinary forum for researchers, practitioners and scholars to present and discuss the most recent innovations and developments in modern science. The aim of conference is to enable academics, researchers, practitioners and college students to publish their research findings, ideas, developments, and innovations.

TABLE OF CONTENTS

BUSINESS ECONOMICS

	Акімова О.В. Петченко М.О.	МІСЦЕ ФІНАНСОВОГО ПОТЕНЦІАЛА В СТРУКТУРІ ПОТЕНЦІАЛУ ПІДПРИЄМСТВ	9
---	-------------------------------	--	---

REGIONAL ECONOMY

	Горбач Л.М. Мельчук Н.М.	РЕГІОНАЛЬНИЙ РОЗВИТОК ЯК СТРАТЕГІЯ РЕГІОНАЛЬНОЇ ПОЛІТИКИ	12
---	-----------------------------	---	----

INTERNATIONAL ECONOMICS AND INTERNATIONAL RELATIONS

	Abbasov T.N.	ANALYSIS OF US FOREIGN POLICY STRATEGY IN THE MIDDLE EAST REGION AT THE TURN OF 20TH AND 21ST CENTURIES	16
	Плотніков О.В.	ФРАГМЕНТАЦІЯ В ПРОЦЕСІ РОЗВИТКУ СВІТОВОЇ ЕКОНОМІКИ	25
	Азизова Н.Т. Исамухамедова Г.С. Санжарова Г.	ОСНОВНЫЕ ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ ТУРИСТСКОГО РЫНКА В РЕСПУБЛИКЕ УЗБЕКИСТАН	33
	Когут-Ференс О.І. Рибчук Р.В.	ЗМІНА ДИНАМІКИ РОЗВИТКУ АЛЬТЕРНАТИВНОЇ ЕНЕРГЕТИКИ У КРАЇНАХ ЄС ВНАСЛІДОК МОЖЛИВОГО ЗАГОСТРЕННЯ ВІДНОСИН МІЖ КИТАЄМ ТА ЄС	38

MANAGEMENT

	Літвак А.І.	ХАРАКТЕРИСТИКА ОСНОВНИХ НАВИЧОК ЛІДЕРА	40
---	-------------	--	----

FINANCE AND CREDIT

	Бардаш С.В.	ВНУТРІШНІЙ ФІНАНСОВИЙ КОНТРОЛЬ КРУГООБОРОТУ КАПІТАЛУ ЯК ІНФОРМАЦІЙНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ОЦІНКИ ФІНАНСОВОЇ СТАБІЛЬНОСТІ ПІДПРИЄМСТВА	49
	Кретов Д.Ю.	АДАПТАЦІЯ ДОСВІДУ ЦИФРОВІЗАЦІЇ ЗАРУБІЖНИХ БАНКІВ В БАНКІВСЬКІЙ СИСТЕМІ УКРАЇНИ	54
	Тарасенко І.О. Олефіренко К.С.	АНАЛІЗ СТРУКТУРИ ТА ДИНАМІКИ ПОКАЗНИКІВ ЗВЕДЕНОГО БЮДЖЕТУ В КООРДИНАТАХ СТАЛОГО РОЗВИТКУ УКРАЇНИ	58
	Тарасенко О.С.	ПРОБЛЕМИ РОЗВИТКУ ВИЩОЇ ОСВІТИ УКРАЇНИ В УМОВАХ ВІЙНИ ТА БЮДЖЕТНОГО ДЕФІЦИТУ	62

PEDAGOGY AND EDUCATION

	Alpeisova B.T.	IMPLEMENTING LEARNERS TO WRITE FORMAL TRANSACTIONAL LETTERS	67
---	----------------	--	----

	Kurmanalyieva A. Kudinova B. Orazakhynova N.	6-СЫНЫПҚА АРНАЛҒАН МАТЕМАТИКА ПӘНІН ОҚЫТУДАҒЫ ОЙЫН ӘДІСТЕРІ	73
	Mukhambetalina A.K. Munatayeva E.M. Torekeyev B.A.	SOCIOCULTURAL AND SOCIOLINGUISTIC COMPONENTS AS FUNDAMENTAL ASPECTS OF THE FORMATION OF A SECONDARY LINGUISTIC PERSONALITY	85
	Ovxunov I.A.	TALABALARNING VIRTUAL BORLIQQA MAS'ULIYATLI MUNOSABATINI RIVOJLANTIRISHDA KOMPYUTER TEKNOLOGIYALARINING O'RNI	94
	Ozbekova G.M.	SCRATCH BAҒДАРЛАМАСЫ АЛГОРИТМИ ШАРТЫНДАҒЫ МАТЕМАТИКА ПӘНІН ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ	99
	Salykbay A.O.	USE OF CREATIVITY IN THE DEVELOPMENT OF WRITING SKILLS IN ENGLISH BY 9TH GRADE STUDENTS	115
	Suyarova M.E.	METHODS OF TEACHING SPEAKING IN FOREIGN LANGUAGE LESSONS	119
	Yurko N. Protsenko U. Kalymon Y. Vorobel M. Harasym T.	CATERING TRAINING IN TOURISM AND HOSPITALITY: THE POSITIVE PERSPECTIVES FOR THE FIELD SPECIALISTS	125
	Айтбаева Г.Ш. Токатова Ж.Е. Маханбетова М.К.	ПЕРСПЕКТИВЫ ЦИФРОВИЗАЦИИ ЭКОНОМИКИ КАЗАХСТАНА	131
	Апаханова А.М.	БИОЛОГИЯ ПӘНІ САБАҒЫНДА ЖАҢАРТЫЛҒАН БАҒДАРЛАМА БОЙЫНША ӘДІС-ТӘСІЛДЕРДІ ТИІМДІ ПАЙДАЛАНУ ЖОЛДАРЫ	135
	Бекенова А.Е. Алтынбасов М.Ж. Мергенова Г.Н.	ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПОДГОТОВКИ ПРИРОДНОГО ГАЗА ДЛЯ ТРАНСПОРТИРОВКИ И ВЛИЯНИЯ НА ОКРУЖАЮЩУЮ СРЕДУ	140
	Булекова Г.С. Алсеитов А.Г. Жумаева Ф.А. Сагиндикова Х.А. Акылбекова А.Б. Макенова У.Б. Омирзакова М.С. Искак О.Э. Мурсалимова С. Жумадилова Ж.К. Мырзабасова А.	РОЛЬ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ТЕХНОЛОГИИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКИ В СРЕДНИХ ШКОЛАХ В УСЛОВИЯХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПОЛИТИКИ РК	144
	Дюсенов Н. Мурсалимова С.	МЕТАФОРА МАТЕМАТИКИ	153
	Ержигитова Б.С.	ӨЛЕУМЕТТІК ҚОҒАМДАҒЫ ҚАРТ АДАМДАРДЫҢ ӨМІР СҮРУ САПАСЫН АРТТЫРУ: ӨЛЕМ ТӘЖІРИБЕСІ ЖӘНЕ ҚАЗАҚСТАН	159
	Жакетова А.Ж. Түгелбай Д.Қ. Қалмұрза А.Д.	МАТЕМАТИКА ПӘНІНДЕ ЖИЫНТЫҚ БАҒАЛАУДЫ ҰЙЫМДАСТЫРУ ЖОЛДАРЫ	177

	Кайдаш А.М. Хомич В.І.	СОЦІАЛЬНО-ЛІНГВІСТИЧНІ ДОМІНАНТИ ПІДГОТОВКИ ЗДОБУВАЧІВ ОСВІТИ В УМОВАХ ВІЙНИ	181
	Күмісбек М.М.	АҒЫЛШЫН ТІЛІН ОҚЫТУДА ОҚУШЫЛАРДЫҢ ҚЫЗЫҒУШЫЛЫҒЫН ЖОБА ӘДІСІ АРҚЫЛЫ АРТТЫРУ	188
	Савка І.В. Заяць О.Я. Гульченко С.Г.	ПЕДАГОГІЧНІ УМОВИ ФОРМУВАННЯ ПРОФЕСІЙНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ МАЙБУТНЬОГО АРХІТЕКТОРА	195
	Шайхина А.Б.	ТЕХНОЛОГИЯ РАЗВИТИЯ КРИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ НА УРОКАХ АНГЛИЙСКОГО ЯЗЫКА	197
	Шафарчук Т.Г.	РОЗВИТОК АРТИСТИЧНО-ВИКОНАВСЬКИХ ЗДІБНОСТЕЙ МАЙБУТНІХ ВОКАЛІСТІВ	202
	Шахрай В.М. Прохацька С.В.	ПЕДАГОГІЧНІ УМОВИ РОЗВИТКУ ЧИТАЦЬКИХ ІНТЕРЕСІВ СУЧАСНОЇ УЧНІВСЬКОЇ МОЛОДІ	206

PHILOSOPHY AND COGNITION

	Arazov G.T.	TIME IS ONE OF THE MANY PROPERTIES OBSERVED IN NATURAL PHENOMENA IN NON-LINEAR DYNAMIC SYSTEMS	212
---	-------------	--	-----

POLITICAL SCIENCE AND PUBLIC ADMINISTRATION

	Довгненко Д.В.	ВИКОРИСТАННЯ ПОПУЛІСТИЧНИХ ПРАКТИК В КРАЇНАХ З АВТОРИТАРНИМ РЕЖИМОМ: ДОСВІД РОСІЇ	216
---	----------------	---	-----

SOCIOLOGY AND SOCIETY

	Sultanova A.	INTERVENTION MODELS IN SUPPORT OF LARGE FAMILIES IN CRISIS	221
	Романенко Ю.В. Корень Є.Р.	ARCHETYPES AND SYMBOLS OF EPIC PLOTS: SOME THESES BEFORE POSING THE PROBLEM	230

PSYCHOLOGY AND PSYCHIATRY

	Romanenko Y.V. Svyatnenko I.O.	NARCISSIC PROCESSES IN THE INTEGRAL THEORY OF NARCISSISM: SOME THESES TO THE STATEMENT OF THE PROBLEM	234
	Кузьмич О.П.	ПСИХОЛОГІЧНІ ЧИННИКИ ФОРМУВАННЯ ДОВІРИ ДО СЕБЕ: ТЕОРЕТИЧНИЙ АСПЕКТ	239
	Лазор К.П.	ПСИХОЛОГІЯ КОМУНІКАЦІЇ ЛЮДИНИ ТА СУСПІЛЬСТВА	243

PHILOLOGY AND LINGUISTICS

	Aitenova S.	STUDENTS' PERCEPTIONS OF LEARNING ENGLISH IN A PUBLIC SCHOOL	248
	Amangeldiyev S.	IMPORTANCE OF INTERCULTURAL COMMUNICATIVE COMPETENCE IN LANGUAGE TEACHING	254
	Hasanova J.F.	PHRASEOLOGISMS IN THE FORM OF SENTENCES	259

	Габиденова Н.Г. Аяпова Т.Т.	ШЕТ ТЕЛДІК БІЛІМ БЕРУДЕ ЕКІНШІ ТІЛДІК ТҰЛҒАНЫҢ ҚАЛЫПТАСУЫНДАҒЫ ҚҰЗІРЕТТЕРДІҢ РӨЛІ	266
	Гасанова Ш.Н.	КОГНИТИВНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ	274
	Дүйсенбай Ә.Е. Аяпова Т.Т.	ТІЛ-МӘДЕНИЕТ-ТҰЛҒА ТРИАДАСЫ ҚАЗІРГІ ШЕТ ТІЛДІК БІЛІМ БЕРУДІҢ НЕГІЗІ	278

LAW AND INTERNATIONAL LAW

	Боброва Ю.Ю.	ПРАВО ВІЙНИ – АКТУАЛЬНА ПРАВОВА ПАРАДИГМА, ЗУМОВЛЕНА СУЧАСНИМИ ВИКЛИКАМИ	287
	Пильгун Н.В. Шлапак А.Ю.	ОСОБЛИВОСТІ ЗДІЙСНЕННЯ МІЖНАРОДНИХ АВТОМОБІЛЬНИХ ВАНТАЖНИХ ПЕРЕВЕЗЕНЬ В УМОВАХ ВІЙНИ	291
	Хомутенко В.П. Хомутенко А.В. Мотигін Д.В.	АКТУАЛЬНІСТЬ ПРОВЕДЕННЯ СУДОВОЇ ЕКОНОМІЧНОЇ ЕКСПЕРТИЗИ У СФЕРІ ТРАНСФЕРТНОГО ЦІНОУТВОРЕННЯ	295
	Чанишева Г.І.	ПОСИЛЕННЯ ЗАХИСТУ ТРУДОВИХ ПРАВ ПРАЦІВНИКІВ ЯК НАПРЯМ РЕФОРМУВАННЯ ТРУДОВОГО ЗАКОНОДАВСТВА УКРАЇНИ	298

ARTS, CULTURAL STUDIES AND ETHNOGRAPHY

	Зуб Г.О.	АНСАМБЛЕВА ВЗАЄМОДІЯ В ГЕНЕЗИСІ ENSEMBLE	302
---	----------	--	-----

HISTORY AND ARCHEOLOGY, ARCHIVAL STUDIES

	Нікітіна А.В.	ГЕТЬМАН КИРИЛО РОЗУМОВСЬКИЙ І ХУДОЖНИК ПОМПЕО БАТОНІ ДО ПИТАННЯ СТВОРЕННЯ ПОРТРЕТУ ГЕТЬМАНА ТА ФОРМУВАННЯ ЙОГО КОЛЕКЦІЇ	311
	Швець М.В.	СТЕПАН БАЛЕЙ «НАРИС ЛЬОГІКИ» ТЕЗИ	319

BIOLOGY AND BIOTECHNOLOGY

	Курегенова С. Рскельдиева С. Успабаева А.	БИОЛОГИЯНЫ ОҚЫТУ БОЙЫНША СТУДЕНТТЕРДЕ ПРАКТИКАЛЫҚ БІЛІКТІЛІКТІ ҚАЛЫПТАСТЫРУДЫҢ ТИІМДІЛІГІ	322
---	---	---	-----

MEDICINE AND PHARMACY

	Cherska M. Haiova O. Maidaniuk E. Tronko M.	THE VALUE OF THE BIOELECTRIC ACTIVITY INDICATORS OF THE CEREBRAL CORTEX IN YOUNG MEN WITH THE METABOLIC SYNDROME	329
	Hodyna D.M. Trokhimenko O.P. Pavliuk O.V. Kovalishyn V.V. Svitliishyi M.M. Metelytsia L.O.	ISOXAZOLE-CONTAINING SULFONAMIDES WITH HIGH CYTOSTATIC POTENTIAL: IN SILICO AND IN VITRO STUDIES	331

	Hotineanu A. Cazac A. Cauşnean V.	TRATAMENTUL MINI-INVAZIV ENDOSCOPIC ÎN PANCREATITA CRONICĂ	338
	Roman I.A. Iurescu M.I.	THE IMPORTANCE OF THE CONTACT POINT RESTORATION IN IInd CARIES CLASS AFTER BLACK	344
	Saksham Sharma	OPTOGENETIC INTERVENTIONS IN PAIN MANAGEMENT: A LITERATURE REVIEW	347
	Yuldasheva D.Y. Irnazarova D.K. Alihojaeva A.M. Usmanova B.I. Saidakulova D.V.	PREVALENCE OF GENITAL PROLAPSE SYMPTOMS IN WOMEN IN THE UZBEK POPULATION	354
	Сеидова Г.М.Д. Агаева Э.М. Новрузова М.С. Талыбова Д.Х. Байрамова Р.С. Гасымова М.Ч.	РОЛЬ ПЛЕСНЕВЫХ ГРИБОВ В ЗАГРЯЗНЕНИИ МЕДА И ПРОДУКТОВ ПЧЕЛОВОДСТВА ПРЕДГОРНЫХ РАЙОНАХ АЗЕРБАЙДЖАНА	357

NATURE MANAGEMENT, RESOURCE SAVING AND ECOLOGY

	Shcherbatiuk N.V.	CULTIVATION OF CARP IN PONDS	359
	Surkhayli S.F. Ismayilova Z.R. Tahmazli M.S.	STUDY OF SOIL ECOSYSTEMS IN KALBAJAR AND LACHIN REGIONS USING ARGGIS SOFTWARE	366

PHYSICS AND MATHS

	Семко М.М. Скасків Л.В.	БУДОВА НЕАВЕЛЕВИХ ГРУП З УМОВОЮ ЩІЛЬНОСТІ НОРМАЛЬНОСТІ ДЛЯ НЕПЕРІОДИЧНИХ АВЕЛЕВИХ ПІДГРУП	373
---	----------------------------	---	-----

RADIO ENGINEERING, ELECTRONICS AND ELECTRICAL ENGINEERING

	Tairov N.N. Khizirova M.A.	DATA TRANSMISSION WITH OPTIMAL CODING IN WIRELESS COMMUNICATION NETWORKS	378
	Аменова А.Е. Чезимбаева К.С.	СРАВНЕНИЕ ТЕХНОЛОГИИ LORA И NB-IOT С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ВОЗМОЖНОСТИ ПОДКЛЮЧЕНИЯ	384
	Кириченко О.С.	ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНИЙ ЕЛЕМЕНТ З НАПІВПРОВІДНИКАМИ У ФОРМІ КУВОЇДІВ І КОМПЕНСОВАНОЮ КОМУТАЦІЙНОЮ ПЛАСТИНОЮ ДЛЯ ТРАНСПОРТНОГО ЕЛЕКТРОУСТАТКУВАННЯ	395

MODELING AND NANOTECHNOLOGY

	Гіваргізов І.Г.	МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДЛЯ ОЦІНКИ ЕФЕКТИВНОСТІ СТІЙКОГО РОЗВИТКУ ФІНАНСОВИХ УСТАНОВ	399
---	-----------------	---	-----

INFORMATION AND WEB TECHNOLOGIES

	Bielozorova Y.	THE PROBLEM OF DECISION-MAKING IN SPEAKER IDENTIFICATION ANALYSIS	403
	Olyinyk O. Lohvinov O. Kravtsov I.	USING THE COMMAND AND MEDIATOR PATTERNS IN COMBINATION WITH DEPENDENCY INJECTION SOFTWARE DESIGN PRINCIPLE	406

ARCHITECTURE, CONSTRUCTION AND DESIGN

	Saikat M. Nuno Marques de Almeida	SUSTAINABILITY IN CONSTRUCTION RELATING TO WASTAGE ON CONSTRUCTION SITE	411
	Дильманова А.Т. Еримбетов А.С.	АВТОМАТИЗАЦИЯ И СТРОИТЕЛЬСТВО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО ЗДАНИЯ (УМНЫЙ ДОМ)	421

MILITARY AFFAIRS AND NATIONAL SECURITY

	Abramova M.	THE STATE BUDGET OF UKRAINE SHARE DISTRIBUTION FOR THE SECURITY AND DEFENSE SECTOR BY MAIN COMPONENTS	424
	Гузченко С.В. Поплавець С.І. Гатченко Є.С. Явтушенко В.О. Козлов Д.М. Дроль О.Ю.	ВИЗНАЧЕННЯ РОЗПОДІЛУ РІЗНОРІДНИХ ЗАСОБІВ ПРОТИПОВІТРЯНОЇ ОБОРОНИ ПО ВРАЖЕННЮ ПОВІТРЯНИХ ЦІЛЕЙ	430

PHYSICS AND MATHS

Будова неабелевих груп з умовою щільності нормальності для неперіодичних абелевих підгруп

Семко Микола Миколайович¹, Скасків Лілія Василівна²

¹ доктор фізико-математичних наук, професор,
професор кафедри кібернетики та прикладної математики;
Державний податковий університет; Україна

² кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри кібернетики та прикладної математики;
Державний податковий університет; Україна

Анотація. Будемо говорити, що неабелева група G має щільну систему нормальних неперіодичних абелевих підгруп, якщо для будь-якої такої пари неперіодичних абелевих підгруп $A < B$, що A не максимальна в B , існує нормальна в G підгрупа N , розташована між A і B , тобто $A \leq N \leq B$ (коротко УЩН[IA]-група). Отримано повний опис УЩН[IA]-груп.

Ключові слова: неперіодична абелева підгрупа, нормальна підгрупа, центр групи, дедекіндова група, щільність нормальності.

Однією з найстаріших та актуальних задач теорії груп є вивчення впливу різних систем підгруп на будову всієї групи. Основною задачею теорії скінченних та нескінченних груп можна вважати "повний опис" всіх існуючих в природі груп або хоча б досить широких класів груп. Історія розвитку теорії груп, яка налічує вже понад сто років, показує, що такий опис можна отримати тільки при наявності досить суттєвих обмежень. Досить часто ці обмеження стосуються різних систем підгруп та їх властивостей. Наявність обмежень є необхідною для того, щоб отримати більш-менш прозорий опис. Будова групи значною мірою залежить від наявності деяких природних систем підгруп, їх розмірів, розташування в групі, взаємодії підгруп цієї системи між собою та з іншими підгрупами.

Починаючи з класичних робіт Р. Дедекінда [1] та Р. Бера [2], у яких описані дедекіндові групи (групи, всі підгрупи яких нормальні), почалося вивчення довільних груп G , у яких деяка система підгруп Σ групи G задовольняє умову нормальності. Цей напрям є одним із важливих в теорії груп.

PHYSICS AND MATHS

Його головною метою є опис узагальнень дедекіндових груп. Ці узагальнення дедекіндових груп здійснюються або шляхом звуження системи підгруп Σ , що є нормальними в усій групі, або послабленням властивості нормальності для підгруп із Σ (див., наприклад, [3 – 5]). Серед таких узагальнень відзначимо наступне дослідження.

У 1968 році А. Манн [6] почав вивчати групи, у яких нормальні не всі підгрупи системи Σ , а ті групи G , що мають нормальну підгрупу N , розміщену між будь-якими двома підгрупами A і B із Σ , де A – власна не максимальна підгрупа із B . У нього Σ – система всіх підгруп групи G . Групи, введені А. Манном, С. М. Черніков у 1975 році назвав групами з умовою щільності нормальності для всіх підгруп. Він же ввів поняття умов щільності для будь-якої теоретико-групової властивості V (доповнюваності, субнормальності, майже нормальності і т. д.) системи підгруп Σ . Будемо говорити, що група G має щільну систему нормальних Σ -підгруп, якщо для будь-якої такої пари підгруп $A < B$, що A не максимальна в B , існує нормальна в G підгрупа N , розташована між A і B , тобто $A \leq N \leq B$. Якщо Σ – система всіх підгруп групи G , то одержуємо означення груп з умовами щільності нормальності для всіх підгруп (коротко УЩН [Σ]-груп). Локально ступінчасті такого роду описані у роботах [7 – 10].

Якщо Σ – система всіх неперіодичних абелевих підгруп групи G , то одержуємо означення груп з умовами щільності нормальності для неперіодичних абелевих підгруп (коротко УЩН[IA]-груп).

В даній роботі отримано повний опис УЩН[IA]-груп (теорема).

Означення 1. Нехай G – група, A і B – її підгрупи, $A \leq B$. Відрізком $[A; B]$ називається множина всіх тих і тільки тих підгруп X із G , для яких $A \leq X \leq B$.

Означення 2. Модулем відрізком $|[A; B]|$ називається число його елементів.

Лема. Нехай G – УЩН[IA]-група. Тоді в G нормальні всі нескінченні циклічні підгрупи.

Доведення. Нехай r – довільний елемент групи G , який має нескінченний порядок. Розглянемо послідовність підгруп:

$$\langle r \rangle > \langle r^t \rangle > \langle r^{t^2} \rangle > \dots > \langle r^{t^k} \rangle > \dots,$$

де t – довільне натуральне число. За означенням УЩН[IA]-груп можна знайти таке натуральне число n , що підгрупа

PHYSICS AND MATHS

$\langle r^t \rangle^n$ нормальна в G . Нехай p і q – різні прості числа,
 $\langle r^p \rangle^m$ і $\langle r^q \rangle^s$ – дві нормальні в G підгрупи такого роду
і l , c – такі цілі числа, що:

$$lp^m + cq^s = 1.$$

Нехай $w = lp^m$, $v = cq^s$. Тоді $r = r^w + v = r^w r^v$. Далі:
 $x^{-1} r x = x^{-1} r^w r^v x = x^{-1} r^w (x x^{-1})^l r^v x = (x^{-1} r^w x) (x^{-1} r^v x) =$
 $(x^{-1} r^p x)^l (x^{-1} r^q x)^c$ для будь-якого елемента x із G .

Завдяки нормальності в G підгруп $\langle r^p \rangle^m$ і $\langle r^q \rangle^s$ маємо, що
елемент $x^{-1} r x$ належить підгрупі $\langle r \rangle$. Оскільки x – довільний
елемент групи G , то це означає, що підгрупа $\langle r \rangle$ нормальна
в G . Таким чином, в G нормальні всі нескінченні циклічні
підгрупи. Лема доведена.

Теорема. Група G тоді і тільки тоді є УЩН[ІА]- групою,
коли її центр скінченний і вона має таку абелеву нормальну
підгрупу H індексу 2 і такий елемент b другого або четвертого
порядку, що $G = H \langle b \rangle$, де $\langle b \rangle$ – циклічна група, породжена
елементом b і b^{-1} а $b = a^{-1}$ для довільного a із H .

Доведення. Необхідність. Нехай G – УЩН[ІА]-група. Тоді
завдяки лемі G група, у якій нормальні всі нескінченні циклічні
підгрупи. Нехай r – довільний елемент нескінченного порядку із
 G і H – його централізатор в G . Оскільки нескінченна циклічна
підгрупа $\langle r \rangle$ нормальна в G , то підгрупа H нормальна в G і H
має в G індекс, який не більший ніж число 2.

Нехай a – довільний елемент із H і нехай він має
скінченний порядок. Розглянемо нескінченну абелеву підгрупу
 $\langle a, r \rangle$, яка породжена елементами a і r . Зрозуміло, що $\langle a,$
 $r \rangle = \langle a \rangle \times \langle r \rangle$. Покажемо, що підгрупа $\langle a, r \rangle$ нормальна
в G . Дійсно, розглянемо спадну послідовність підгруп:

$$B_m = \langle a \rangle \times \langle r^p \rangle^m \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Перетин цих підгруп співпадає, очевидно з підгрупою $\langle a \rangle$.
Розглядаючи послідовність трійки підгруп:

$$B_1 > B_{1+1} > B_{1+2} \quad (l = 0, 3, 6, \dots)$$

із $B_m = \langle a \rangle \times \langle r^p \rangle^m$ і використовуючи означення УЩН[ІА]-
груп, виділяємо послідовність нормальних в G підгруп такого
виду N_j , що їх перетин співпадає з підгрупою $\langle a \rangle$ і, значить,
підгрупа $\langle a \rangle$ нормальна в G .

PHYSICS AND MATHS

Якщо a має нескінченний порядок, то циклічна підгрупа $\langle a \rangle$ нормальна в G як нескінченна циклічна підгрупа. Таким чином, циклічна підгрупа $\langle a \rangle$ в обох випадках нормальна в групі G . Звідси випливає, що підгрупа $\langle a \rangle$ нормальна в H . Але тоді в H нормальні всі підгрупи. Оскільки підгрупа H , очевидно, містить елементи нескінченного порядку, то вона не може бути неабелевою дедекіндовою групою (див. [1, 2]) і, значить, абелева.

Оскільки група G неабелева, то звідси випливає, зокрема, що ні один елемент нескінченного порядку не може належати її центру. Тому $H \neq G$ і, таким чином, індекс підгрупи H в G рівний двом.

Нехай b – довільний елемент із різниці $G - H$. Так як індекс підгрупи H в G рівний двом, то $b^2 \in H$. Порядок елемента b^2 не може бути нескінченним, так як цей елемент, очевидно, міститься в центрі групи G . Але тоді елемент rb^2 має нескінченний порядок. породжена ним нескінченна циклічна підгрупа $\langle rb^2 \rangle$ нормальна в групі G , яка не міститься в її центрі. Тому справедливе співвідношення $b^{-1}(rb^2)b = r^{-1}b^{-2}$. Крім цього, $b^{-1}rb = r^{-1}$, оскільки нескінченна циклічна підгрупа $\langle r \rangle$ нормальна в групі G і не міститься в її центрі. Тому: $b^{-1}(rb^2)b = b^{-1}rb = r^{-1}b^{-2}$.

Таким чином, $r^{-1}b^{-2} = r^{-1}b^2$ і тому $b^4 = 1$.

Нехай a – довільний елемент із H . Якщо він має нескінченний порядок, то із того, що підгрупа $\langle a \rangle$ нормальна в групі G і не міститься в її центрі, випливає співвідношення $b^{-1}ab = a^{-1}$. Якщо елемент a має скінченний порядок, то ra – елемент нескінченного порядку і тоді:

$$b^{-1}(ra)b = (ra)^{-1} = a^{-1}r^{-1} = r^{-1}a^{-1}.$$

Оскільки $b^{-1}rb = r^{-1}$, то $b^{-1}ab = a^{-1}$.

Покажемо тепер, що центр групи G скінченний. Нехай z – довільний елемент із центра групи G . З огляду на те, що G неабелева група маємо, що елемент z належить H . Але тоді $b^{-1}zb = z^{-1}$. Крім цього, $b^{-1}zb = z$. Таким чином, $z = z^{-1}$ і тому $z^2 = 1$. Отже, центр $Z(G)$ групи G складається із елементів, порядок яких не вище двох. Тому, якщо він нескінченний, то він містить таку нескінченну підгрупу:

$$B = \dots \times \langle b_{-2} \rangle \times \langle b_{-1} \rangle \times \langle b_0 \rangle \times \langle b_1 \rangle \times \langle b_2 \rangle \times \dots,$$

що перетинається по одиниці з підгрупою $\langle b \rangle$. Тоді із очевидного співвідношення:

$$\langle b \rangle = ((\dots \times \langle b_{-2} \rangle \times \langle b_{-1} \rangle) \times \langle b \rangle) \cap (\langle b \rangle \times \langle b_1 \rangle \times \langle b_2 \rangle \times \dots)$$

отримуємо, що підгрупа $\langle b \rangle$ нормальна в G . Але тоді індекс централізатора підгрупи $\langle b \rangle$ в G скінченний і навіть дорівнює двом. Тому централізатор підгрупи $\langle b \rangle$ в G містить другу

PHYSICS AND MATHS

ступінь кожного елемента групи G . Проте при цьому центр групи G повинен мати хоча б один елемент нескінченного порядку. Оскільки друга ступінь такого елемента міститься в підгрупі H , то це суперечить співвідношенню $b^{-1} a b = a^{-1}$. Таким чином, центр групи G не може бути нескінченним. Необхідність теореми доведена.

Достатність. Нехай неабелева група G , яка містить елементи нескінченного порядку, має таку абелеву нормальну підгрупу H індексу 2 і такий елемент b другого або четвертого порядку, що $G = H \langle b \rangle$ і $b^{-1} a b = a^{-1}$ для довільного a із H . Нехай D – довільна неперіодична абелева підгрупа із довільного відрізка $|[A; B]| > 2$, де A та B – неперіодичні абелеві підгрупи. Якщо D міститься в H , то нормальність D в G впливає із співвідношення $b^{-1} a b = a^{-1}$ для довільного a із H . Якщо D не міститься в H , то D містить елемент виду ab , де a – деякий елемент із H . Звідси впливає, що центр групи G скінченний. Таким чином, D не міститься в H . Отже, підгрупа D нормальна в G і, значить, G – УЩН[IA]-група. Достатність умови теореми доведена. Теорема доведена.

References:

- [1] Dedekind R. *Über Gruppen, deren sämtliche Teiler Normalteiler sind* // Math. Ann. – 1897. – 48. – S. 548-561.
- [2] Baer R. *Situation der Untergruppen und Struktur der Gruppe* // S.-B. Heidelberg Akad. – 1933. – 2. – S. 12-17.
- [3] Курдаченко Л.А., Кузенный М.Ф., Семко М.М. *Группы с щільною системою нескінченних підгруп* // Доп. АН УРСР. Сер. А. – 1985. – № 3. – С. 7-8.
- [4] Курдаченко Л.А., Кузенный Н.Ф., Семко Н.Н. *Группы с плотной системой бесконечных почти нормальных підгруп* // Укр. мат. журн. – 1991. – 43, № 7 – С. 969-973.
- [5] Кузенный Н. Ф., Семко Н. Н. *Строение периодических метабелевых метагамильтоновых групп с неэлементарным коммутантом* // Укр. мат. журн. – 1987. – 39, № 2. – С. 180-185.
- [6] Mann A. *Groups with dense normal subgroups* // Israel J. Math. – 1968. – 6, № 1. – P. 13-25.
- [7] Семко М. М. *Будова локально ступінчастих ненільпотентних УЩН[]-груп* // Укр. мат. журн. – 1997. – 49, № 6. – С. 789-798.
- [8] Семко М. М. *Будова одного класу груп з умовами щільності нормальності для підгруп* // Укр. мат. журн. – 1997. – 49, № 8. – С. 1148-1151.
- [9] Семко М. М. *Про будову УЩН[]-груп з елементарним комутантом рангу два* // Укр. мат. журн. – 1997. – 49, № 10. – С. 1396-1403.
- [10] Семко М. М. *Про будову УЩН[]-груп* // Укр. мат. журн. – 1998. – 50, № 9. – С. 1250-1261.