



THE ISSUE CONTAINS:

Proceedings of the 2nd
International Scientific
and Practical Conference

**SCIENCE IN THE ENVIRONMENT
OF RAPID CHANGES**

Brussels, Belgium
6-8.02.2023

SCIENTIFIC COLLECTION
INTERCONF

No 141
February, 2023

OPEN  ACCESS

Scientific Collection «InterConf»

No 141

February, 2023

THE ISSUE CONTAINS:

Proceedings of the 2nd International
Scientific and Practical Conference

**SCIENCE IN THE ENVIRONMENT
OF RAPID CHANGES**

BRUSSELS, BELGIUM

February 6–8, 2023



BRUSSELS
2023

UDC 001.1

S 40 *Scientific Collection «InterConf»*, (141): with the Proceedings of the 2nd International Scientific and Practical Conference «Science in the Environment of Rapid Changes» (February 6-8, 2023; Brussels, Belgium) by the SPC «InterConf». De Boeck, 2023. 380 p.
ISBN 978-2-8037-1533-6 (series)

EDITOR

Anna Svoboda
Doctoral student
University of Economics;
Czech Republic
annasvobodaprague@yahoo.com

COORDINATOR

Mariia Granko
Coordination Director in Ukraine
Scientific Publishing Center
«InterConf»; Ukraine
info@interconf.top

EDITORIAL BOARD

Temur Narbaev (PhD)
Tashkent Pediatric Medical Institute,
Republic of Uzbekistan;
temur1972@inbox.ru

Nataliia Mykhalitska (PhD
in Public Administration)
Lviv State University of
Internal Affairs; Ukraine

Dan Goltsman (Doctoral student)
Riga Stradiņš University;
Republic of Latvia;

Katherine Richard (DSc in Law),
Hasselt University; Kingdom of Belgium
katherine.richard@protonmail.com;

Richard Brouillet (LL.B.),
University of Ottawa; Canada;

Stanyslav Novak (DSc in Engineering)
University of Warsaw; Poland
novaks657@gmail.com;

Kanako Tanaka (PhD in Engineering),
Japan Science and Technology
Agency; Japan;

Mark Alexandr Wagner (DSc. in Psychology)
University of Vienna; Austria
mw6002832@gmail.com;

Alexander Schieler (PhD in Sociology),
Transilvania University of Brasov;
Romania

Svitlana Lykholat (PhD in Economics),
Lviv Polytechnic National University;
Ukraine

Dmytro Marchenko (PhD in Engineering)
Mykolayiv National Agrarian University
(MNAU); Ukraine;

Rakhmonov Aziz Bositovich (PhD in Pedagogy)
Uzbek State University of World
Languages; Republic of Uzbekistan;

Mariana Vereskliia (PhD in Pedagogy)
Lviv State University of Internal
Affairs; Ukraine

Dr. Albena Yaneva (DSc. in Sociology
and Antropology),
Manchester School of Architecture; UK;

Vera Gorak (PhD in Economics)
Karlovarská Krajská Nemocnice;
Czech Republic
veragorak.assist@gmail.com;

Polina Vuitsik (PhD in Economics)
Jagiellonian University; Poland
p.vuitsik.prof@gmail.com;

Elise Bant (LL.D.),
The University of Sydney; Australia;

George McGrown (PhD in Finance)
University of Florida; USA
mcgrown.geor@gmail.com;

Vagif Sultanly (DSc in Philology)
Baku State University;
Republic of Azerbaijan

Kamilə Əliağa qızı Əliyeva (DSc
in Biology)
Baku State University;
Republic of Azerbaijan

Please, cite as shown below:

1. Surname, N. & Surname, N. (2023). Title of an article. *Scientific Collection «InterConf»*, (141), 21-27. Retrieved from <https://archive.interconf.center/index.php/conference-proceeding...>

This issue of Scientific Collection «InterConf» contains the materials of the International Scientific and Practical Conference. The conference provides an interdisciplinary forum for researchers, practitioners and scholars to present and discuss the most recent innovations and developments in modern science. The aim of conference is to enable academics, researchers, practitioners and college students to publish their research findings, ideas, developments, and innovations.

TABLE OF CONTENTS

BUSINESS ECONOMICS

	Vanishvili M. Katsadze I.	CHALLENGES AND PROSPECTS OF FINTECH STARTUPS IN GEORGIA	8
---	------------------------------	--	---

REGIONAL ECONOMY

	Hesenzade E.H.	ЭКОНОМИЧЕСКАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ РЕГИОНА: ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ РЕШЕНИЯ	20
---	----------------	---	----

INTERNATIONAL ECONOMICS AND INTERNATIONAL RELATIONS

	Ablotia K. Ablotia L.	INNOVATIVE ACTIVITIES IN GEORGIA AND POST-SOVIET COUNTRIES ACCORDING TO GLOBAL INNOVATION INDEX	23
--	--------------------------	---	----

MANAGEMENT

	Emre Yaşar İsmail Öztürk	EXAMINATION OF THE RELATIONSHIP BETWEEN EMPATHY AND SOCIAL INTELLIGENCE: THE EXAMPLE OF HOTEL MANAGEMENT	29
---	-----------------------------	---	----

MARKETING, ADVERTISING AND PR

	Shmyha Y.	FONT DESIGN OF ADVERTISING TEXT AS A MEANS OF INFLUENCING THE CONSUMER	38
---	-----------	---	----

FINANCE AND CREDIT

	Кретов Д.Ю.	БАНКІВСЬКЕ КРЕДИТУВАННЯ КОРПОРАТИВНОГО СЕКТОРУ В УМОВАХ ВОЄННОГО СТАНУ	45
---	-------------	---	----

PEDAGOGY AND EDUCATION

	Alexandrov V.M. Alexandrova O.F. Shevchenko N.F.	PEDAGOGICAL AND PSYCHOLOGICAL ASPECTS OF PROFESSIONALLY ORIENTED FOREIGN LANGUAGE TEACHING AT THE UNIVERSITY	23
	Kambarova G.	WAYS OF TEACHING LISTENING SKILLS	54
	Kononets N.	THE CONCEPT OF HYPERMEDIA AS A PRIORITY CONCEPT FOR THE CREATION OF A DISTANCE COURSE «MANAGEMENT OF INFORMATION RESOURCES» FOR FUTURE SPECIALISTS IN THE INFORMATION ACTIVITIES OF THE ENTERPRISE	59

	Nestulya S.	THE LEADERSHIP COMPONENT FOR MASTERS-STUDENTS OF THE EDUCATIONAL PROGRAM «HIGHER SCHOOL PEDAGOGY» IN THE PROFESSIONAL TRAINING SYSTEM	65
	Rustemova A.M.	USE OF PROVERBS IN TEACHING ENGLISH IN A SECONDARY SCHOOL	70
	Shaikh S. Mohammad A. Umurzakova G.I.	SURVEY AND OUTBREAK OF CHICKEN POX; ACKNOWLEDGEMENT BY MED-STUDENT	77
	Zhienbek Y.G.	HOW TO LEARN LANGUAGES QUICKLY AND EASILY?	83
	Алиаскарова Г.Б.	ЗАМАНАУИ МҰҒАЛИМ: КӘСІПТІК ТҰЛҒАСЫ ЖӘНЕ КӘСІПТІК ІС-ӘРЕКЕТІ	90
	Батрун І.В.	ДО ПИТАННЯ ПРО СИСТЕМУ НАЦІОНАЛЬНОГО ВИХОВАННЯ ЗА В. СУХОМЛИНСЬКИМ	94
	Безпала М.О.	ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ КВЕСТУ НА УРОКАХ ПОЧАТКОВИХ КЛАСІВ	100
	Бекбаева М.Ф.	БАСТАУЫШ СЫНЫП ОҚУШЫЛАРЫНЫҢ ТӘРБИЕСІНДЕ ҰЛТТЫҚ РУХАНИ ҚҰНДЫЛЫҚТАРЫН ДАМУДЫҢ ПЕДАГОГИКАЛЫҚ-ПСИХОЛОГИЯЛЫҚ ШАРТТАРЫ	105
	Бойко Є.В.	КУЛЬТУРНА ОБІЗНАНІСТЬ СТУДЕНТІВ ДИЗАЙНЕРСЬКИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ В СИСТЕМІ КЛЮЧОВИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ	114
	Єсьман І.В.	ПЕДАГОГІКА ПАРТНЕРСТВА ЯК ЗАСІБ ПАРТНЕРСЬКОЇ ВЗАЄМОДІЇ З БАТЬКАМИ ДІТЕЙ МОЛОДШОГО ШКІЛЬНОГО ВІКУ З ОСОБЛИВИМИ ОСВІТНІМИ ПОТРЕБАМИ	119
	Єфремова Н.В. Корнієнко І.В. Горяга О.В. Іванійчук Т.Ю. Єленіч С.І.	СУЧАСНІ ПІДХОДИ ДО ВІЗУАЛІЗАЦІЇ НАВЧАЛЬНИХ МАТЕРІАЛІВ ПРИ ВИВЧЕННІ ІСТОРИКО-ПРАВОВИХ ДИСЦИПЛІН У ПРАКТИЦІ НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ «ОДЕСЬКА ЮРИДИЧНА АКАДЕМІЯ»	123
	Маленко Я.В. Поздній Є.В. Кабак О.М.	ЕКОЛОГІЧНА КОМПЕТЕНТНІСТЬ ОСОБИСТОСТІ: ЗАГАЛЬНА ПРОБЛЕМАТИКА	132
	Мельнікова М.М.	РОЛЬ ДИСТАНЦІЙНОЇ ОСВІТИ У ВИВЧЕННІ ІНОЗЕМНИХ МОВ	137
	Разахова С.Е. Женисова Ж.Н.	ТӘЛІМГЕРЛІК – ЖАС МАМАННЫҢ ПЕДАГОГИКАЛЫҚ ҰСТАНЫМЫН ҚАЛЫПТАСТЫРУ МЕН ҚОЛДАУДЫҢ	140
	Серік Ә.М. Курмамбаева Ж.Б.	ҚАЗАҚСТАННЫҢ ЖАЛПЫ БІЛІМ БЕРЕТІН МЕКТЕПТЕРІНДЕ ЖАРАТЫЛЫСТАНУ ПӘНДЕРІН ОҚЫТУДА СІІЛ ТЕХНОЛОГИЯСЫН ҚОЛДАНУ	143
	Сидоров Д.А.	ОСОБЛИВОСТІ РОЗВИТКУ КРЕАТИВНОГО МИСЛЕННЯ У ДІТЕЙ ПОЧАТКОВОЇ ШКОЛИ	149
	Шарымбаева Ж.Ж.	ИНДИВИДУАЛЬНЫЙ ПОДХОД В ОБУЧЕНИИ КАК УСЛОВИЕ ВКЛЮЧЕНИЯ ДЕТЕЙ С ОСОБЫМИ ПОТРЕБНОСТЯМИ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ ПРОСТРАНСТВО	156

PHILOSOPHY AND COGNITION

	Shamsov M.S. Sheraliev B.R.	ISSUES OF THE ORIGIN AND CREATION OF THE WORLD FROM THE POINT OF VIEW OF THE SEVEN GREEK SAGES	160
---	--------------------------------	--	-----

RELIGIOUS STUDIES

	Каналбайұлы Д. Байдалы Р.	АЛАШ АРЫСТАРЫНЫҢ ЖӘДИДШІЛДІК РЕФОРМАСЫ	173
---	------------------------------	--	-----

PSYCHOLOGY AND PSYCHIATRY

	Spytska L.	THE MAIN SEXUAL DISORDERS FROM PSYCHOLOGICAL POINT OF VIEW	182
	Чернякова О.В. Лукашук А.В.	ОСОБЛИВОСТІ ПСИХІЧНОГО ЗДОРОВ'Я СУЧАСНИХ СТУДЕНТІВ КИЇВСЬКОГО УНІВЕРСИТЕТУ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ ВЛАСНОСТІ ТА ПРАВА НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ «ОДЕСЬКА ЮРИДИЧНА АКАДЕМІЯ» В УМОВАХ ВОЄННОГО СТАНУ	186

PHILOLOGY AND LINGUISTICS

	Ismailova S.H.	РОЛЬ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО АНГЛИЙСКОГО ЯЗЫКА В СОВРЕМЕННОМ АЭРОПОРТУ	189
---	----------------	---	-----

ARTS, CULTURAL STUDIES AND ETHNOGRAPHY

	Тимків О.А.	ТЕХНІКА ГРАВЮРИ НА КАРТОНІ: ПРАКТИЧНЕ ОЗНАЙОМЛЕННЯ В УМОВАХ ДИСТАНЦІЙНОГО НАВЧАННЯ	192
---	-------------	--	-----

HISTORY AND ARCHEOLOGY, ARCHIVAL STUDIES

	Кусайнова Ж.А.	ТАРИХ САБАҚТАРЫНДА БІЛІМАЛУШЫЛАРДЫҢ ШЫҒАРМАШЫЛЫҚ ҚАБІЛЕТТЕРІН ДАМУҢА ЖАҢА ТЕХНОЛОГИЯЛАРДЫ ҰТЫМДЫ ПАЙДАЛАНУ	197
	Шайкенов З.М. Сулейменов А.А.	The article has been removed from Open Access at the request of the authors	209

BIOLOGY AND BIOTECHNOLOGY

	Дуган О.М. Яловенко О.І. Хабленко А.Д.	ПЕРСПЕКТИВНІ МЕТОДИ СТВОРЕННЯ РЕКОМБІНАНТНИХ ПРОБІОТИКІВ	232
---	--	---	-----

MEDICINE AND PHARMACY

	Kutmanova A.Z.	HISTORICAL ASPECTS OF ANTHRAX TREATMENT	241
	Түо А. Түо М.		

	Крупа В.В. Кшановська Р.Б. Мороз Д.Л.	КІНЕЗОТЕРАПІЯ, ЯК МЕТОД ЛІКУВАННЯ ДІТЕЙ ПРИ ПОРУШЕННЯХ ОПОРНО-РУХОВОГО АПАРАТУ	247
	Куцак А.В. Мартиничева Є.В.	СТАН ОПРОМІНЕННЯ НАСЕЛЕННЯ ВІД ПРИРОДНИХ ДЖЕРЕЛ РАДІАЦІЇ	253
	Перетятко О.Г. Ягнюк Ю.А. Скляр Н.І. Большакова Г.М. Крестецька С.Л. Холодна Т.В.	ДОСЛІДЖЕННЯ РУХЛИВОСТІ ШТАМІВ ESCHERICHIA COLI ПІСЛЯ ДОВГОТРИВАЛОГО ЗБЕРІГАННЯ УЛІОФІЛІЗОВАНОМУ СТАНІ	256
	Шагазатова Б.Х. Мирхайдарова Ф.С. Восикова К.А.	ОСЛОЖНЕНИЕ САХАРНОГО ДИАБЕТА: КАРДИОВАСКУЛЯРНАЯ АВТОНОМНАЯ НЕЙРОПАТИЯ	259

NATURE MANAGEMENT, RESOURCE SAVING AND ECOLOGY

	Ляшко Р.В.	ОСОБЛИВОСТІ ЕКОЛОГІЧНОГО КОНТРОЛЮ У ДІЯЛЬНОСТІ ПЕРЕРОВНОГО ПІДПРИЄМСТВА (НА ПРИКЛАДІ ТОВ «НАШ МЛИН» М. ЛУБНИ ПОЛТАВСЬКОЇ ОБЛАСТІ)	269
---	------------	--	-----

ENERGETICS

	Zhuravlov Y.I.	THERMAL MANAGEMENT MODEL FOR A COOLING THERMOCOUPLE WHILE MINIMISING A SET OF KEY PARAMETERS	277
---	----------------	--	-----

PHYSICS AND MATHS

	Семко М.М. Скасків Л.В.	ПРО ГРУПИ З НОРМАЛЬНИМИ НЕПЕРІОДИЧНИМИ НЕАБЕЛЕВИМИ ПІДГРУПАМИ	285
---	----------------------------	--	-----

CHEMISTRY AND MATERIALS SCIENCE

	K. SofiyaDayana R. Jothi Mani B. Helina	STRUCTURAL CHARACTERIZATION AND THERMAL ANALYSIS OF ECO-FRIENDLY SYNTHESISED CUO NPS	294
	Багмут О.Г. Багмут І.О.	ДЕНДРИТНА КРИСТАЛІЗАЦІЯ АМОРФНИХ ПЛІВОК HFO ₂ ПІД ДІЄЮ ЕЛЕКТРОННОЇ РАДІАЦІЇ	302
	Маханбетжан А.М.	ХИМИЯ ЖӘНЕ МАТЕРИАЛТАНУ	305

GENERAL ENGINEERING AND MECHANICS

	Korzhyk V. Stukhliak P. Skachkov I. Haichao Wang Zhidong Wen Khaskin V. Strogonov D. Ganushchak O. Peleshenko S.	RATIONALE FOR THE APPLICATION OF INNOVATIVE PLASMA CUTTING TECHNOLOGIES IN SHIPBUILDING	311
---	--	---	-----

MODELING AND NANOTECHNOLOGY

	Shabala Y.	APPLICATION OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE IN THE ANALYSIS OF HUMAN BEHAVIOR IN PUBLIC PLACES	318
---	------------	---	-----

INFORMATION AND WEB TECHNOLOGIES

	Nevliudov I. Maksymova S. Nevliudova V. Vzhesniewski M. Klymenko O.	SOFTWARE DEVELOPMENT FOR SMALL DETAILS PRODUCTION WAREHOUSE AUTOMATED SYSTEM	320
	Varlamova L.P. Tursunov K.A.	IMPROVEMENT OF QUALITY CHARACTERISTICS OF IMAGES BASED ON THE SLIDING WINDOW METHOD	324
	Yevsieiev V. Starodubcev N.	DEVELOPMENT OF A PROGRAM FOR MODELING THE CONTROL OF A MOBILE MANIPULATION ROBOT IN THE UNITY ENVIRONMENT	331
	Кириченко І.В. Калашников П.А.	ЗАХИСТ ВЕБ-ДОДАТКІВ ВІД SQL-ІН'ЕКЦІЙ	335
	Лесная Ю.Є. Гончаров М.О. Малахов С.В.	РЕЗУЛЬТАТИ МОДЕЛЮВАННЯ СПРОБ НЕСАНКЦІОНОВАНОГО ВИЛУЧЕННЯ СТЕГАНОКОНТЕНТУ ДЛЯ РІЗНИХ КОМБІНАЦІЙ АТАКИ ДОСЛІДНОГО СТЕГОАЛГОРИТМУ	338
	Сансызбай А.К.	МИКРОКОНТРОЛЛЕР НЕГІЗІНДЕ ТАМШЫЛАТЫП СУАРУ	346

PHYSICAL EDUCATION AND SPORTS

	Шкутане С.	ТЕСТИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ДЛЯ БАСКЕТБОЛИСТОВ	350
---	------------	--	-----

MILITARY AFFAIRS AND NATIONAL SECURITY

	Abramova M.	RECOMMENDATIONS OF THE REQUIRED LEVEL FORECASTING OF DEFENSE UKRAINE POTENTIAL SYSTEM IMPROVING	353
	Ştahovschi A.	GLOBALIZATION – CATALYST OF UNCONVENTIONAL THREATS / CHALLENGES	356
	Запара Д.М. Новіченко С.В. Коломійцев О.В. Пічугін І.М. Воронін В.В. Деменко М.П. Савельєв А.М. Третяк В.Ф. Кривчун В.І. Довгальок Д.С.	КЛАСИФІКАЦІЯ СПОСОБІВ І ТАКТИЧНИХ ПРИЙОМІВ ВЕДЕННЯ ПРОТИПОВІТРЯНОГО ВОЮ	365
	Поплавець С.І. Гузченко С.В. Медінець І.Р. Кушпета Р.Ю. Шарапа І.А.	МОЖЛИВИЙ ПІДХІД ДО ВИКОНАННЯ ЗАХОДІВ ЩОДО НАДАННЯ НЕВІДКЛАДНОЇ МЕДИЧНОЇ ДОПОМОГИ ПОРАНЕНИМ З ОБМЕЖЕННЯМ НА КІЛЬКІСТЬ СИЛ ТА ЗАСОБІВ	372

PHYSICS AND MATHS

Про групи з нормальними неперіодичними неабелевими підгрупами

Семко Микола Миколайович¹, Скасків Лілія Василівна²

¹ доктор фізико-математичних наук, професор,
професор кафедри кібернетики та прикладної математики;
Державний податковий університет; Україна

² кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри кібернетики та прикладної математики;
Державний податковий університет; Україна

Анотація. Вивчаються розв'язні неперіодичні неабелеві групи, у яких нормальні неперіодичні неабелеві підгрупи. Доведено, що клас таких груп співпадає з класом неперіодичних метабільтонових груп. Метабільтоновими називаються неабелеві групи, всі неабелеві підгрупи яких нормальні.

Ключові слова: нормальна підгрупа, неперіодична неабелева підгрупа, дедекіндова група, розв'язна група, метабільтонова група.

Починаючи з класичних робіт Р. Дедекінда [1] та Р. Бера [2], у яких описані дедекіндові групи (групи, всі підгрупи яких нормальні), почалося вивчення довільних груп G , у яких деяка система підгруп Σ групи G задовольняє умову нормальності. Цей напрям є одним з важливих в теорії груп. Його головною метою є опис узагальнень дедекіндових груп, який здійснюється вивченням груп з малими системами ненормальних підгруп. Якщо в групі всі циклічні підгрупи нормальні, то і всі її підгрупи нормальні. Тому виникає питання про будову груп, всі нециклічні підгрупи яких нормальні, тобто система всіх ненормальних підгруп складається тільки з циклічних підгруп. Це питання було поставлено С. М. Черніковим [3]. Розв'язанню цього питання присвячена робота Ф. М. Лимана [4]. У цьому ряду слід також згадати метабільтонові групи, вивчення яких потребувало досить великого проміжку часу, хоча про них не можна сказати, що система їх ненормальних підгруп буде малою. Але це можна стверджувати, якщо глянути на опис цих груп. Метабільтоновими називаються групи, всі неабелеві підгрупи яких нормальні. Їх вивчення розпочали М. Ф. Сесекін та Г. М. Ромаліс [5–7]. Воно було продовжено В. Т. Нагребецьким

PHYSICS AND MATHS

[8] та О. О. Махньовим [9] і завершено у циклі робіт М. Ф. Кузенного та М. М. Семка [10–20].

У даній роботі вивчаються розв'язні неперіодичні неабелеві групи, у яких нормальні неперіодичні неабелеві підгрупи (коротко $H(I)$ -групи). Теорема, яка доведена у даній роботі, стверджує, що $H(I)$ -група метагамільтонова. Отже, неперіодичну розв'язну метагамільтонову групу можна охарактеризувати як групу, у якої нормальні неперіодичні неабелеві підгрупи.

Лема 1. Нехай G – $H(I)$ -група. Якщо G містить таку нормальну неперіодичну підгрупу H , що $T(H)$ існує і скінченна, то G – метагамільтонова група.

Доведення. Покажемо спочатку, що комутант G' групи G не містить елементів нескінченного порядку. Нехай G' містить елементи нескінченного порядку. Розглянемо підгрупу $G'\langle a \rangle$, де a – довільний елемент скінченного порядку із G . Покажемо, що група $G'\langle a \rangle$ абелева. Дійсно, в неабелевій групі $G'\langle a \rangle$ завдяки [3] знайдеться неперіодична неабелева підгрупа H як загодно великого скінченного індексу в ній. Тому підгрупу H можна вибрати так, що $[G' : (G' \cap H)] > 2$. За означенням $H(I)$ -груп $H \triangleleft G$. Зрозуміло, що фактор-група G/H дедекіндова і, значить, її комутант в силу [1, 2] має порядок не більше 2. Оскільки комутант групи G/H співпадає із $G'H/H$, то в силу ізоморфізму $G'H/H \cong G'/(G' \cap H)$ маємо, що індекс $[G' : (G' \cap H)] \leq 2$. Одержали суперечність, яка показує, що група $G'\langle a \rangle$ абелева. Завдяки довільності елемента a це означає, що всі елементи скінченного порядку групи G містяться в централізаторі $C_G(G')$. Оскільки централізатор $C_G(G')$ є розширенням своєї центральної підгрупи за допомогою абелевої групи, то $C_G(G')$ – нільпотентна група і тому всі елементи скінченного порядку складають в ній її характеристичну підгрупу $T(G)$.

Розглянемо далі фактор-групу $G/T(G)$. Покажемо що вона абелева. Дійсно, нехай $B/T(G)$ – довільна неабелева підгрупа із $G/T(G)$. Оскільки всі елементи скінченного порядку із G містяться в $T(G)$ і група G – неперіодична, то $G/T(G)$ і $B/T(G)$ – групи без скруту. За означенням $H(I)$ -груп $B/T(G) \triangleleft G/T(G)$ і тому в групі $G/T(G)$ нормальні всі неабелеві підгрупи. Відомо (див., наприклад, [3]), що метагамільтонові групи без скруту абелеві і тому $G/T(G)$ – абелева група. Звідси випливає співвідношення $T(G) \geq G'$, що завдяки періодичності підгрупи $T(G)$ суперечить вихідному припущенню про G' . Отже, G' – періодична група.

PHYSICS AND MATHS

Нехай підгрупа H міститься в центрі $Z(G)$ групи G . Тоді в H існує нескінченна циклічна підгрупа $\langle a \rangle$, яка нормальна в G . Оскільки G' – періодична група, то за означенням $H(I)$ -груп фактор-група $G/\langle a \rangle$ метагамільтонова. Тоді комутант $D/\langle a \rangle$ групи $G/\langle a \rangle$ скінченний [3]. Оскільки:

$$D/\langle a \rangle \cong G'\langle a \rangle/\langle a \rangle \cong G',$$

то G' – скінченна група.

Нехай тепер підгрупа H не міститься в центрі $Z(G)$ групи G . Користуючись цим, легко перекоонатися, що в групі G можна вибрати неабелеву підгрупу $A_1 = \langle x, y \rangle$, де x – елемент нескінченного порядку із H . За означенням $H(I)$ -груп $A_1 \triangleleft G$. Нехай B централізатор A_1' в A_1 . Легко показати, що перетин $H \cap B$ нескінченний. За означенням $H(I)$ -груп фактор-група G/B метагамільтонова. Позначимо через D/B комутант групи G/B . Завдяки [3] $|D/B| < \infty$. Оскільки $D = G'B$, то $D/B \cong G'/G \cap B$ і, значить, $[G' : (G' \cap B)] < \infty$. Легко показати, що перетин $G' \cap B$ скінченний і тому із співвідношення $[G' : (G' \cap B)] < \infty$ випливає скінченність G' .

Отже, G' – скінченна група і тому G – FC -група. Нехай M – довільна періодична неабелева підгрупа і $\langle a \rangle$ – нескінченна циклічна підгрупа із центру $Z(G)$ групи G (див., наприклад, [3]). Розглянемо спадний ланцюг підгруп:

$$B_i = \langle a^{2^i} \rangle \times M, \text{ де } i = 0, 1, 2, \dots$$

За означенням $H(I)$ -груп підгрупи B_i нормальні в G і оскільки

$$\bigcap_{i=1}^{\infty} B_i = M,$$

то $M \triangleleft G$. Отже, в G нормальні всі неабелеві підгрупи і, значить, G – метагамільтонова група. Лема доведена.

Наслідок 2. Нехай G – $H(I)$ -група. Якщо G містить неперіодичну неабелеву нільпотентну підгрупу D , яка має скінченну множину твірних елементів, то G – метагамільтонова група.

Доведення. Завдяки [3] і із локальної скінченності

PHYSICS AND MATHS

розв'язних періодичних груп одержуємо, що $|T(D)| < \infty$. Оскільки $G - H(I)$ -група, то $D \triangleleft G$. Тепер за лемою 1 G – метабільтонова група. Наслідок доведений.

Наслідок 3. Нехай $G - H(I)$ -група. Якщо $Z(G) \geq G'$, то G – метабільтонова група.

Доведення майже очевидне.

Лема 4. Нехай $G - H(I)$ -група, N – абелева нормальна підгрупа із G . Тоді фактор-група G/N – дедекіндова група.

Доведення. Нехай x – елемент нескінченного порядку із G . Оскільки $G - H(I)$ -група, то $N\langle x \rangle \triangleleft G$ і тому підгрупа $N\langle x \rangle / N$ нормальна в G/N . Нехай далі $\langle a \rangle$ – довільна циклічна підгрупа із G . Якщо підгрупа $\langle a \rangle$ нескінченна, то по доведеному вище підгрупа $N\langle a \rangle / N$ нормальна в G/N . Нехай тепер $\langle a \rangle$ – скінченна циклічна підгрупа із G . По доведеному вище, підгрупа $N\langle x^{2^n} \rangle \langle a \rangle$ ($n = 1, 2, \dots$) нормальна в G/N . Оскільки перетин цих підгруп, очевидно, співпадає з підгрупою $N\langle a \rangle / N$, то $N\langle a \rangle / N \triangleleft G/N$. Завдяки довільності підгрупи $\langle a \rangle$ звідси випливає, що G/N – дедекіндова група. Лема доведена.

Лема 5. Нехай абелева група $G = \langle a, b \rangle$ представлена у вигляді $G = A\langle b \rangle$, де A – абелева нормальна в G підгрупа без скруту, яка містить елемент a . Тоді група G не є $H(I)$ -групою.

Доведення. Розглянемо спочатку випадок, коли $A \cap \langle b \rangle = 1$. Тоді легко бачити, що G' – абелева група. Оскільки група G розв'язна і має скінченну множину твірних елементів, то вона фінітно апроксимуєма. Користуючись цією властивістю групи G , легко впевнитися, що в G' міститься нормальна підгрупа R групи G як завгодно великого скінченного індексу в G' .

Нехай $[G':R] > 2$. Розглянемо підгрупу $R\langle b \rangle$. Якщо ця підгрупа абелева і оскільки $G \in H(I)$ -групою, то $R\langle b \rangle \triangleleft G$ і фактор-група $G/R\langle b \rangle$ абелева або гамільтонова. Проте абелевою групою вона не може бути, оскільки, очевидно, $R\langle b \rangle$ не містить G' і, значить, гамільтонова. Але тоді її комутант $D/R\langle b \rangle$ має порядок 2 і тому:

$$|D/R\langle b \rangle| = [G':(G' \cap R\langle b \rangle)] = 2.$$

Остання рівність суперечить співвідношенням $[G':R] > 2$ і $G' \cap \langle b \rangle = 1$. Отримана суперечність показує, що $R\langle b \rangle$ – абелева група.

Нехай x – довільний елемент групи G' і нехай $b^{-1}xb = y$. Підгрупа R має скінченний індекс в G' і тому існує таке

PHYSICS AND MATHS

натуральне число n , що $x^n \in R$. Оскільки підгрупа $R\langle b \rangle$ – абелева, то $b^{-1}x^nb = x^n$. З іншої сторони, використовуючи співвідношення $b^{-1}xb = y$ одержимо, що $b^{-1}x^nb = y^n$ і тому $x^n = y^n$. Оскільки $x, y \in G'$ і G' – абелева група без скруту, то із співвідношення $x^n = y^n$ випливає, що $x = y$. Таким чином, $Z(G) \geq G'$. Але тоді завдяки наслідку з G – метабільтова група і тому в силу [14] $|G'| < \infty$. Проте, як було зазначено вище, G' – абелева група без скруту. Отримана суперечність показує, що у цьому випадку G не є $H(I)$ -групою.

Розглянемо далі випадок, коли $A \cap \langle b \rangle = \langle c \rangle$, $c \neq 1$. Позначимо через C ізолятор елемента c в абелевій групі A . Якщо $C = A$, то фактор-група G/C абелева. Нехай $C \neq A$. Тоді якщо G є $H(I)$ -групою і G/C – неабелева група, то G/C – $H(I)$ -група і $G/C = A/C \rtimes \langle bC \rangle$, де A/C – абелева нормальна підгрупа без скруту. Ми знаходимося в умовах попереднього випадку і тому, очевидно, група G/C абелева.

Покажемо, що $Z(G) \geq C$. Дійсно, елемент b індукує в групі C автоморфізм скінченного порядку. Отже, для довільного елемента x із C виконується співвідношення $b^{-1}xb = x^m$, де m рівне 1 або -1 . Так як група C локально циклічна, то знайдуться такі цілі числа t і r , що $x^t = c^r$. Трансформуючи це співвідношення елементом b одержимо, що $x^{tm} = c^r = x^t$. Звідси $m = 1$. Таким чином, $C \leq Z(G)$.

Нехай x – довільний елемент із A і нехай $[b, x] = d$ ($d \in C$). Очевидно, існує таке натуральне число n , що $b^n \in C$. Оскільки $Z(G) \geq C$, то $x^{-1}b^nx = b^n$. Але тоді $b^n = b^nd^n$ і, значить, $d^n = 1$. З огляду на те, що порядок елемента d нескінченний, співвідношення $d^n = 1$ можливе лише в тому випадку, якщо $d = 1$. Таким чином, $[b, x] = 1$. Звідси випливає, що група G абелева. Суперечність. Отже і в даному випадку G не є $H(I)$ -групою. Лема доведена.

Лема 6. Нехай група G – $H(I)$ -група, N – абелева нормальна підгрупа без скруту із G . Тоді $Z(G) \geq N$.

Доведення. Нехай g – довільний елемент групи G , h – довільний елемент із N . Група $B = \langle g, h \rangle$ можна представити у вигляді добутку $B = A\langle g \rangle$, де A – абелева нормальна в G підгрупа без скруту, яка містить елемент h . Очевидно, що B не є $H(I)$ -групою, якщо підгрупа B неабелева. Застосовуючи лему 4 одержуємо, що група B абелева і, значить, $[g, h] = 1$. Але тоді $Z(G) \geq N$. Лема доведена.

Лема 7. Нехай група G – $H(I)$ -група. Тоді комутант G' групи G не може бути абелевою групою без скруту.

PHYSICS AND MATHS

Доведення. Припустимо, що G' – абелева група без скруту. При цьому припущенні завдяки лемі 5 $Z(G) \geq G'$. Але тоді за наслідком 3 G – метагамільтонова група і тому $|G'| < \infty$ [14], що неможливо. Одержана суперечність і доводить лему. Лема доведена.

Лема 8. Нехай G – $H(I)$ -група. Тоді комутант G' групи G не може бути неперіодичною неабелевою групою.

Доведення. Припустимо, що G' – неперіодична неабелева група. Тоді в неабелевій групі G' завдяки [3] знайдеться неперіодична неабелева підгрупа H як завгодно великого скінченного індексу в ній. Тому підгрупу H можна вибрати так, що $[G' : (G' \cap H)] > 2$. За означенням $H(I)$ -груп $H \triangleleft G$. За лемою 4 фактор-група G/H дедекіндова і, значить, її комутант має порядок не більше 2. Оскільки комутант групи G/H співпадає з $G'H/H$, то в силу ізоморфізму $G'H/H \cong G'/(G' \cap H)$ маємо, що індекс $[G' : (G' \cap H)] \leq 2$. Одержали суперечність, яка показує, що група G' не може бути неперіодичною неабелевою групою. Лема доведена.

Наслідок 9. Нехай G – $H(I)$ -група. Тоді комутант G' групи G є періодичною групою.

Доведення. Якщо комутант G' містить елементи нескінченного порядку, то завдяки лемі 8 він абелевий. Ясно, що комутант $G'/T(G')$ групи $G/T(G')$ є абелевою групою без скруту. Оскільки фактор-група $G/T(G')$ є $H(I)$ -групою, то завдяки лемі 6 одержуємо суперечність. Отже, комутант G' групи G є періодичною групою. Наслідок доведений.

Лема 10. Нехай G – $H(I)$ -група. Якщо $Z(G) \geq G'$, то G' – скінченна група.

Доведення. Дійсно, із наслідку 3 випливає, що G – метагамільтонова група. Твердження леми тепер слідує із [14]. Лема доведена.

Наслідок 11. Нехай G – $H(I)$ -група. Якщо комутант G' групи G нескінченний, то існують елементи нескінченного порядку групи G , які не належать $C_G(G')$.

Наслідок легко отримати завдяки лемі 10.

Лема 12. Нехай G – $H(I)$ -група. Якщо комутант G' групи G є нескінченною абелевою групою, то порядки його елементів обмежені в сукупності.

Доведення. Нехай підгрупа G' непримарна. Тоді $G' = H \times D$, де H – її силовська p -підгрупа з $p \neq 2$, D – доповнення підгрупи в G' . Завдяки наслідку 10 в групі G існує елемент x нескінченного порядку, який неналежить централізатору одній

PHYSICS AND MATHS

із підгруп H або D , наприклад, $C_G(H)$. У цьому випадку $H\langle x \rangle \triangleleft G$. Так як $H\langle x \rangle$ не містить G' , то завдяки лемі 4 фактор-група $G/H\langle x \rangle$ гамільтонова. Комутант $R/H\langle x \rangle$ групи $G/H\langle x \rangle$ має порядок 2. Але тоді із очевидних співвідношень $G' \leq R$ і $H\langle x \rangle \not\leq G'$ випливає, що $R = G'H\langle x \rangle$. Користуючись далі співвідношенням $G/D = H \times D$ одержимо, що $R = DH\langle x \rangle$ і $D \cap H\langle x \rangle = 1$. Звідси випливає, що порядок фактор-групи $R/H\langle x \rangle$ співпадає із порядком підгрупи D і, значить, $|D| = 2$. Тоді комутант групи G/D є нескінченною примарною абелевою групою G'/D . Звідси випливає, зокрема, що група G/D неабелева. Але тоді G/D – $H(I)$ -група. Таким чином, доведення лема зводиться до розгляду випадку, коли комутант групи G , яка задовольняє умовам лема, є нескінченною примарною абелевою групою. В подальшому ми це і будемо припускати.

Допустимо, що група G' містить елементи як завгодно великих порядків. Тоді, очевидно, $G' = \bigcup_{k=1}^{\infty} G_k$, де $G_k = \omega_k(G')$. Завдяки наслідку 10 в групі G існує такий елемент a_1 нескінченного порядку, що $a_1 \notin C_G(G')$. Але тоді для деякого n $a_1 \notin C_G(G_n)$ і тому неабелева підгрупа $G_n \langle a_1 \rangle$ нормальна в G . Так як $G_n \langle a_1 \rangle$ не містить G' , то завдяки лемі 4 фактор-група $G/G_n \langle a_1 \rangle$ гамільтонова і тому комутант $R/G_n \langle a_1 \rangle$ має порядок 2. Оскільки підгрупа R містить G' , то звідси випливає, що порядки елементів із G' обмежені в сукупності всупереч припущенням. Лема доведена.

Лема 13. Нехай G – $H(I)$ -група. Якщо комутант G' групи G є абелевою групою, то G' – скінченна група.

Доведення. Припустимо, що комутант G' групи G є нескінченною групою. При доведенні лема 11 було показано, що можна обмежитися випадком примарної групи G' , порядки елементів яких обмежені в сукупності. Позначимо через $G_k = \omega_k(G')$. Тоді для деякого натурального числа s існує підгрупа G_s така, що фактор-група G/G_s нескінченна, а фактор-група G/G_{s+1} скінченна. Так як G/G_s – $H(I)$ -група, то доведення лема зводиться до розгляду випадку, коли максимальна елементарна абелева підгрупа U із G' є нескінченною групою, а фактор-група G/U – скінченна група.

Легко показати, що $Z(G) \geq U$. Застосовуючи до групи G лему 10 одержимо, що $G' \neq U$.

Нехай y – елемент нескінченного порядку із G , який не міститься в $C_G(G')$. Його існування випливає із наслідку 11. Нехай далі a – елемент із G' , $[a, y] \neq 1$. Доведемо, що підгрупа, яка породжена множиною елементів, спряжених з елементом a відносно підгрупи $\langle y \rangle$, скінченна. Дійсно, так як група G'/U

PHYSICS AND MATHS

скінченна, то індекс її централізатора $C(G'/U)$ в групі G/U скінченний. Звідси випливає, що $y^m U \in C(G'/U)$ для деякого натурального числа m . Але тоді неважко переконатися, що всі елементи, які спряжені з елементом a відносно підгрупи $\langle y \rangle$, містяться в підгрупі D , яка породжується скінченною кількістю елементів. Група D скінченна як скінченно породжена підгрупа локально скінченної групи G' . Розглянемо далі підгрупу $R = D \lambda \langle y \rangle$. Зрозуміло, що підгрупа R неабелева і тому за означенням $H(I)$ -груп $R \triangleleft G$ і $|T(R)| < \infty$. Завдяки лемі 1 G – метатамільтонова група і тому $|G'| < \infty$ (див., наприклад, [14]). Отримана суперечність доводить, що G' не може бути нескінченною абелевою групою. Лема доведена.

Спираючись на отримані результати, легко довести наступну лему.

Лема 14. Нехай G – $H(I)$ -група. Тоді комутант G' групи G є скінченною групою.

Тоді майже очевидним є твердження теореми

Теорема. Розв'язна неперіодична неабелева група G , у якій нормальні всі неперіодичні неабелеві підгрупи, є метатамільтоновою групою.

References:

- [1] Dedekind R. *Über Gruppen, deren sämtliche Teiler Normalteiler sind* // Math. Annalen. – 1897. – 48. – S. 548–561.
- [2] Baer R. *Situation der Untergruppen und Struktur der Gruppe* // S.-B. Heidelberg Akad. – 1933. – 2. – S. 12–17.
- [3] Черников С. Н. *Исследование групп с заданными свойствами подгрупп* // Укр. мат. журн. – 1969. – 21, № 2. – С. 193–209.
- [4] Лиман Ф. М. *Группы с инвариантными нециклическими подгруппами* // Доп. АН УРСР. – 1967. – № 12. – С. 1 073–1 075.
- [5] Ромалис Г. М., Сесекин Н. Ф. *О метатамільтоновых группах I* // Мат. зап. Урал. ун-та. – 1966. – 5, № 3. – С. 45–49.
- [6] Сесекин Н. Ф., Ромалис Г. М. *О метатамільтоновых группах II* // Мат. зап. Урал. ун-та. – 1968. – 6, № 5. – С. 50–53.
- [7] Ромалис Г. М., Сесекин Н. Ф. *О метатамільтоновых группах III* // Мат. зап. Урал. ун-та. – 1970. – 7, № 3. – С. 195–199.
- [8] Нагребецкий В. Т. *Конечные ненильпотентные группы, любая неабелева подгруппа которых инвариантна* // Мат. зап. Урал. ун-та. – 1967. – 6, № 1. – С. 80–88.
- [9] Махнев А. А. *О конечных метатамільтоновых группах* // Мат. зап. Урал. ун-та. – 1976. – 10, № 1. – С. 60–75.
- [10] Кузенный Н. Ф., Семко Н. Н. *Строение разрешимых ненильпотентных метатамільтоновых групп* // Мат. заметки. – 1983. – 34, № 2. – С. 179–188.
- [11] Семко Н. Н., Кузенный Н. Ф. *Строение метациклических метатамільтоновых групп*. – К.: Киев. пед. ин-т, 1983. – 22 с.
- [12] Семко Н. Н., Кузенный Н. Ф. *О строении бесконечных нильпотентных*

PHYSICS AND MATHS

- периодических метабильтоновых групп //Строение групп и их подгрупповая характеристика. – К.: Ин-т математики АН УССР, 1984. – С. 101–111.*
- [13] Кузенный М. Ф., Семко М.М. *Будова розв'язних метабильтонових груп //Доп. АН УРСР. – 1985. – № 2. – С. 6–9.*
- [14] Кузенный Н. Ф., Семко Н. Н. *О строении непериодических метабильтоновых групп //Изв. вузов. Математика.– 1986. – № 11. – С. 32–40.*
- [15] Кузенный М. Ф., Семко М. М. *Метабильтонові групи та їх узагальнення. – К.: Ін-т математики НАН України, 1996. – 232 с.*
- [16] Кузенный Н. Ф., Семко Н. Н. *Строение периодических метабелевых метабильтоновых групп с неэлементарным коммутантом //Укр. мат. журн. – 1987. – 39, № 2. – С. 180–185.*
- [17] Семко Н. Н., Кузенный Н. Ф. *Строение периодических метабелевых метабильтоновых групп с элементарным коммутантом ранга два //Укр. мат. журн. – 1987. – 39, № 6. – С. 743–750.*
- [18] Кузенный Н. Ф., Семко Н. Н. *О строении периодических неабелевых метабильтоновых групп с элементарным коммутантом ранга три //Укр. мат. журн. – 1989. – 41, № 2. – С. 170–176.*
- [19] Семко Н. Н., Кузенный Н. Ф. *Строение метациклических метабильтоновых групп //Современный анализ и его приложения. К.: Наук. думка, 1989. – С. 173–183.*
- [20] Кузенный Н. Ф., Семко Н. Н. *О метабильтоновых группах с элементарным коммутантом ранга два //Укр. мат. журн. – 1990. – 42, № 2. – С. 168–175.*