МІНІСТЕРСТВО ФІНАНСІВ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ПОДАТКОВИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ФІНАНСІВ ТА ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ
КАФЕДРА ВИЩОЇ ТА ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА
на тему:

Методика вивчення многокутників у шкільному курсі геометрії

Здобувачки вищої освіти
другого (магістерського) рівня, II курсу, групи СОМ-24-1,
спеціальності 014 «Середня освіта»
освітня програма «Середня освіта: математика»

Мельничук Ганни Сергіївни

Науковий керівник Оксана ЯРОВА, канд. фіз.-мат. наук, доцент

Гарант освітньо-професійної програми Микола СЕМКО, д-р фіз.-мат. наук, професор

Допущено до захисту за рішенням кафедри
вищої та прикладної математики
протокол від 29.12.2025 № 7

Завідувач кафедри Оксана ЯРОВА, канд. фіз.-мат. наук, доцент

Ірпінь – 2025

Реєстрація № 3 20.01.2026 Семків І.В.
(дата) (підпис відповідальної особи)

Результати перевірки до захисту 13.01.2026
(до захисту, на доопрацювання) (дата) (підпис)

Результат захисту 92 06.02.2026
(оцінка) (дата) (підпис)

Голова комісії: Н.М. Лосєва
(підпис) (ініціали, прізвище)

Члени комісії:

(підпис) М.М. Семко
(ініціали, прізвище)

(підпис) І.В. Скасків
(ініціали, прізвище)

(підпис) О.А. Ярова
(ініціали, прізвище)

БЛАНК ОЦІНЮВАННЯ ВИПУСКНОЇ РОБОТИ

Об'єкти контролю	Діапазон оцінки в балах	Фактична кількість балів	Примітки	Дата, П.І.П.: керівника, голови комісії членів комісії, секретаря, (підписи)
ОЦІНЮВАННЯ РОБОТИ КЕРІВНИКОМ ТА РЕЦЕНЗЕНТОМ				
1. Зміст випускної роботи (якість теоретичного матеріалу, його зв'язок з практичним, вміння представляти матеріал в логічній послідовності, наявність висновків та пропозицій)	від 0 до 30	27		Ярова О.А.
2. Дотримання вимог щодо оформлення	від 0 до 10	8		
3. Вчасне виконання роботи на всіх етапах у встановлені кафедрою терміни	від 0 до 5	5		
4. Рецензент	від 0 до 5	5		
РАЗОМ БАЛІВ	від 0 до 50	45		
ОЦІНЮВАННЯ РОБОТИ КОМІСІЄЮ ПО ЗАХИСТУ				
1. Доповідь	від 0 до 10	10		Голова екз. ком. Лосєва Н.М.
2. Роздатковий матеріал	від 0 до 5	4		
3. Знання теоретичного та практичного матеріалу, вміння відповідати на запитання	від 0 до 25	25		Члени комісії Семко М.М. Сахнів І.В. Ярова О.А.
4. Апробація (участь у конференціях)	від 0 до 10	8		
РАЗОМ БАЛІВ	від 0 до 50	47		
ЗАГАЛЬНА КІЛЬКІСТЬ БАЛІВ	від 0 до 100	92		

Оцінка за 100-бальною шкалою	Оцінка за шкалою ЕКТС	Оцінка за національною шкалою	Дата	П.І.П.: голови, членів комісії, секретаря, (підпис)
92	A	5 (відмінно)	06.02.2026	Голова екз. ком. Лосєва Н.М. Члени комісії Семко М.М. Сахнів І.В. Ярова О.А.

ПЕРЕВЕДЕННЯ ОЦІНКИ ЗА 100-БАЛЬНОЮ ШКАЛОЮ ДО НАЦІОНАЛЬНОЇ ШКАЛИ

Оцінка за 100-бальною шкалою	Оцінка за шкалою ЄКТС	Оцінка за національною шкалою
90-100	A	5 (відмінно)
80-89	B	4 (добре)
70-79	C	
60-69	D	3 (задовільно)
50-59	E	
35-49	X	2 (незадовільно)

ЗМІСТ

ВСТУП……5

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ВИВЧЕННЯ МНОГОКУТНИКІВ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ ГЕОМЕТРІЇ……..……7

1.1. Поняття многокутника у математиці: сутність, класифікація та властивості……..……7

1.2. Психолого-дидактичні основи вивчення многокутників у школі……15

1.3. Аналіз сучасних цифрових інструментів для навчання теми «Многокутники»……23

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНА СИСТЕМА ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «МНОГОКУТНИКИ» В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ ГЕОМЕТРІЇ……...31

2.1. Методи та прийоми формування пізнавальної активності учнів при вивченні многокутників……....31

2.2. Методика вивчення властивостей многокутників та обчислення їх площ……40

2.3. Методична розробка (окремий урок)…….…46

ВИСНОВКИ……..54

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ…….....56

ДОДАТКИ……..59

ВСТУП

Актуальність теми. Сучасна педагогічна діяльність характеризується багатоаспектністю. Щоденно педагог стикається з необхідністю вирішення комплексу завдань, що стосуються навчання, виховання та всебічного розвитку учнів. Виклики, своєю чергою, виникають через динамічний характер і унікальність кожного заняття, що ускладнює вибір єдиного оптимального рішення. Для забезпечення найефективнішого виконання освітніх завдань у конкретних обставинах, від учителя вимагається усвідомлений вибір найкращого варіанта побудови навчального процесу. Існує потреба організувати вивчення математики так, щоб вона поєднувала в собі практичну значущість, привабливість та пізнавальний інтерес. А здобуті математичні знання та вміння стали основою для розвитку ключових компетентностей.

Вивчення теми «Многокутники» як вагомої складової шкільного курсу геометрії визнається суттєвим для розвитку логічного та просторового мислення, а також для загального культурного й естетичного становлення учнів. Проте, існуючі відмінності між методичними підходами до викладання концепцій та доведення тверджень, структурою навчальних посібників з математики та організацією освітнього процесу, ускладнюють пошук ефективних шляхів для впровадження системного підходу до вивчення цієї теми. Вивчення многокутників у середній школі охоплює дві окремі, але взаємопов’язані цілі: засвоєння учнями певного навчального матеріалу та цілеспрямоване формування в них розумових здібностей у межах цього процесу. Сучасне суспільство, що характеризується підвищеною увагою до особистості, саморозвитку та самопізнання учнів, а також зміни в умовах навчання, що передбачають різні рівні підготовки та мотивації учнів, вимагають створення новішої системи підходів до викладання математики. Актуальність дослідницьких питань з цієї тематики також залежить від поточного рівня засвоєння та розуміння многокутників учнями середньої школи.

Мета кваліфікаційної роботи полягає у розкритті особливостей технології вивчення теми «Многокутники» у шкільному курсі геометрії, а також в розробці авторської методики проведення уроку по цій темі.

Для досягнення окресленої мети передбачено вирішення наступних **завдань:**

– дослідити теоретичні підходи до визначення й класифікації многокутників, обґрунтувати їх місце у шкільному курсі геометрії;

– розкрити психолого-дидактичні основи вивчення многокутників у школі;

– проаналізувати наявні інтерактивні платформи та цифрові інструменти для вивчення теми «Многокутники»;

– охарактеризувати методи та прийоми формування пізнавальної активності учнів при вивченні многокутників;

– розкрити методику вивчення властивостей многокутників та обчислення їх площ;

– запропонувати авторську методичну розробку проведення шкільного уроку по темі «Многокутники».

Об'єкт дослідження – процедура вивчення многокутників в школі.

Предмет дослідження – навчальні матеріали для вивчення теми «Многокутники».

Методи дослідження. При підготовці даної роботи було використано наступні дослідницькі підходи: теоретичний аналіз (що передбачав узагальнення наявних знань та формулювання висновків), табличний (для систематизації та візуалізації даних), аналітичний (з метою виділення ключових аспектів та характерних ознак), а також синтез (для об'єднання різнорідних елементів у єдине, комплексне розуміння реальної ситуації).

Практичне значення роботи. Отримані результати можуть бути корисними для вчителів, щоб покращити їхні знання та методику викладання розділу «Многокутники» у шкільній програмі.

РОЗДІЛ 1
ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ВИВЧЕННЯ МНОГОКУТНИКІВ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ ГЕОМЕТРІЇ

1.1. Поняття многокутника у математиці: сутність, класифікація та властивості

Многокутник є однією із геометричних фігур. Як правило, його визначають як плоску геометричну фігуру, утворена замкненою послідовністю відрізків прямої лінії, що має більше, ніж один кут. Точки з'єднання цих відрізків відомі як вершини многокутника, тоді як самі відрізки представляють його сторони. Дві вершини, що безпосередньо сполучені однією зі сторін многокутника, називаються суміжними вершинами. Відповідно, дві сторони, які перетинаються в спільній вершині, визначаються як суміжні. Для того щоб фігура вважалася многокутником, вона повинна включати щонайменше три сторони, які утворюють замкнений контур. Кожен внутрішній кут многокутника формується в місці з'єднання двох суміжних сторін, і, навпаки, кожна сторона сполучає дві суміжні вершини [7, с. 23].

В літературі наявні три підходи до розкриття змісту цього поняття, які представлено на рис. 1.1.

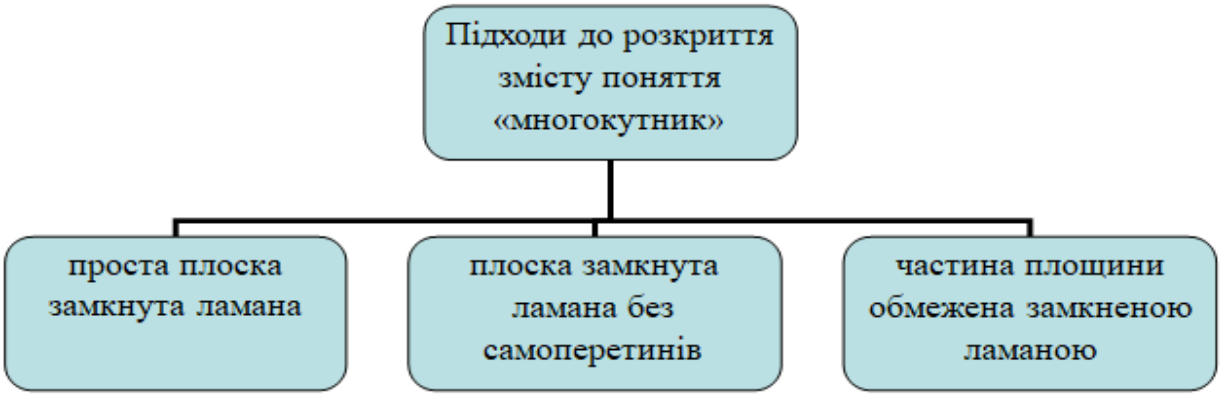


Рис. 1.1. Наукові підходи до розкриття суті терміну «многокутник»

Джерело: [1, с. 32].

В підручнику Бевз Г., Бевз В., Владімірова Н. при формулюванні дефініції многокутника застосовується третій підхід. Зазначена дефініція подається у

дескриптивній формі. Розглянемо геометричний об’єкт, визначений упорядкованою множиною точок (вершин) A1, A2, ..., An та системою відрізків (сторін) A1A2, A2A3, ..., An-1An, AnA1, що циклічно з'єднують ці вершини. Припускається, що жодні два суміжні відрізки не є колінеарними, і жодні два несуміжні відрізки не мають спільних точок (рис. 1.2 зліва). Ця замкнена послідовність відрізків формує межу обмеженої області площини (рис. 1.2 справа). Сукупність зазначеної обмеженої області площини разом з її граничними відрізками називається многокутником [3].

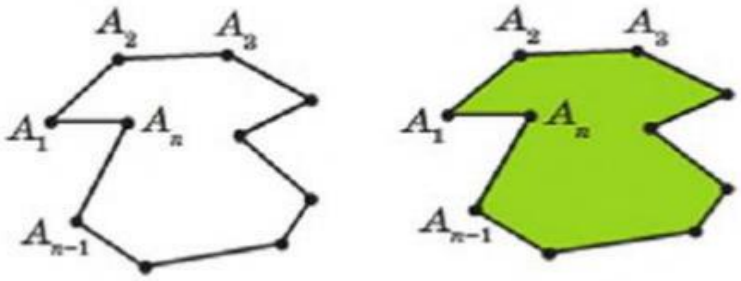


Рис. 1.2. Схематичне відображення фігури, яка утворює многокутник

Джерело: [3].

В іншому науковому джерелі [2] для означення многокутника застосовується перший підхід. Пропонується розглянути геометричну конфігурацію, утворену послідовністю точок A1, A2, ..., Ап (вершин) та замкнутим ланцюгом відрізків (сторін) A1A2, A2A3, ..., Ап-1Ап, АпA1, за таких умов, що жодні два суміжні сегменти не є колінеарними, і жодні два несуміжні сегменти не мають спільних елементів (точок перетину). Ця геометрична конфігурація позначається як многокутник (рис. 1.3).

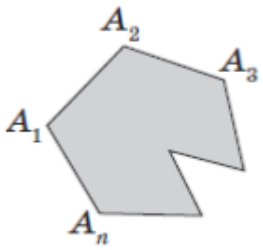


Рис. 1.3. Наочне відображення многокутника за першим підходом

Джерело: [2].

З метою делімітації відповідної ділянки площини, обмеженої заданими відрізками, у [2] запроваджується поняття внутрішньої області многокутника. А ще зазначається, що геометрична фігура, яка охоплює як межу многокутника, так і його внутрішню частину, також іменується многокутником. Тобто, точне змістовне наповнення терміна «многокутник» визначається контекстом його застосування у межах певного завдання або теоретичного матеріалу.

Видається доцільним інтерпретувати означення многокутника, спираючись на підхід, згідно з яким він розглядається як скінченна ділянка площини, делімітована замкнутим полігональним ланцюгом. Без такого концептуального підґрунтя виникають методологічні складнощі з коректним трактуванням поняття площі многокутника. Паралельно з цим, до наукового обігу було інкорпоровано низку супутніх термінів – складових елементів многокутника: зокрема, його вершини, сторони, внутрішні кути, периметр [3].

Фундаментальні властивості многокутників детермінують їхню внутрішню будову, специфіку розділення площини та слугують основою для їхньої класифікації серед інших геометричних об’єктів. Ключові властивості многокутника представлено в табл. 1.1.

Таблиця 1.1

Перелік властивостей многокутника

Назва властивості	Короткий опис властивості
Загальні властивості	
Замкнена форма	Будь-який многокутник – це замкнена фігура, утворена послідовним з’єднанням відрізків
Прямі сторони	Многокутник складається виключно з прямих відрізків (сторін), а не кривих ліній
Кількість сторін, кутів і вершин	Якщо многокутник має n сторін, то він також має n вершин та n внутрішніх кутів
Відсутність перетинів сторін	Сторони многокутника перетинаються лише у своїх кінцевих точках (вершинах) і не накладаються одна на одну (для простих многокутників)
Двовимірність	Многокутник є двовимірною (2D) фігурою
Мінімальна кількість сторін	Для формування замкненої фігури потрібно щонайменше три сторони (трикутник)
Властивості, пов'язані з кутами	
Сума внутрішніх кутів	Сума внутрішніх кутів опуклого n-кутника завжди дорівнює $(n-2)\times 180$
Внутрішні та зовнішні кути	У многокутнику є внутрішні кути (утворені між суміжними сторонами всередині фігури) та зовнішні кути (утворені подовженням однієї зі сторін)

Джерело: [11].

Многокутники диференціюються на різноманітні категорії з огляду на притаманні їм ознаки. Зазначена їх систематизація відображена у табл. 1.2.

Таблиця 1.2

Види многокутників за класифікаційними ознаками

Ознака класифікації	Види многокутників за класифікаційною ознакою
Кількість сторін (вершин)	Трикутник (3), чотирикутник (4), п'ятикутник (5), шестикутник (6), ..., n-кутник (n)
Наявність рівних сторін та кутів	– правильний (всі сторони і кути рівні); – неправильний.
Опуклість (розташування відносно сторін)	– опуклий (всі внутрішні кути < 180°); – неопуклий (увігнутий, має кут > 180°).
Перетин сторін (складність)	– простий (сторони не перетинаються); – складний (самоперетинний).
За співвідношенням з колом	– вписані (усі вершини многокутника лежать на одному колі); – описані (усі сторони многокутника дотичні до одного кола).

Джерело: [7].

Тобто, відповідно до кількості своїх вершин, многокутники отримують спеціаліфіковані найменування: так, фігура з трьома вершинами іменується трикутником, з чотирма – чотирикутником, з п'ятьма – п'ятикутником, тощо. У загальному вигляді, многокутник з n вершинами позначається як n-кутник.

В підручниках чотирикутник ще позначають терміном «квадрат», який походить від латинського «quadrates». Історично, саме квадрат був першим типом чотирикутника, що підлягав глибокому вивченню в античній геометрії. Інші їх різновиди були тоді відомі, і їхня подальша систематизація на паралелограми, ромби та прямокутники відбулася значно пізніше. Деякі історичні інтерпретації припускають, що обмеженість стародавнього числового сприйняття, де числа понад три узагальнено позначалися як «багато», могла сприяти початковому визнанню та вивченню чотирикутника як основоположної геометричної фігури серед многокутників. Сукупність чотирикутників охоплює різноманітні підвиди, серед яких виділяються прямокутники, що характеризуються наявністю прямих кутів. Класифікація цих фігур є більш розгалуженою і включає також інші форми, а не лише поділ за ознакою «прямо сторонності», яка є фундаментальною для всіх многокутників [27].

Квадрат відіграє інтегральну роль у класичному обґрунтуванні теореми Піфагора. Тривалий інтерес до квадрата зумовлений його багатогранними властивостями, які знаходять широке застосування у практичних сферах, таких як вимірювання земельних площ, визначення відстаней до об'єктів, а також у конструктивних та естетичних аспектах архітектурних споруд. Ця геометрична фігура відігравала ключову роль в орнаментальному декорі численних давніх цивілізацій, зокрема Стародавньої Індії, Америки, Китаю та Греції, а також активно використовувалася майстрами-мозаїки в епоху Середньовіччя. У контексті архаїчних світоглядів квадрат символізував фундаментальні основи світобудови, зокрема чотири сторони світу. Кути квадрата (і ромба) корелювали з просторовими та територіальними уявленнями. Наприклад, у слов'янських племен квадрат, заповнений внутрішнім візерунком з крапок чи ліній, означав засіяне поле. В Єгипті ж квадрат функціонував як ієрогліф для поняття «поле». Усі геометричні конфігурації, що базуються на горизонтальних і вертикальних лініях, набувають характеру «квадратизованих» форм, до яких належать хрест, прямокутник, меандр та їх похідні. Сучасні математики, наслідуючи традиції минулих епох, не відмежовують теоретичні засади науки від практичного застосування, а глибоко розвивають її прикладні аспекти [28, с. 19].

Термін «ромб» має давньогрецьке походження і в античні часи позначав обертові предмети, зокрема веретено або дзиґу. Його початкове асоціювання пов'язане зі зрізом, утвореним на намотаному веретені. У сучасній геометрії ромб визначається як паралелограм, усі сторони якого є рівними. Виходячи з визначення квадрата як чотирикутника, у якого всі сторони та кути рівні, можна зробити висновок, що квадрат є приватним випадком ромба. Подекуди квадрат трактується як ромб, усі кути якого є рівними. Проте, варто зазначити, що в окремих контекстах під терміном «ромб» може розумітися виключно чотирикутник з непрямими кутами, тобто з однією парою гострих та однією парою тупих кутів [30].

Нині вивчення многокутників займає важливе місце в шкільному курсі геометрії та в цілому у математичній підготовці учнів. Оволодіння даною

тематикою сприяє формуванню просторового мислення та розвитку логіко-аналітичних здібностей. Крім того, школярі опановують навички використання геометричних інструментів, усвідомлюють, що досліджувані теоретичні положення є відображенням об’єктивної реальності та мають суттєве прикладне значення у практичній діяльності людини.

У процесі вивчення шкільного курсу геометрії (5-11 класи) многокутник позиціонується не лише як інструмент для засвоєння арифметичних та елементарних алгебраїчних концепцій, а й як самостійний об'єкт дослідження. Значний акцент робиться на розвитку просторового мислення школярів, а також на формуванні навичок роботи з графічними репрезентаціями базових геометричних фігур, таких як відрізок, ламана, многокутник і багатогранник (зокрема, куб та прямокутний паралелепіпед). Фрагментарно, але послідовно, впроваджуються засади дедуктивного методу шляхом формулювання ключових визначень (наприклад, довжина ламаної, додаткові промені, квадрат, куб) та окремих аксіоматичних положень або властивостей (як-от принципи вимірювання кутів тощо), що слугують основою для обґрунтування розв'язків типових і комплексних задач [13; 14]. Даний сегмент шкільної геометричної програми відіграє важливу світоглядну роль. Він забезпечує ознайомлення учнів із генезисом окремих математичних ідей, їхнім місцем та значенням у практичній діяльності людства. Окрім того, передбачається формування системних знань, умінь і навичок, що мають трансдисциплінарний характер і знаходять своє відображення у взаємодії з суміжними освітніми галузями, такими як фізика, креслення, трудове навчання тощо. Аналіз видів та ознак многокутників, здійснюваний у межах планіметричного курсу, має суттєве прикладне значення для стереометрії, формуючи необхідну базу для просторового моделювання [16].

Шкільний курс геометрії для учнів 7-9 класів передбачає дослідження планіметричних фігур, при цьому особливий акцент робиться на вивченні багатокутників, їхніх властивостей, а також аналізі метричних характеристик плоских багатокутників. У процесі вивчення тематики «Многокутники» запроваджується низка нових концепцій, розглядаються ключові теореми, а

також вводиться поняття оберненої теореми. Розв'язування відповідних завдань вимагає від школяра мобілізації та застосування наявних теоретичних знань.

Навчальна програма з геометрії 7-го класу переважно сфокусована на дослідженні трикутників як особливого виду багатокутників. Визначення трикутника може ґрунтуватися на заданні його вершин (трьох неколінеарних точок) або на перетині трьох прямих, що попарно перетинаються. Класифікація трикутників здійснюється також відповідно до їхнього ступеня симетрії або за кількістю рівних сторін. У контексті шкільної освіти також прийнята класифікація трикутників за їхніми кутами: гострокутні, прямокутні та тупокутні. Вивчення трикутників, згідно з освітньою програмою, розподілене практично по всіх класах основної середньої школи [9].

Трикутник становить один із фундаментальних геометричних об'єктів у курсі планіметрії, що є предметом вивчення на загальноосвітньому рівні. Першочерговим завданням є забезпечення глибокого розуміння та ефективного застосування принципів рівності трикутників з особливою увагою до формування навичок їх використання у процесі вирішення геометричних задач [11]. Значний акцент також робиться на розвитку дедуктивних навичок, необхідних для обґрунтування рівності трикутників. Інкорпорація таких концепцій, як медіана, бісектриса та висота трикутника, а також властивості рівнобедреного трикутника, суттєво розширює спектр доказових задач.

Розділ, присвячений чотирикутникам, є невід'ємною складовою навчальної програми з геометрії для учнів 8-го класу. У межах цього курсу відбувається поглиблення розвитку аналітичних здібностей школярів, зокрема їхніх умінь формувати логічні міркування та здійснювати математичні доведення. Визначення чотирикутника демонструє певну варіативність у методичних джерелах: у частині з них він інтерпретується як проста замкнута чотириланкова ламана, тоді як в інших – як відповідна частина площини, обмежена зазначеною ламаною лінією. Серед усього розмаїття чотирикутників окремо виокремлюються та досліджуються опуклі фігури [14, с. 97].

У чинних навчальних посібниках спостерігається уніфікований підхід до презентації видів паралелограмів, зокрема прямокутників та ромбів. Щодо квадрата, то в одних джерелах він визначається як чотирикутник, що поєднує властивості прямокутника і ромба. Натомість, в інших – як особливий випадок прямокутника. Трапеція, як правило, розміщується у послідовності вивчення після паралелограмів. У процесі обґрунтування різноманітних властивостей та ознак паралелограма активно задіюються теореми та наслідки, що стосуються рівності трикутників, а також властивості кутів, утворених при перетині паралельних прямих січною, та критерії паралельності прямих. Аргументація переважної більшості теорем у межах цієї тематичної одиниці базується на критеріях рівності трикутників, які також застосовуються у процесі розв'язання практичних завдань. Значна увага приділяється формуванню в учнів навичок ефективного використання обширного теоретичного матеріалу при виконанні завдань проблемного характеру [21].

На рівні ЗСО, зокрема у 9-му класі, кульмінує вивчення розділу, присвяченого многокутникам. Ці відомості інтегрують та генералізують раніше набуті учнями знання про трикутники та чотирикутники. Виняткове прикладне значення мають теоретичні положення щодо правильних многокутників. Під час систематизації знань з теми «Многокутники» здійснюється компаративний аналіз таких геометричних фігур, як трикутник, паралелограм, прямокутник, ромб, квадрат, трапеція, а також виявляються взаємозв'язки між ними. Ефективним засобом візуалізації результатів такого узагальнення є структурна схема. Існують різноманітні методологічні підходи до організації роботи з табличними та схематичними дидактичними матеріалами: педагог може ініціювати дискусію з подальшою візуалізацією її ключових аспектів у схематичній формі; представити учням план обговорення та організувати його проведення; надати готову схему як основу для самостійного узагальнення матеріалу; або стимулювати учнів до автономної систематизації інформації та її графічного представлення. У процесі засвоєння нового дидактичного матеріалу

діти мають опанувати низку нових концептів, бути здатними сформулювати для кожного з них дефініцію та забезпечити графічну візуалізацію [23].

Таким чином, аналіз предметної області «Многокутники» в навчальних посібниках [2; 3] демонструє надмірну насиченість термінологічним апаратом. Проте, особливості дефініцій, що стосуються цих геометричних фігур, зумовлюють те, що їхні фундаментальні характеристики сприймаються школярами зазвичай без значних когнітивних бар'єрів.

1.2. Психолого-дидактичні основи вивчення многокутників у школі

Дидактична організація освітнього процесу щодо тематичного розділу «Многокутники» на рівні ЗОС має відповідати визначеним педагогічним вимогам. Ключові положення цих вимог систематизовано у табл. 1.3.

Таблиця 1.3

Дидактичні вимоги до вивчення многокутників у школі

Назва вимоги	Коротка характеристика
Цілеспрямованість	навчальний процес повинен мати чітко сформульовану мету, яка повинна бути зрозумілою для учнів. Важливо, щоб мета відповідала навчальному плану та програмі з даної теми.
Наявність підручників та дидактичного матеріалу	вчителю потрібно забезпечити наявність підручників та додаткового дидактичного матеріалу для кожного учня. Це можуть бути різні види друкованих матеріалів, комп'ютерні програми, презентації тощо.
Відповідність до вікових та інтелектуальних особливостей учнів	навчальний процес повинен бути орієнтований на особливості вікових та інтелектуальних характеристик учнів. Наприклад, у молодших класах діти вчаться розрізняти геометричні фігури, в середніх класах вони детальніше вивчають властивості многокутників, а в старших класах вони можуть застосовувати знання про многокутники для розв'язання складніших задач.
Активність учнів	навчальний процес повинен бути орієнтований на активну участь учнів. Вони повинні брати участь у дискусіях, виконувати практичні завдання та розв'язувати задачі. Також вчителям варто використовувати різні ігрові методики, які зроблять навчання більш цікавим та захоплюючим для учнів.

Джерело: [6, с. 5].

Визначальні дидактичні вимоги до організації освітнього процесу в контексті вивчення многокутників включають наступні аспекти:

– глибоке засвоєння основоположних концепцій цієї фігури та її структурних елементів (таких як сторони, вершини, кути, діагоналі тощо). Необхідним є формування в учнів розуміння принципів іменування та графічного представлення полігонів, що залежить від їхньої кількісної характеристики сторін, морфологічних особливостей та взаємного розташування елементів;

– формування компетентності у розв'язанні прикладних задач, пов'язаних з обчисленням метричних характеристик многокутників, зокрема площі та периметра. Для цього критично важливим є належне забезпечення ілюстративним матеріалом та завданнями, спрямованими на вироблення стійких практичних навичок ефективної імплементації формульних залежностей для різних різновидів многокутників;

– формування компетентностей зі створення багатокутників. Це передбачає ознайомлення школярів з методами їх конструювання відповідно до заданих умов, зокрема, з алгоритмами побудови фігур за визначеною кількістю сторін, а також із застосуванням класичних геометричних інструментів, таких як циркуль та лінійка;

– глибоке вивчення характерних властивостей різноманітних багатокутників. Діти мають опанувати знаннями про диференційні ознаки трикутників, чотирикутників, п'ятикутників, шестикутників, семикутників та інших полігональних фігур. Крім того, передбачається ознайомлення з принципами класифікації багатокутників на основі їхньої конфігурації, довжини сторін та величини внутрішніх кутів;

– застосування диференційованих методичних підходів у навчальному процесі [10, с. 172].

Аналіз навчальних програм з математики для закладів ЗСО (1–11 класи) свідчить, що первинне ознайомлення учнів з терміном «многокутники» відбувається у межах курсу математики як на початковому, так і на базовому рівнях ЗСО. Зокрема, їхнє вивчення передбачено у 2-му–4-му класах початкової школи та у сьомому-дев'ятому класах основної школи. На початковому етапі навчання, многокутники інтегруються в такі тематичні блоки, як «Геометричні

фігури та просторові тіла», «Вимірювання лінійних розмірів, маси та об'єму», «Геометричні побудови», «Диференціація геометричних форм» та «Дослідження властивостей прямокутних та квадратних фігур» [11].

На етапі здобуття ЗСО вивчення многокутників інтегроване в навчальну програму з геометрії. Ця тематика розглядається в межах кількох ключових розділів, зокрема «Геометричні об'єкти», «Многокутники», «Конструювання геометричних фігур», «Практичне застосування геометричних концепцій» та «Вирішення проблемних завдань із залученням геометричного апарату».

У межах тематичного блоку «Многокутники» школярі опановують широкий спектр аспектів, включаючи характеристики різних типів многокутників, їхню типологію, принципи побудови, методи визначення метричних параметрів (кутів і сторін), техніки обчислення площі та периметра, а також способи застосування набутих знань для розв'язання відповідних завдань [14, с. 33]. Зокрема, в темі «Геометричні фігури» серед інших основних геометричних фігур учні вивчають многокутники. Вони опановують ідентифікацію та класифікацію многокутників, аналіз їхніх характеристик, методи їхнього конструювання у двовимірному та тривимірному просторі.

Многокутники – цей розділ присвячений глибокому дослідженню властивостей полігонів. Діти вивчають широкий спектр їх різновидів, таких як трикутники, чотирикутники, п'ятикутники та інші багатокутники. Вони аналізують ключові метричні та топологічні атрибути цих геометричних об'єктів, зокрема кути, довжини сторін, діагоналі та їхні допоміжні елементи.

Побудова геометричних фігур – у межах цієї теми розглядаються алгоритми та техніки конструювання геометричних об'єктів на площині та у просторі, акцентуючи увагу на полігонах. Учні набувають практичних навичок використання класичних геометричних інструментів – лінійки та циркуля – для графічної реалізації многокутників з різною кількістю вершин [30].

Щодо теми «Приклади застосування геометрії в житті», то вона присвячена демонстрації того, як фундаментальні геометричні принципи реалізуються у різноманітних сферах людської діяльності. Зокрема,

розглядаються кейси, де розуміння властивостей багатокутників є фундаментальним, до прикладу, у просторовому плануванні, архітектурному проектуванні, інженерно-будівельній діяльності, а також у створенні комп'ютерної графіки та інтерактивних систем.

Методологія розв'язання задач із застосуванням геометричних концепцій: у рамках цієї теми учні опановують алгоритми та стратегії розв'язання завдань, що вимагають інтеграції знань про багатокутники [17].

Крім того, багатокутники є не лише об'єктом вивчення геометрії, а й знаходять своє інтеграційне застосування у суміжних наукових та прикладних дисциплінах, таких як алгебра, фізика, хімія та комп'ютерна графіка.

Многокутники слугують об'єктом дослідження в алгебрі для аналізу різноманітних алгебраїчних характеристик. Зокрема, у цій царині розглядаються формули для розрахунку периметричних та площинних параметрів, аналізуються співвідношення між сторонами й кутами в межах різних конфігурацій многокутників, а також вирішуються рівняння, що моделюють залежності, пов'язані з полігональними структурами.

У фізичних науках многокутники знаходять застосування для дослідження їхніх геометричних особливостей та їхнього впливу на фізичні феномени. Приміром, досліджується взаємодія світлових променів з багатокутними об'єктами, які демонструють рефлексивні або трансмісивні властивості. Крім того, аналізуються оптичні характеристики дзеркал та лінз, чиї контури відповідають полігональній формі [26].

Многокутники можуть бути використані в хімії для вивчення молекулярної геометрії та властивостей різних молекул. Наприклад, учні можуть вивчати форму молекул, які зображуються, як різні види многокутників.

Многокутники (полігони) відіграють ключову роль у сфері комп'ютерної графіки, слугуючи фундаментальною основою для конструювання тривимірних моделей та різноманітних просторових об'єктів. Учні мають змогу опанувати принципи створення тривимірних полігональних моделей за допомогою спеціалізованого програмного забезпечення, а також досліджувати методи

застосування полігонів для формування геометричних об'єктів та алгоритми їх ефективного збереження й подальшої обробки в цифровому середовищі.

Ґрунтовніше ця тематика розглядається в освітній програмі восьмого класу. У курсі геометрії для цього класу полігони вивчаються в рамках окремого тематичного розділу, озаглавленого «Многокутники. Площі многокутників». Цей розділ структурований на чотири підрозділи: «Полігони та їхні складові елементи»; «Вписані та описані полігони відносно кола»; «Концепція площі полігональної фігури»; та «Методи обчислення площ таких базових геометричних фігур, як прямокутник, паралелограм, ромб, трикутник і трапеція» [14]. Коротку характеристику питань, які вивчаються в кожному із зазначених параграфів, представлено в табл. А.1 додатку А.

Організація освітнього процесу має відповідати фундаментальним педагогічним принципам, які включають: наукову обґрунтованість, усвідомленість, наочність, практичну спрямованість навчання, системність і послідовність, активність та самостійність, ґрунтовність засвоєння знань, доступність матеріалу, а також емоційну залученість [5].

У контексті комплексного підходу до формування навчальної діяльності П. М. Щербань виділяє такі ключові детермінанти інтенсифікації навчання: підвищення цільової спрямованості навчального процесу; посилення мотиваційної складової; розширення інформаційного контенту занять; активізація пізнавальної діяльності; модернізація форм навчання; оптимізація динаміки навчальних операцій; розвиток навичок самостійної навчальної праці; впровадження засобів наочності та аудіовізуальних технологій; використання комп'ютерних систем; формування проблемних навчальних ситуацій; застосування логіко-пізнавальних методів, таких як аналіз, синтез, узагальнення, індукція, дедукція, аналогія, порівняння; організація самостійних робіт реконструктивного та конструктивного характеру; а також вплив особистості педагога та його креативного підходу до професійної діяльності [6].

Організація освітнього процесу з математики за темою «Многокутники» має відповідати низці методологічних вимог, спрямованих на ефективне

опанування учнями навчального матеріалу. Ключовими методологічними принципами, що регламентують викладання зазначеної теми, є:

1. Застосування візуальних дидактичних посібників. З метою досягнення продуктивного засвоєння навчального змісту необхідно активно використовувати наочні засоби, такі як графічні зображення, діаграматичні представлення, ілюстрації, структурні схеми тощо. Наприклад, доречною є демонстрація фізичних моделей многокутників, а також їхніх візуалізацій у різних просторових орієнтаціях для глибокого розуміння притаманних їм характеристик. Одним із найбільш доступних та результативних засобів візуалізації є графічне відтворення многокутників на демонстраційній дошці або у друкованому форматі.

У педагогічній практиці доцільним є застосування кольорового маркування для акцентування уваги на диференційованих аспектах конфігурації та атрибутів полігональних фігур, зокрема кутів, сторін та вершин. Крім того, використання наочних геометричних посібників, таких як магнітні або пластикові моделі многокутників, є ефективним засобом для їхньої візуалізації та демонстрації властивостей. Ці моделі надають здобувачам освіти можливість багатовимірного сприйняття об'єктів та модифікації їхньої конфігурації з метою подальшого аналізу їхніх характеристик. Окрім зазначеного, інтеграція цифрових навчальних ресурсів, зокрема комп'ютерних програм та відеоматеріалів, сприяє глибшому осмисленню учнями сутності многокутників та їхніх властивостей. Інтерактивні програмні засоби уможливлюють проведення експериментів із формою та розмірами полігонів, а також спостереження за динамікою змін у їхніх атрибутах [19].

Таким чином, застосування візуалізаційних дидактичних засобів у процесі вивчення теми «Многокутники» може істотно оптимізувати формування глибокого розуміння та міцного запам'ятовування навчального матеріалу, а також посилити пізнавальний інтерес і мотивацію учнів до його опанування.

2. Застосування інтерактивних педагогічних стратегій. З метою стимулювання когнітивної активності дітей доцільним є застосування

інтерактивних педагогічних підходів. До них належать, зокрема, виконання проблемних завдань, групова взаємодія, дискусійні обговорення, представлення матеріалу (презентації) тощо. Зазначені стратегії сприяють автономному опрацюванню навчального контенту та обміну знаннями й набутим досвідом серед учасників освітнього процесу. Вказані інтерактивні методи забезпечують активну участь учнів в освітньому процесі, стимулюючи їхню внутрішню мотивацію та підвищуючи рівень зацікавленості, що, своєю чергою, сприяє глибшому засвоєнню навчального матеріалу [18].

Серед ефективних інтерактивних стратегій варто відзначити ігрофікацію освітнього процесу. Зокрема, дидактична гра типу «Визнач всі багатокутники» може бути ефективною для формування знань про геометричні фігури та розвитку навичок їхньої ідентифікації.

Ще одним інтерактивним методом є залучення рольових ігор. Зокрема, педагог може ініціювати проєкт зі створення моделі мостової конструкції, де різноманітні полігональні форми виступатимуть у ролі структурних елементів. У такому контексті школярі зможуть переймати функції архітекторів та інженерів-будівельників, застосовуючи свої знання щодо геометричних фігур та властивостей многокутників для реалізації цього конструктивного завдання.

Застосування інтерактивних дошок та спеціалізованого програмного забезпечення є високоефективним у процесі вивчення многокутників. Вчитель може залучати інтерактивні панелі для наочної демонстрації атрибутів полігональних фігур та стимулювання активної взаємодії зі школярами. Своєю чергою, цифрові застосунки надають учням потенціал для експериментування з конфігураціями многокутників та глибокого дослідження їхніх властивостей.

Загалом, використання інтерактивних методів навчання здатне сприяти посиленню пізнавального інтересу учнів і глибшому засвоєнню матеріалу [29].

3. Диверсифікація методів оцінювання. З метою об'єктивного контролю рівня засвоєння навчального матеріалу необхідно впроваджувати різноманітні форми оцінювання, включаючи стандартизовані тестові завдання та індивідуальні самостійні роботи.

4. Формування прикладних компетентностей. Для розвитку практичних навичок учнів необхідно забезпечити їх адекватною кількістю демонстраційних прикладів та задач, що сприятимуть відпрацюванню вмінь використання формул для обчислення площі та периметра різних типів многокутників, їх графічної побудови та інших релевантних практичних операцій.

Далі представлено низку практичних рекомендацій, покликаних сприяти розвитку прикладних навичок здобувачів освіти під час вивчення теми «Многокутники». Школярі мають можливість використовувати різноманітні конструкційні набори (наприклад, модульні системи, будівельні блоки) для моделювання різних багатокутників та глибинного вивчення їхніх властивостей. Такі засоби сприяють візуалізації морфології багатокутників та осмисленню принципів їхньої структуризації з окремих компонентів [34].

Дослідження геометричних форм. Учасники освітнього процесу можуть використовувати геометричні елементи для побудови різних багатокутників та дослідження їхніх властивостей. Наприклад, передбачається можливість компонування багатокутників із базових геометричних форм, таких як квадрати або трикутники, з подальшим вивченням властивостей отриманої фігури. Педагогічний фахівець може демонструвати різноманітні об'єкти (наприклад, віконні конструкції, дверні елементи, килимові покриття), що характеризуються багатокутною формою, застосовуючи їх як наочний матеріал у навчальному процесі. Це дозволить учням усвідомити фундаментальне значення знання властивостей багатокутників для розуміння та продукування різних об'єктів [6].

Застосування цифрових інструментів. Учні можуть інтегрувати різноманітні програмні засоби (наприклад, Geogebra) для поглибленого дослідження атрибутів геометричних многокутників та формування практичних вмінь. Зазначені цифрові інструменти здатні сприяти візуалізації різноманітних геометричних конфігурацій та забезпечувати умови для їх детального аналізу. Початковий етап навчального заняття має бути орієнтований на актуалізацію та формування теоретичних засад щодо тематики «Многокутники». Зокрема,

доцільно розглянути ключові атрибути многокутників, їхню типологію та фундаментальні параметри [31].

Принциповим є дотримання логічної послідовності презентації навчального контенту. Критичне значення має опанування здобувачами освіти фундаментальних характеристик геометричних полігонів, зокрема їхніх метрологічних параметрів (площа, периметр), структурних особливостей (кількість вершин) та метричних співвідношень (суми кутів), а також інших суттєвих атрибутів. Слід забезпечити системність у методологічних підходах до формування та інтерпретації завдань.

Процес формування уявлень про многокутники має ґрунтуватися на вже наявних в учнів знаннях. З огляду на це, доцільно проводити аналогії з планіметричними фігурами, які були предметом вивчення на початкових етапах освіти. Напередодні введення основних дефініцій та теоретичних положень щодо многокутників, необхідно актуалізувати всі раніше засвоєні визначення, оскільки використання аналогій сприяє ефективнішій асиміляції нових концепцій теми. Педагогу доцільно ілюструвати аналогічні зв'язки між дефініціями різних опуклих многокутників. Крім того, варто акцентувати увагу на аналогіях у процесі визначення неопуклих многокутників [24].

Розуміння многокутників відіграє фундаментальну роль у математичних та геометричних дисциплінах, а також у різноманітних інженерних та технічних галузях. Їх глибоке дослідження сприяє формуванню чіткого усвідомлення геометричних форм та просторових конфігурацій, що знаходить широке практичне застосування в численних прикладних сферах.

1.3. Аналіз сучасних цифрових інструментів для навчання теми «Многокутники»

В умовах сьогодення, в процесі освоєння теми «Многокутники», існує значне розмаїття цифрових платформ, які можуть бути ефективно використані

для навчально-пізнавальної діяльності та наукових досліджень цієї предметної галузі. Нижче наведено опис деяких із цих систем:

1. Комп'ютерні програми для інтерактивної роботи з геометричними об'єктами. Зокрема, такі системи, як Geogebra або Sketchpad, надають користувачам функціонал для конструювання, візуалізації та аналізу многокутників. Також ці інструменти є цінними у вирішенні комплексних завдань та для наочного представлення численних властивостей многокутників.

2. Віртуальні інтерактивні платформи. Застосування таких інструментів, як Jamboard або Miro, надає користувачам можливість маніпулювати графічними елементами та здійснювати синхронну кооперацію. Цей функціонал сприяє оптимізації освітнього процесу та підвищенню ефективності взаємодії зі здобувачами освіти у контексті освоєння полігональних фігур.

3. Мультимедійні навчальні матеріали та дистанційні курси. Відеолекції, доступні на таких освітніх платформах, як YouTube або Coursera, відзначаються значним потенціалом для поглибленого вивчення зазначеної теми. Вони дозволяють візуалізувати різноманітні підходи та методики конструювання й аналізу полігональних фігур. Крім того, комплексні онлайн-програми можуть інтегрувати інтерактивні завдання та практичні вправи, що сприяє формуванню глибокого та всебічного розуміння предметного матеріалу.

4. Мобільні інтерактивні застосунки, зокрема програмні продукти на кшталт Polygrams або Polygon, надають користувачам можливість моделювати та досліджувати полігональні структури безпосередньо на портативних цифрових пристроях [29, с. 47].

Далі буде розглянуто окремі цифрові ресурси, призначені для опанування теми «Многокутники» в закладах загальної середньої освіти:

1. Mathigon – це цифрова навчальна платформа, яка пропонує комплексний онлайн-курс з математики, що охоплює розділ геометрії, зокрема вивчення багатокутників. Ресурс надає безоплатні інструментарії, навчальні модулі та інтерактивні елементи (маніпуляції), спрямовані на підвищення інтерактивності дистанційного навчання та стимулювання зацікавленості учнів.

2. Khan Academy – неприбуткова освітня інституція, заснована у 2006 році з метою надання якісної освіти кожному, незалежно від місця розташування, шляхом розробки відеолекцій, доступних на платформі YouTube. Крім коротких відеоматеріалів, онлайн-платформа організації містить практичні вправи та дидактичні матеріали для педагогічних працівників, включаючи значний обсяг відеоуроків та завдань, призначених для вивчення багатокутників [15].

3. Cabri – є програмним комплексом, орієнтованим на динамічну геометрію, що призначений для підтримки викладання та вивчення геометрії та тригонометрії. Платформа Cabri надає розширену бібліотеку завдань, спрямованих на вивчення многокутників. Окремим модулем є Cabri 3D – програмний додаток, призначений для моделювання та аналізу тривимірних геометричних об'єктів (рис. 1.4). Він забезпечує школярам можливість інтерактивної взаємодії з просторовими об'єктами, їхньої трансформації та детального дослідження їхніх властивостей. Ключові функціональні можливості даного програмного забезпечення охоплюють конструювання та маніпуляції з тривимірними фігурами, динамічний аналіз геометричних характеристик, а також підтримку збереження та експортування проектів. Серед основних переваг системи варто виокремити інтуїтивно зрозумілий користувацький інтерфейс, високу якість візуалізації та виражену інтерактивність. Водночас, до його недоліків належать його комерційна природа, значна вартість ліцензії та обмежена мовна локалізація [20].

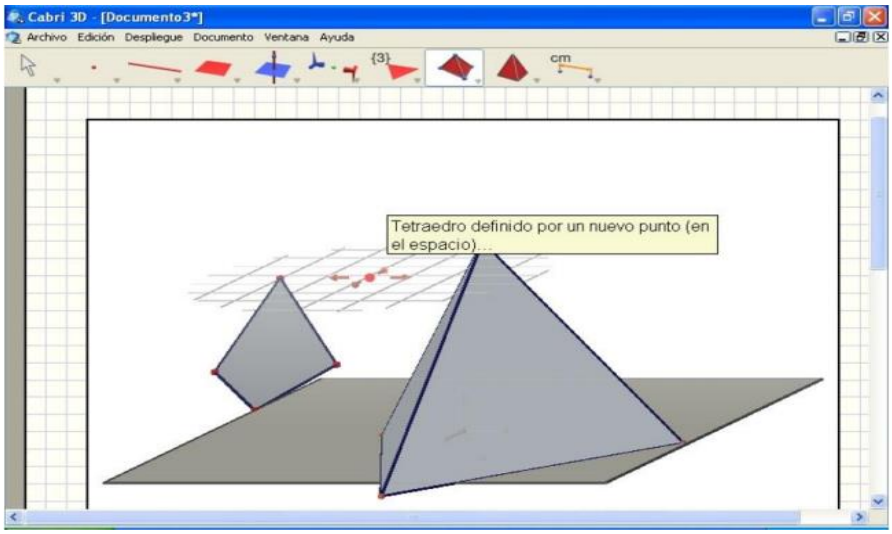


Рис. 1.4. Приклад роботи Cabri 3D [20].

4. Sketchpad є спеціалізованим веб-орієнтованим засобом для графічної візуалізації. Він особливо зручний для створення графічних репрезентацій, що містять перерізи або численні прямі елементи, які можуть бути диференційовані за кольором. Надає можливість конструювати та модифікувати деталізовані тривимірні моделі, котрі можуть бути ефективно використані для вивчення стереометрії (рис. 1.5). Додатково, система оснащена інтерактивними інструментами для маніпуляції об'єктами та функцією експорту до різних форматів даних. Серед її ключових переваг слід виділити: потужний інструментарій для моделювання, ергономічний інтерфейс користувача та доступність безкоштовної версії з базовим функціоналом. Водночас, їй притаманні й певні недоліки, такі як висока ціна комерційної версії та значна складність освоєння для новачків [15].



Рис. 1.5. Приклад роботи SketchUp

Джерело: [15].

5. GeoGebra є вільним програмним забезпеченням, призначеним для викладання та вивчення математичних дисциплін. Воно функціонує як динамічне геометричне середовище, що надає користувачам можливість конструювати та маніпулювати геометричними об'єктами, а також створювати інтерактивні візуалізації (рис. 1.6). Цей інструмент знаходить застосування в різноманітних галузях математики, зокрема для виконання класичних побудов за допомогою циркуля і лінійки, а також для моделювання многокутників. GeoGebra здобула

широке міжнародне визнання та активно використовується в освітньому та науковому середовищі по всьому світу. Завдяки функціоналу даного програмного комплексу можливо генерувати високоякісні та графічні репрезентації зокрема таких об'єктів як діаграми, геометричні фігури та графіки функцій. Програма GeoGebra вирізняється низкою ключових характеристик:

– універсальність розгортання та доступність, що передбачає її ефективне застосування у різноманітних освітніх середовищах – від аудиторних занять до самостійної роботи вдома – незалежно від специфіки технічного оснащення;

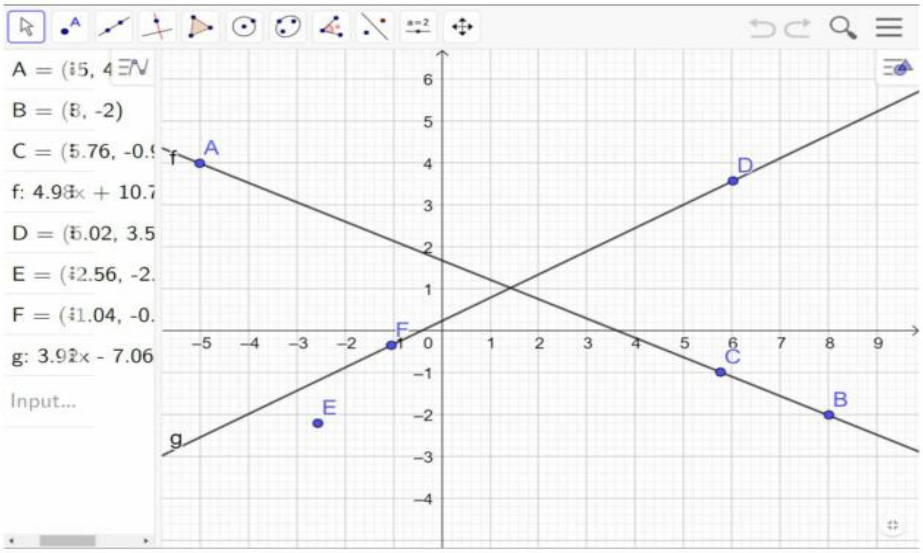


Рис. 1.6. Інтерфейс «GeoGebra»

Джерело: [22, с. 294].

– сприяння оптимізації процесу засвоєння математичних знань і розвитку навичок, а також посилення можливостей учнів щодо навчального матеріалу;

– підтримка діяльнісного та евристичного підходів у педагогічній практиці; стимулювання навчальної мотивації учнів, що проявляється у можливості розробки креативних завдань та організації проєктної діяльності;

– інтеграція сучасних інформаційних технологій для ефективного моделювання та візуалізації математичних концепцій [24, с. 127].

Програмний комплекс GeoGebra характеризується широким спектром інструментів, що знаходять застосування як в алгебраїчному, так і в геометричному аналізі. До основного функціоналу належать: конструкція

різноманітних геометричних об'єктів у двовимірному просторі; визначення площ замкнутих плоских фігур, таких як многокутники, круги, еліптичні сегменти та сектори; обчислення метричних характеристик, включаючи кутові величини, довжини відрізків, периметри полігонів, норми векторів та відстані між точкою і прямою; реалізація геометричних перетворень на площині: симетрії (центральної та осьової), ротації, гомотетії та трансляції; ідентифікація точок перетину геометричних фігур; локалізація ключових точок об'єктів, зокрема середин відрізків та центрів кривих другого порядку (кіл, еліпсів).

Ключовою особливістю програмного забезпечення GeoGebra є його здатність до формування динамічних об'єктів, а саме геометричних конфігурацій, що піддаються модифікації (зміні) за умови збереження їхнього вихідного алгоритму побудови. Серед доступного інструментарію системи також представлені засоби для оперування багатокутниками (рис. 1.7).

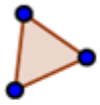
Зображення інструменту	Назва	Спосіб створення	Розширенні можливості
	Багато-кутник	Послідовно виберіть або створіть не менше трьох точок, які будуть вершинами багатокутника. Потім знову виберіть першу точку, щоб закрити багатокутник.	Функція многокутники має наступні можливості: «Многокутник» – побудова фігури, вершинами якої є певні точки. Останню точку фігури необхідно сполучити з першою. «Правильний многокутник» – даний інструмент будує правильний багатокутник за двома точками. Ці точки задають положення та довжину сторони. Далі вводиться кількість сторін.

Рис. 1.7. Один із стандартних інструментів середовища GeoGebra

Джерело: [31].

За умов відсутності необхідного інструментарію серед стандартних компонентів системи GeoGebra, користувачам надається можливість самостійно розробити та інтегрувати потрібні функціональні елементи. Взаємодія з цими користувацькими інструментами, включно з доступом та функціональним застосуванням, здійснюється ідентично до системних засобів, за допомогою уніфікованого піктографічного інтерфейсу. За замовчуванням, новостворені інструменти інтегруються в основне меню програми, отримуючи задані

користувачем назви та індивідуальні графічні позначення (піктограми). Вони групуються у відокремленому спадному меню і їх збереження має тимчасовий характер, обмежуючись поточною робочою сесією. Для піктограм передбачена підтримка стандартних графічних форматів (PNG, JPG, BMP). Функціональність створених інструментів реалізується на віртуальному полотні робочого простору. Програмний продукт GeoGebra характеризується низкою суттєвих переваг: безоплатне розповсюдження, розширений функціонал, багатомовна локалізація та кросплатформна сумісність. Однак, до його недоліків відносять значну криву навчання для користувачів-початківців та необхідність володіння специфічними знаннями для ефективного застосування.

Завдяки інтегрованим засобам динамічної візуалізації та графічного представлення, а також можливості побудови інтерактивних моделей досліджуваних об'єктів, використання GeoGebra стимулює учнів до дослідницької діяльності, сприяючи розвитку просторового мислення, логічного аналізу та формуванню навичок прогнозування результатів. Саме ці аспекти є ключовими для підвищення інтенсивності та продуктивності освітнього процесу з математики [24, с. 125].

Організація освітнього процесу з математики, зокрема у розділі «Многокутники», набуває значної ефективності за умови застосування диверсифікованих методик та підходів. З метою оптимізації засвоєння цієї тематики доцільним є інтеграція сучасних інтерактивних цифрових ресурсів та ПЗ (Geogebra, Cabri, Sketchpad, Mathigon, Khan Academy), які забезпечують наочну візуалізацію геометричних об'єктів для здобувачів освіти. Порівняльна характеристика зазначених програмних засобів представлена у табл. 1.4. Проведений аналіз поточних дидактичних ПЗ, демонструє, що кожне з розглянутих рішень характеризується як визначними перевагами, так і певними обмеженнями. Зокрема, програмний комплекс GeoGebra вирізняється широким спектром функціональних можливостей та є безкоштовним, однак його інтерфейс може бути визнаний неінтуїтивним, що створює певні труднощі для початківців. Cabri 3D, своєю чергою, відзначається високим рівнем візуалізації

об'єктів, проте його використання пов'язане з комерційною ліцензією. SketchUp надає потужні інструменти для тривимірного моделювання, але може виявитися складним у освоєнні для непідготовлених користувачів. Таким чином, створення нового дидактичного програмного забезпечення має враховувати згадані аспекти та прагнути до інтеграції найкращих характеристик наявних рішень, забезпечуючи при цьому оптимальну доступність, ергономічність та педагогічну ефективність у процесі засвоєння стереометричних концепцій.

Таблиця 1.4

Порівняльна характеристика окремих програм

Програма	Вартість	Інтерфейс	Функціональні можливості	Платформа	Мова
GeoGebra	Безкоштовно	Складний	Широкий	Усі	Багатомовна
Cabri 3D	Платно	Інтуїтивний	Висока якість візуалізації	Windows, Mac	Обмежена підтримка
SketchUp	Безкоштовна / Платна	Зручний	Потужні інструменти для моделювання	Windows, Mac	Англійська

Джерело: [20; 25].

Навчальні заняття з тематики «Многокутники» доцільно структурувати з інтеграцією ігрових компонентів, зокрема вікторин, логічних завдань та інших інтерактивних форм діяльності. Це сприятиме активізації пізнавальних процесів та формуванню критичного мислення у здобувачів освіти. З метою підвищення мотиваційного потенціалу школярів до освоєння цього розділу передбачається використання прикладів із повсякденного життя. Крім того, необхідно забезпечити індивідуалізований підхід до кожного суб'єкта освітнього процесу, а також створити умови для самостійної роботи з навчальним матеріалом. Загалом, дидактична організація вивчення розділу «Многокутники» має характеризуватися багатогранністю та стимулюючим характером, що забезпечить ефективне опанування матеріалу та формування стійкого пізнавального інтересу в учасників освітнього процесу.

РОЗДІЛ 2
МЕТОДИЧНА СИСТЕМА ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «МНОГОКУТНИКИ» В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ ГЕОМЕТРІЇ

2.1. Методи та прийоми формування пізнавальної активності учнів при вивченні многокутників

Для оптимізації освітнього процесу з тематичного блоку «Многокутники» доцільно застосовувати різноманітні педагогічні підходи та методики стимулювання пізнавальної активності школярів. Насамперед варто відзначити метод проєктів, який виступає дієвим інструментом навчання, який сприяє формуванню креативного мислення та розвитку аналітичних здібностей учнів. Далі буде представлено аналіз кількох прикладів проєктних робіт із зазначеної теми, а також огляд потенційних платформ для їх практичної реалізації. Як ілюстрацію, можна розглянути проєкт «Многокутники в архітектурі». У його межах здобувачі освіти можуть досліджувати види многокутників, що використовуються в архітектурних спорудах, та їхній вплив на візуальне сприйняття будівель. Передбачається створення макету архітектурного об'єкта з використанням вивчених геометричних фігур, з подальшим порівнянням із фотографіями реальних споруд. Для технічної підтримки та презентації результатів проєктування можливе використання онлайн-платформ, таких як Google Sites або Wix, де будуть розміщені візуальні матеріали та детальний опис архітектурних об'єктів. Приклад такого проєкту наведено на рис. 2.1.

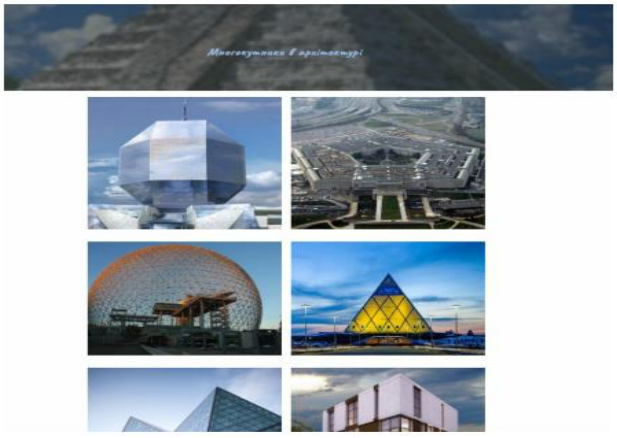


Рис. 2.1. Приклад проєкту «Многокутники в архітектурі» [32].

Альтернативна проєктна пропозиція зосереджена на темі «Полігони в геометрії». Учасникам пропонується провести ґрунтовне дослідження характерних ознак різноманітних полігонів та виконати їхній компаративний аналіз. Передбачається розробка дидактичних матеріалів (зокрема, відеоконтенту, мультимедійних презентацій, інтерактивних завдань) з метою ілюстрації та деталізації властивостей полігонів, а також їхніх практичних аспектів застосування. З метою ефективної імплементації даного проєкту, доцільним є використання цифрової освітньої платформи Edpuzzle для розробки відеолекцій, які б докладно висвітлювали базові концепції полігонів і містили інтерактивні елементи для верифікації засвоєного матеріалу (рис. 2.2).

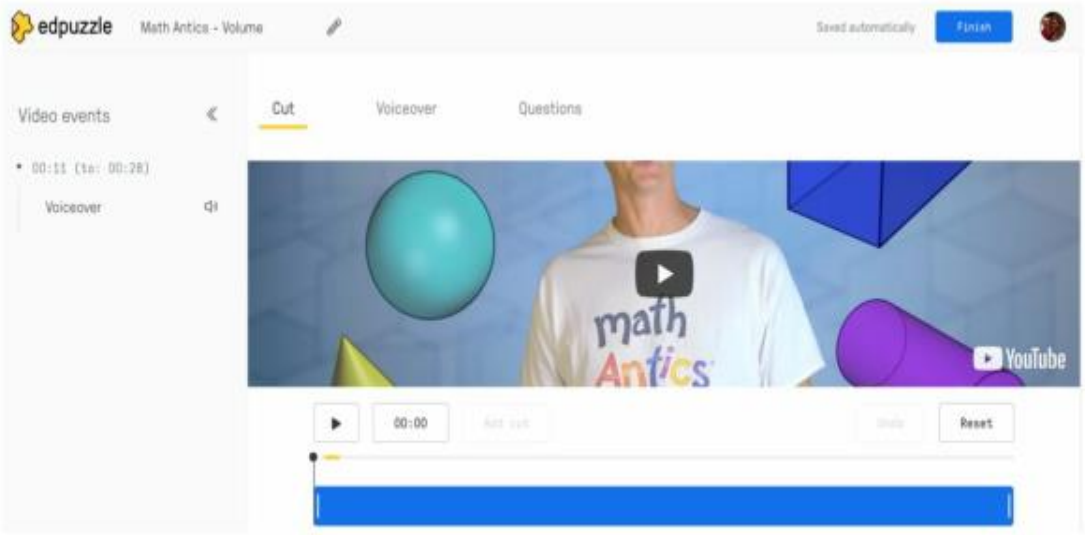


Рис. 2.2. Приклад проєкту «Многокутники в геометрії»

Джерело: [33].

Передбачається можливість надання учням проєктного завдання, що стосується вивчення багатокутників у природі. Це передбачає дослідження ними різноманітних природних об'єктів та явищ, які демонструють наявність полігональних форм, зокрема кристалічних структур, морфології рослинних листків, архітектури павутиння тощо. Серед потенційних завдань, які можуть бути включені до проєкту, — розробка оригінальної багатокутної фігури. Діти можуть презентувати власну інтерпретацію многокутника, дотримуючись при цьому попередньо встановлених критеріїв (наприклад, величини кутів, кількості

сторін, габаритних розмірів). Для реалізації цього компоненту можуть бути задіяні як класичні інструменти креслення (олівці, лінійки, циркулі), так і спеціалізоване ПЗ для комп'ютерів або портативних пристроїв, наприклад, GeoGebra або Sketchpad (рис. 2.3). З метою посилення мотивації учнів та активізації їхньої залученості до роботи над проєктом, доцільно передбачити організацію конкурсу на найкращу розроблену багатокутну фігуру, із подальшим врученням заохочувальних нагород та почесних грамот учасникам.

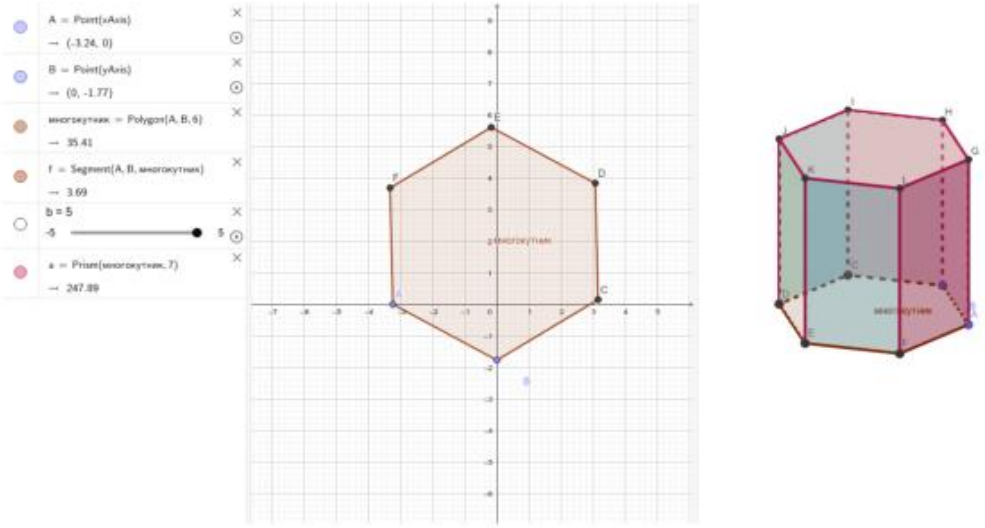


Рис. 2.3. Приклад проєкту по створенню учнями власного многокутника
Джерело: [29].

Різноманітні завдання на тему «Многокутники» можна застосовувати й в цілях підготовки учнів до НМТ. До переліку завдань, що можуть бути інтегровані в тестове випробування, входять: оцінювання метричних параметрів многокутників (площі та периметра), визначення їхніх структурних елементів (кутів та довжин сторін), здійснення порівняльного аналізу та систематизації многокутників за визначеними критеріями, а також розв'язання задач прикладного характеру, що стосуються геометрії многокутників.

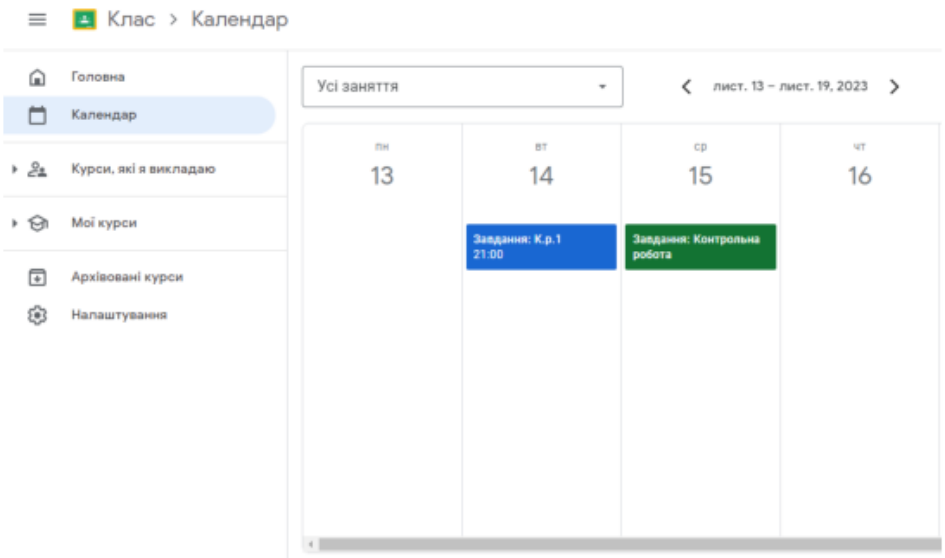
Іншим дієвим методом виступає метод проблемного навчання. Його суть полягає у залученні учнів до опрацювання різноманітних проблемних завдань, що вимагають інтеграції знань та навичок для пошуку рішень. Ці завдання сприяють опануванню нової інформації та розвитку критичного мислення при подоланні комплексних викликів. Наочним прикладом є проєктна робота, як-от

«Дослідження многокутників», в рамках якої діти проводять емпіричні дослідження, здійснюють збір та систематизацію інформації, розробляють презентаційні матеріали, захищають свої висновки, відповідаючи на запитання.

Метод проблемного навчання виступає однією з високопродуктивних педагогічних стратегій, яка передбачає ініціювання навчальних ситуацій, де школярі активно залучаються до дослідницького аналізу проблем та самостійного пошуку їхніх оптимальних рішень. Такий підхід суттєво активізує їхню пізнавальну активність та детермінує розвиток аналітичного і критичного мислення. В контексті освітнього процесу з опанування теми «Многокутники» доцільно ініціювати розгляд таких ключових проблемних аспектів: визначення фундаментальних властивостей многокутників; класифікація та типологічні особливості многокутників; методики обчислення площі та периметра цих геометричних фігур; аналіз характеристик рівнобедреного трикутника [18].

Задля успішної імплементації методології проблемно-орієнтованого навчання доцільно залучати широкий спектр освітніх платформ та дидактичних ресурсів. До таких інструментів належать:

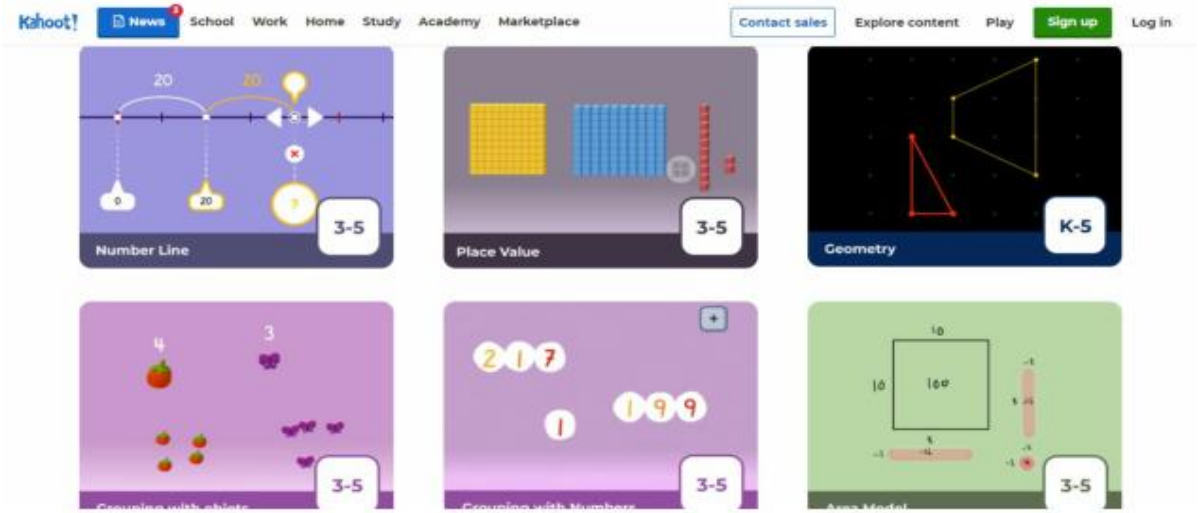
1. Цифрова платформа Google Classroom, що забезпечує функціонал для розробки та модифікації навчальних завдань, організації взаємодії зі здобувачами освіти та моніторингу й оцінювання їхніх академічних результатів.



2. Платформа Edpuzzle – забезпечує інструментарій для створення інтерактивних відеоматеріалів та організації контролю знань учнів за допомогою

варіативних форматів тестових завдань. Це сприяє підвищенню ефективності засвоєння та глибокому осмисленню навчального матеріалу.

3. Цифрова онлайн-платформа Kahoot! надає функціонал для розробки інтерактивних оцінювальних завдань та гейміфікованих навчальних матеріалів з метою інтенсифікації когнітивної активності школярів [20].



Для організації дистанційного освітнього процесу ефективно застосовується відеоконференцзв'язок, що реалізується за допомогою різноманітних цифрових платформ, зокрема Zoom, Skype, Microsoft Teams та інших аналогічних сервісів. Іншим дієвим засобом стимулювання когнітивної активності здобувачів освіти є інтеграція ігрових методів (табл. 2.1). Для реалізації дистанційної форми освіти доцільно застосовувати й різноманітні цифрові навчальні платформи, які надають можливості для публікації освітніх ресурсів з метою автономного опанування та розробки завдань для об'єктивної оцінки навчальних досягнень здобувачів освіти [8, с. 134].

Також відзначимо метод проходження станцій. Згідно цього методу, учні мають можливість опрацьовувати різноманітні автономні робочі зони (станції), кожна з яких передбачає виконання дидактичних завдань з різних концептуальних та практичних аспектів тематичного блоку «Многокутники». Зокрема, одна з таких станцій може бути присвячена графічній побудові багатокутних фігур, інша – метричному аналізу їхніх сторін та кутів, а третя – формуванню навичок розв'язання прикладних задач. Серед дидактичних засобів,

що можуть бути застосовані для ефективної реалізації даної методики щодо означеної теми, варто виділити: методичні матеріали для обчислення периметра та площі багатокутників; інформаційні довідники або картки з деталізацією класифікації багатокутників та їх характеристик; друковані завдання, спрямовані на визначення кутових величин та довжин діагоналей багатокутників; мультимедійні презентації тощо [5, с. 87].

Таблиця 2.1

Приклади використання ігрових методів під час вивчення теми «Многокутники»

Назва гри	Коротка характеристика
Гра «Многокутників лабіринт»	Учні розв'язують завдання та проходять різні рівні, щоб досягти кінцевої мети. Наприклад, гра «Побудуй многокутник», де учні повинні побудувати многокутник за заданими характеристиками. Цей метод може бути особливо корисним для вивчення понять, таких як «периметр» та «площа».
Комп'ютерна гра «Многокутниковий світ»	Ця гра створена для підтримки вивчення основ многокутників і використовується в процесі очного та дистанційного навчання. Гра складається з різних рівнів складності, де гравці повинні складати многокутники з різних форм та розмірів. Гра допомагає учням підвищити своє розуміння форм і властивостей многокутників.
Гра-вікторина «Многокутниковий геній»	Гра може бути використана для організації учнів в групи та проведення змагань між ними. Учасники отримують питання з теми «Многокутники», на які потрібно дати відповідь якнайшвидше. Гра допомагає учням не тільки вивчити теоретичний матеріал, але й навчитися швидко реагувати на запитання.

Джерело: [11].

Щодо цифрових платформ, придатних для реалізації методики станційного навчання, доцільно виділити такі: Google Classroom – як інструмент для систематизації та дистрибуції навчально-методичних ресурсів і контрольних завдань в умовах дистанційного освітнього процесу; Microsoft Teams – з метою забезпечення синхронної комунікації та інтерактивної взаємодії учасників освітнього процесу через відеоконференції у віддаленому форматі; Kahoot! – для здійснення гейміфікованих контрольних завдань та інтерактивних опитувань, спрямованих на моніторинг засвоєння матеріалу; [15] Padlet – з метою конструювання віртуальних інтерактивних робочих просторів, що слугують для публікації та колективного обміну дидактичними матеріалами.

При імплементації методу навчальних станцій у процесі вивчення розділу «Многокутники» доцільно інтегрувати наступні категорії завдань: ідентифікація та систематизація різноманітних видів многокутників; визначення периметричних та площинних характеристик многокутників на основі наданих метричних параметрів; розв'язання комплексних задач, що ґрунтуються на аналізі властивостей многокутників.

Ще одним методом є метод досліджень. А саме, даний підхід передбачає проведення дітьми дослідницької роботи в межах теми «Многокутники». Об'єктами дослідження можуть бути питання, пов'язані з визначенням екстремальних значень площі для різних конфігурацій многокутників, аналізом їхньої розкладності на складові елементи та вивченням впливу цього процесу на їхні метричні характеристики. Для цього можуть бути використані різноманітні методологічні інструменти, зокрема компаративний аналіз, емпіричні дослідження та обчислювальні методи. Імплементація такої стратегії сприятиме поглибленій залученості учнів до опанування навчального матеріалу, сприятиме всебічному вивченню багатогранних аспектів тематики, а також формуванню навичок самостійного пошуку та критичного аналізу інформації. Матеріально-методичне забезпечення для реалізації зазначеного дослідницького підходу може включати створення тематичних веб-ресурсів, віртуальних семінарів, дистанційних освітніх курсів тощо, що акумулюють відомості щодо многокутників, їхніх властивостей та потенційних сфер застосування. Здійснення дослідницької діяльності може бути ефективно організовано за допомогою різноманітних цифрових освітніх платформ, як-от Google Classroom, Microsoft Teams, Moodle [20]. Ілюстрації інтеграції методу досліджень у процес вивчення розділу «Многокутники» наведено в табл. 2.2.

Застосування методів візуалізації, що охоплюють використання різноманітних графічних репрезентацій (зокрема, діаграм, схем, таблиць та інших візуальних форматів), сприяє глибшому розумінню учнями концепцій, пов'язаних із багатокутниками.

Таблиця 2.2

Приклади включення методу досліджень під час вивчення теми «Многокутники»

Назва напряму дослідження	Коротка характеристика
Дослідження властивостей різних типів многокутників	Учні можуть дослідити, які властивості спільні для всіх многокутників, наприклад, сума всіх внутрішніх кутів дорівнює 180° × (n-2), де n – кількість сторін многокутника. Учні можуть також дослідити, які властивості відрізняють різні типи многокутників, наприклад, у рівнобічного трикутника всі сторони мають однакову довжину.
Дослідження зв'язку між многокутниками та іншими геометричними фігурами	Учні можуть дослідити, які многокутники можна скласти з різних комбінацій прямокутників, трикутників та інших геометричних фігур, а також які геометричні фігури можна отримати, якщо відобразити многокутник відносно деякої вісі чи точки.
Дослідження застосування многокутників в реальному житті	Учні можуть дослідити, які многокутники використовуються в архітектурі, дизайні, інженерії та інших галузях; які методи використовуються для обчислення площі та периметра різних типів многокутників.

Джерело: [33].

Ілюстративний перелік прийомів візуалізації для теми «Многокутники», а також рекомендовані інструменти для створення відповідних візуальних матеріалів, наведено в табл. 2.3.

Таблиця 2.3

Приклади інструментів, які вчитель може застосовувати для створення візуальних матеріалів по темі «Многокутники»

Назва графічних інструментів	Коротка характеристика
Графічні організатори	Включають такі як діаграми Венна, мінд-мапи, таблиці тощо. Наприклад, можна створити мінд-мапу, де кожна гілка представляє різні типи многокутників та їх характеристики.
Відео та анімація	Ці засоби можуть допомогти учням краще зрозуміти поняття та властивості многокутників. Наприклад, можна створити відео з демонстрацією побудови та властивостей різних многокутників.
Інтерактивні засоби	Зокрема це віртуальні маніпулятори та інтерактивні додатки. Наприклад, можна створити віртуальний маніпулятор, який дозволить учням побудувати різні типи многокутників та експериментувати з їх властивостями.
Ілюстрації та фотографії	Можуть бути використані для демонстрації різних типів многокутників в реальному світі. Наприклад, можна показати фотографію будівлі з різними типами многокутників у її архітектурі
Графіки та діаграми	Можуть бути використані для демонстрації стосунків між різними типами многокутників. Наприклад, можна побудувати діаграму, яка показує, які типи многокутників мають спільні властивості.

Джерело: [29].

Додатково акцентуємо увагу на значущості стратегій активного опрацювання текстової інформації. Учні мають змогу ефективно взаємодіяти з навчальними матеріалами та додатковими джерелами, шляхом застосування різноманітних підходів задля оптимізації процесу засвоєння навчального змісту. Зокрема, використання методу SQ3R (сканування, формування питань, читання, відтворення інформації та її перегляд) є ефективним інструментом для поглибленого осмислення тематичного матеріалу. Конкретні зразки зазначених методик та відповідні навчальні завдання для їх реалізації під час активного читання представлено в табл. 2.4.

Таблиця 2.4

Приклади прийомів та завдання для виконання учнями під час активного читання

Назва прийому	Коротка характеристика
Визначення ключових термінів	Зверніть увагу на терміни, пов'язані з многокутниками, наприклад, кут, сторона, діагональ, периметр, площа, трикутник, чотирикутник та інші. Використовуйте словник, щоб зрозуміти їхні значення та зберегти цю інформацію для майбутнього використання.
Побудова зв'язків між ідеями	Зверніть увагу на зв'язки між різними аспектами многокутників, наприклад, на те, як кути і сторони взаємодіють один з одним для створення різних фігур.
Використання контексту	Спробуйте розуміти конкретний контекст, в якому зустрічається інформація про многокутники. Наприклад, які проблеми можуть виникнути при розрахунках периметру та площі многокутників у реальних ситуаціях.
Генерування питань	Завдання полягає в тому, щоб генерувати питання, відповіді на які можна знайти в тексті. Цей підхід допомагає зосередитися на головних ідеях та допомагає відсіяти незначну інформацію. Можливі завдання для активного читання: 1. Пошук та виділення ключових термінів, або створення словникового запасу для подальшого використання; 2. Створення схеми для відображення зв'язків між ідеями; 3. Придумування запитань, на які можна знайти відповіді в тексті.

Джерело: [17].

Отже, розробка навчально-методичних матеріалів для опанування тематики «Многокутники» загалом передбачає створення диференційованого спектру засобів навчання, таких як відеолекції, мультимедійні презентації, інтерактивні вправи та контрольні завдання, дистанційні курси тощо. Інформаційно-освітнє середовище для вивчення зазначеної теми може бути

реалізоване за допомогою різноманітних платформ, зокрема Google Classroom, Moodle, Edmodo, Schoology, Microsoft Teams та інших систем управління навчанням. Типологія завдань для опрацювання теми «Многокутники» охоплює широкий спектр вправ, що включають конструктивні завдання з побудови многокутників, розв'язання метричних задач, пов'язаних з визначенням довжин сторін та величин кутів, обчислення периметрів та площ многокутників, а також дослідження та аналіз їхніх властивостей.

2.2. Методика вивчення властивостей многокутників та обчислення їх площ

Тематика многокутників становить інтегральну складову всього курсу планіметрії. При переході до стереометрії змістовне наповнення даного поняття значно розширюється, що обумовлює введення додаткових дефініцій та концепцій. Такий простий многокутник як трикутник виступає об'єктом дослідження здебільшого при вивченні геометрії в 7-му класі. Далі трикутник слугує способом вивчення багатьох інших геометричних фігур.

Чотирикутники становлять один із фундаментальних розділів курсу планіметрії, де вивчені характеристики трикутників (зокрема, їхні дефініції та критерії конгруентності) знаходять широке застосування. Паралельно цьому процесу здійснюється розвиток логічного мислення здобувачів освіти; аналізуються властивості та диференційні ознаки різних типів чотирикутників. Без залучення концепції «еквівалентних визначень» доцільно запропонувати здобувачам освіти сформулювати дефініції певних класів чотирикутників, модифікуючи родове поняття та інші атрибути [9].

Кваліфікований педагог структурує навчальний процес таким чином, щоб учні самостійно формулювали гіпотези щодо властивостей аналізованої геометричної фігури та активно долучалися до пошуку методів їх обґрунтування. Якщо діти з високим рівнем академічної підготовки, котрі демонструють підвищену зацікавленість у математичних дисциплінах, проявляють значну

творчу активність на початкових етапах освоєння тематики, то спеціальної педагогічної уваги потребують інші категорії здобувачів освіти. На етапі планування навчальних занять викладачу необхідно враховувати специфіку когнітивної діяльності різних груп школярів. Особливо значна диференціація в рівні засвоєння навчального матеріалу спостерігається на етапі ініціювання нової предметної області.

Підбір дидактичних матеріалів для візуалізації концепції чотирикутників потребує значної уваги. Педагог має ретельно продумувати стратегію та методику їхнього застосування. Типовою помилкою учнів є ігнорування ключових властивостей, що диференціюють різні типи чотирикутників. У таких випадках педагог повинен оперативно наводити контрприклади, демонструючи моделі чотирикутників, які відповідають сформульованим здобувачами освіти визначенням, але не відображають їх сутності. Активне моделювання чотирикутників (виготовлення їхніх фізичних моделей здобувачами освіти) має слугувати стимулом для глибокого осмислення та ідентифікації їхніх властивостей. Особливої уваги потребує аналіз системи навчальних завдань, що містяться у відповідному дидактичному посібнику [6, с. 8].

Нерівномірна педагогічна цінність навчальних завдань свідчить про недоцільність прагнення педагога до максимально можливої кількості розв'язаних вправ за певною темою. Натомість, необхідно здійснити ґрунтовний аналіз усіх доступних завдань з метою відбору ключових елементів. До таких елементів належать: базові завдання; завдання, що допускають багатоваріантні методи розв'язання; завдання, що інтегрують результати попередніх фундаментальних задач; а також ті, чиї методи розв'язання або кінцеві результати сприяють формуванню внутрішньопредметних та міжпредметних зв'язків. Такий ретельний попередній розгляд задачного матеріалу дозволяє оптимізувати планування освітнього процесу, забезпечуючи досягнення встановлених навчальних цілей з мінімальними витратами часу та зусиль. Для підвищення валідності та наочності результатів подібного аналізу доцільно використовувати

компактну систему вправ з обмеженою кількістю елементів (наприклад, у межах теми «Трапеція») [1].

Підсумкові заняття та комплексні огляди знань з певної тематики здобули значне поширення в освітній практиці. Зокрема, доцільним є проведення такого заняття з теми «Чотирикутники». Основний обсяг роботи реалізується на підготовчому етапі, що передбачає можливість організації групової діяльності учнів. Питання та завдання до заняття розміщуються на відповідних інформаційних платформах (шкільний вебсайт, персональний сайт педагога) або безпосередньо в навчальному приміщенні. Педагог здійснює координацію навчального процесу, проводить попереднє опитування груп та готує їх до підсумкової атестації [12].

Організація самостійної навчальної діяльності учнів за темою «Многокутники» є одним із ключових аспектів, що вимагає безперервної уваги з боку викладача. Серед застосовуваних методик – створення моделей, реалізація дослідницьких проектів, а також комплексне вирішення та проектне оформлення тематичних завдань тощо. Специфіка учнівського контингенту, педагогічні пріоритети викладача, матеріально-технічне забезпечення навчального приміщення та низка інших чинників визначають формат і зміст цих видів діяльності, а також ефективність їх імплементації в освітній процес.

Навчальна програма з геометрії для 8-го класу передбачає вивчення чотирьох основних тем: Т. 1. Чотирикутники; Т. 2. Подібність трикутників; Т. 3. Розв’язування прямокутних трикутників. Т. 4. Многокутники. Площа многокутника [23].

Серед основних типів багатокутників доцільно виокремити трикутник, паралелограм, прямокутник, квадрат і трапецію. Для виведення їхніх площ часто послуговуються двома фундаментальними лемами:

Лема 1. Для довільних додатних чисел a та b (довжин відрізків) існує прямокутник, виміри якого (довжини суміжних сторін) становлять відповідно a та b.

Лема 2. Якщо крізь довільну точку, розташовану на одній зі сторін прямокутника, проведено пряму, що є перпендикулярною (ортогональною) до цієї сторони, то зазначена пряма неминуче перетинає протилежну сторону прямокутника, розділяючи його на два окремі прямокутники [21].

У курсі планіметрії теоретичний апарат, що стосується площ геометричних фігур, ґрунтується на дедуктивній основі, спираючись при цьому на емпіричні та інтуїтивні уявлення про площу, сформовані у здобувачів освіти протягом початкової та середньої ланок навчання (1-6 класи). У 8-му класі концепція площі, згідно з навчальними посібниками [1; 14], запроваджується шляхом дефініції. При цьому в інтерпретації всіх геометричних величин та методології їх вимірювання дотримується уніфікований підхід, що включає такі принципи:

1. Конгруентні фігури володіють рівними значеннями відповідних величин (довжини, кутові міри, площі, об'єми).

2. Адитивність: якщо геометрична фігура декомпонується на складові елементи, то її загальна величина (довжина, кутова міра, площа, об'єм) еквівалентна сумі відповідних величин її частин.

3. Наявність одиниці вимірювання: передбачається існування еталонної фігури, відповідна величина якої приймається за одиницю (наприклад, одиничний відрізок, одинична кутова міра, а також квадрат і куб, сторони яких є одиничним відрізком).

Зазначені три властивості визначаються як аксіоми величин. На основі цього методологічного підходу у навчальних посібниках [1; 14] для учнів 8-го класу вивчаються такі концепції та принципи: дефініція площі багатокутника; фундаментальні властивості площинних вимірів; формули та методи обчислення площ прямокутника, паралелограма, трикутника та трапеції.

У представлених навчальних посібниках розглядається поняття еквівалентних за площею та рівноскладених многокутників. У джерелі [1] з метою обґрунтування формули для обчислення площі прямокутника висувається допоміжна лема, яка констатує, що площа квадрата зі стороною $\frac{1}{n}$ од. (n –

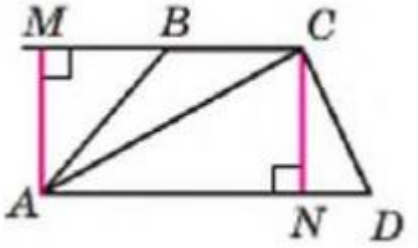
натуральне число) дорівнює $\frac{1}{n^2}$ од. Обґрунтування цього твердження здійснюється наступним чином: пропонується розглянути одиничний квадрат, який розбивається на n рівних квадратів зі стороною $\frac{1}{n}$. Відповідно до визначення площі многокутника (властивість 1), всі ці менші квадрати є еквівалентними за площею. Згідно з властивістю 2, сумарна площа цих квадратів відповідає площі одиничного квадрата, тобто $1 од.^2$ Отже, площа кожного з малих квадратів становить $\frac{1}{n^2} од.^2$. Далі здійснюється обґрунтування формули для обчислення площі прямокутника зі сторонами a і b, у випадку, коли ці сторони є раціональними числами. Спираючись на вищезазначену лему, доведення відповідної теореми не становить труднощів. Варто відзначити, що випадок, коли сторони прямокутника представлені ірраціональними числами, не розглядається в межах шкільної програми. Згідно з джерелом [14], відсутнє введення додаткової леми, і формула площі прямокутника не піддається строгому доведенню. Натомість, наводяться концептуальні міркування, що становлять підґрунтя для обґрунтування згаданої теореми.

Деривація формули для обчислення площі паралелограма базується на застосуванні формули площі прямокутника. У свою чергу, обґрунтування формули площі трикутника здійснюється за допомогою формули площі паралелограма. У процесі деривації теореми про площу паралелограма, як правило, демонструється можливість трансформації паралелограма шляхом дисекції на дві частини з подальшою їх рекомбінацією в прямокутник, що зберігає ту саму основу та висоту. Цей підхід є основою для виведення зазначеної формули [2].

Для дедукції формули обчислення площі трикутника, оптимальним підходом є доповнення заданого трикутника конгруентним йому трикутником, що призведе до формування паралелограма. При цьому обґрунтування такої допоміжної побудови ґрунтується на знаннях: оскільки доступними є лише формули площ прямокутника та паралелограма, постає питання, яким чином слід здійснити редукцію обчислення площі трикутника до цих базових форм.

У процесі вивчення теореми про площу трапеції, доцільно спонукати учнів до самостійного віднайдення відповідного доведення, з опорою на графічну ілюстрацію та шляхом застосування дослідницького підходу. Після завершення деривації формули площі трикутника, необхідно розглянути її ключові імплікації та наслідки. Наслідок 1: Площа прямокутного трикутника становить половині добутку його катетів: $S = \frac{1}{2}ab$

де a і b – катети прямокутного трикутника.



Наслідок 2: Площа ромба дорівнює половині добутку його діагоналей: $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$ де d1 і d2 – діагоналі ромба.

Наслідок 3: Площа рівностороннього трикутника зі стороною a обчислюється за формулою: $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Крім того, в межах даної теми досліджується співвідношення площ подібних трикутників [14].

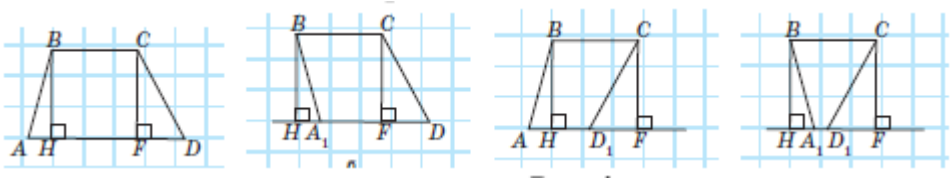
Подальше вивчення площ многокутників здійснюється на етапі навчання у дев'ятому класі в межах теми «Розв'язування трикутників», після опанування тригонометричних понять. У цьому контексті формулюються вирази для обчислення площ трикутників та чотирикутників.

Теорема. Площа трикутника визначається як половина добутку довжин двох його сторін на синус кута між ними. Під час доведення цієї теореми необхідно проаналізувати три характерні випадки, що відповідають гострокутному, тупокутному та прямокутному трикутникам. На основі цієї теореми формулюється наслідок стосовно визначення площі паралелограма. Виведення формули площі опуклого чотирикутника здійснюється шляхом розв'язання опорної задачі. Крім того, аналізується ще одна формула для

обчислення площі трикутника – формула Герона. Доведення зазначеної теореми ґрунтується на застосуванні раніше відомої формули площі трикутника, вираженої через тригонометричні функції, а також на наслідку з теореми косинусів, що визначає косинус кута, протилежного розглядуваній стороні [23].

Розв'язання завдань, пов'язаних з обчисленням площ многокутників, як правило, полягає у визначенні величин окремих елементів аналізованих фігур та подальшому застосуванні відповідних формул площ. У численних задачах, поряд із чисто геометричними підходами (зокрема, додатковими побудовами, використанням властивостей рівності фігур тощо), активно застосовуються також алгебраїчні методи. Останні включають формування рівнянь або систем рівнянь, що базуються на метричних залежностях між елементами фігури. Під час аналізу поставлених завдань необхідно акцентувати увагу на питанні, чи забезпечують наявні умови однозначне визначення взаємного розташування елементів відповідної геометричної фігури. Слід зазначити, що концепція площі та методики її обчислення можуть бути ефективно застосовані навіть у тих випадках, коли в умовах завдання пряма згадка про площу відсутня [11].

Задача. Визначте площу трапеції, якщо відомі наступні параметри: одна з основ трапеції становить 24 см, висота 12 см, а бічні сторони 13 см і 20 см.



Хід розв’язання задачі наведено в додатку Б.

Відповідь: 414 см2, або 354 см2, або 222 см2, або 162 см2.

2.3. Методична розробка (окремий урок)

Наведемо план-конспект одного з уроків математики, а саме на тему «Правильні многокутники та їх властивості». Основні цілі даного навчального заняття полягають в наступному:

– навчальна: забезпечення усвідомлення та засвоєння ключових концепцій щодо правильного многокутника та його центрального кута;

– розвивальна: сприяння розвитку практичних навичок застосування теоретичного матеріалу в процесі розв'язання типових та прикладних завдань; вдосконалення математичного мовлення, логічного мислення, концентрації уваги та формування самостійності у навчальній діяльності;

– виховна: формування культури оформлення математичних записів та графічних побудов; виховання толерантності та поваги до колегіальної думки.

Навчально-методичне забезпечення для проведення уроку: навчальний посібник з геометрії для 9-го класу, мультимедійні засоби візуалізації (презентаційні матеріали, проектор, персональний комп'ютер, демонстраційний екран).

Формат заняття: комбінований.

Використані літературні джерела:

1. А.П. Ершова, В.В. Голобородько… «Геометрія-9» , «Гімназія», 2017. [13]
2. Джерело: http://5fan.ru/wievjob.php?id=54395. Інтернет ресурс.

Девіз уроку можна описати словами французького архітектора Ле Корбюзьє: геометрія постає як фундаментальне творіння людського інтелекту, що незмінно викликає глибоке пізнавальне зацікавлення.

Далі більш детально опишемо процедуру проведення цього уроку.

І. Організаційний етап.

На початковому етапі заняття необхідно провести оцінку готовності здобувачів освіти до навчальної діяльності, зокрема, перевірити наявність та, за потреби, забезпечити їх необхідними креслярськими приладами. Метою цього є створення оптимальних умов для ефективної роботи та формування позитивного настрою до засвоєння матеріалу.

Для досягнення високих результатів у навчанні та ефективного засвоєння програмного матеріалу, школярам пропонується дотримуватися наступних ключових принципів:

– підтримувати стійку увагу та зосередженість на навчальному процесі;

– дотримуватися встановлених правил поведінки та дисципліни заняття;

– виявляти проактивну участь у дискусіях та практичних завданнях;

– дотримуватися принципів академічної доброчесності;

– демонструвати високий рівень зацікавленості та ентузіазму у вивченні нового матеріалу [5].

II. Актуалізація попередніх знань учнів. Здійснюється у вигляді вправи «Мікрофон». Учням задаються такі питання:

1. Сформулюйте визначення многокутника.

2. Перелічіть відомі вам види многокутників.

3. Який многокутник вважається елементарним?

4. Яка величина суми внутрішніх кутів трикутника?

5. Дайте визначення опуклого та неопуклого многокутників.

6. Наведіть приклади опуклих та неопуклих чотирикутників.

7. Сформулюйте формулу для обчислення суми внутрішніх кутів опуклого n-кутника.

8. Визначте поняття кола, описаного навколо многокутника.

9. Визначте поняття кола, вписаного у многокутник.

Далі передбачається виконання кількох усних вправ, зокрема таких:

1. Обчисліть суму внутрішніх кутів для: а) трикутника; б) чотирикутника; в) шестикутника; г) десятикутника.

2. Визначте кількість вершин (кутів) правильного многокутника, якщо відомо, що величина його зовнішнього кута дорівнює 30°.

3. Визначте місцезнаходження центра кола, описаного навколо прямокутника.

4. Проаналізуйте можливість вписування кола в ромб. Якщо така можливість існує, вкажіть розташування центра цього кола.

III. Мотивація навчальної діяльності.

Правильні багатокутники здавна приваблювали людство своєю естетичною досконалістю та незбагненністю, що притаманна ідеальним формам. Історично їм приписувалися сакральні, магічні та навіть цілющі властивості, що

підкреслювало їхнє особливе значення. Незважаючи на їхню повсюдну присутність у буденному житті, гармонійна будова цих фігур нерідко залишається поза свідомим сприйняттям. У межах поточного заняття буде розглянуто клас многокутників, відомих як правильні. Мета та практична значущість їхнього вивчення будуть детально розкриті у подальшому викладі матеріалу [27].

IV. Вивчення нового теоретичного матеріалу.

Дефініція правильних многокутників полягає в тому, що вони є опуклими полігонами, у яких усі сторони мають однакову довжину, а всі внутрішні кути є рівними за мірою. Можливо ви вже можете назвати правильні многокутники, які ми з вами вивчали?

Серед вже розглянутих геометричних фігур, можна ідентифікувати такі приклади правильних многокутників, як рівносторонній трикутник та квадрат. Оскільки ці конфігурації характеризуються опуклістю, для обчислення суми їхніх внутрішніх кутів може бути застосована загальновідома формула: 1800(n-2), де n позначає кількість сторін многокутника. Відповідно, щоб визначити градусну міру одного внутрішнього кута правильного n-кутника, необхідно розділити суму всіх кутів на їхню кількість: $\alpha_n = \frac{n-2}{n} 180^0.$

Центральний кут правильного многокутника – це кут, під яким одна сторона полігона спостерігається з його геометричного центру. Його величина обчислюється за формулою: $\alpha = \frac{360}{n}$

Правильні (регулярні) багатокутники мають значне значення не лише в геометрії, а й у таких галузях, як кристалографія, хімія та мінералогія. Їхні властивості активно використовуються архітекторами та дизайнерами. Визначення таких параметрів кола і круга, як довжина та площа, також ґрунтується на властивостях цих багатокутників [13].

Протягом історії фігури з рівними сторонами та кутами слугували елементами фамільних гербів середньовічної шляхти, обиралися символами

таємних спільнот. Дослідженню властивостей цих геометричних об'єктів присвячували свої праці видатні мислителі та науковці давнини.

Варто зазначити, що однією з класичних задач геометрії є проблема квадратури круга – конструювання квадрата, площа якого дорівнює площі заданого кола. Незважаючи на доведену неможливість такої побудови засобами циркуля та лінійки, вираз «квадратура круга» донині використовується для характеристики надскладних, а часто й нерозв'язних, завдань.

У контексті подальшого вивчення геометрії властивості правильних багатокутників допоможуть осягнути природу одного з фундаментальних геометричних перетворень – симетрії. Правильні багатокутники є теоретичними конструкціями, розробленими в межах математичної та геометричної науки. Однак у природних системах ідеальна відповідність цим абстрактним моделям зазвичай відсутня. Натомість спостерігаються об'єкти, що демонструють високий ступінь наближення до правильних багатокутників. Приміром, гексагональна структура бджолиних стільників характеризується майже ідеальними шестикутниками. У морфології багатьох рослин розташування верхівок пелюсток часто відповідає вершинам правильних багатокутників, а кристали сніжинок демонструють виразну шестипроменеву симетрію [30].

Подібним чином, грані деяких мінералів та кристалів часто приймають форми, близькі до правильних багатокутників. Зокрема, кристали хлориду натрію (кухонної солі) мають грані, що є практично ідеальними квадратами, тоді як грані кристалів алмазу можуть проявляти трикутну форму. Крім того, концепція правильних багатокутників широко використовується в інженерії та дизайні промислових виробів. Прикладами є конструкція головок кріпильних елементів, таких як болти та гайки, а також формоутворюючі матриці.

Які феномени навколишнього світу здатні викликати здивування? Розгляньмо, наприклад, питання: Чим зумовлена гексагональна форма бджолиних комірок у стільниках? З математичної точки зору, при збереженні певного об'єму, осередок у формі правильного шестикутника характеризується мінімальною площею поверхні в порівнянні з іншими правильними

багатокутниками, що дозволяють щільно замостити площину. Ця біоінженерна оптимізація дозволяє бджолам заощаджувати приблизно 2% воскового матеріалу. Обсяг воску, збережений при формуванні 54 комірок, є достатнім для створення однієї додаткової [28, с. 20].

Постає питання: Яким чином людство використовує властивість правильних багатокутників для безпроміжного покриття площин? Гексагональна конфігурація бджолиних стільників слугує яскравим природним прототипом та джерелом інспірації для людства. З огляду на оптимальність цієї форми з економічної та геометричної точок зору, її активно інтегрують у різноманітні сфери людської діяльності: у розробку інноваційних дизайнерських рішень, створення екологічних та композитних матеріалів, застосування у нанотехнологіях, оптимізацію архітектури мобільних стільникових мереж, технології виробництва та укладання підлогових покриттів (зокрема паркету), а також у будівельну інженерію тощо.

У 1974 році британський математик і фізик Роджерс Пенроуз розробив концепцію мозаїки, яка дозволяє, використовуючи лише два типи елементів відносно нескладної геометричної форми, створити аперіодичне покриття нескінченної площини [34].

V. Закріплення й осмислення викладеного матеріалу.

1. Виконання усних вправ, а саме: № 597 – 600.

2. Виконання письмових вправ, зокрема таких як: № 603 (на побудову), № 606 (колективно).

n = 5, тоді 1800(5 – 2) = 5400. Аналогічно 2 і 3 задачі. 2) 7200; 3)14400.

№ 607



Додаткові вправи:

1. Обчисліть периметр правильного n-кутника, довжина сторони якого становить 4 см, якщо: n = 5; 2) n = 8; 3) n = 10.

Робота учнів в парі: 2. Визначте величину внутрішнього кута правильного n-кутника за умови, що: 1) n = 5; 2) n = 12; 3) n = 18.

Кут правильного n-кутника знайдемо за формулою: $\alpha = \frac{180^\circ(n-2)}{n}$.

1) якщо $n = 5$, то $\alpha = \frac{180^\circ \cdot 3}{5} = 36^\circ \cdot 3 = 108^\circ$;

2) якщо $n = 12$, то $\alpha = \frac{180^\circ \cdot 10}{12} = 15\alpha \cdot 10 = 150^\circ$;

3) якщо $n = 18$, то $\alpha = \frac{180^\circ \cdot 16}{18} = 10^\circ \cdot 16 = 160^\circ$.

Відповідь: 1) 108°; 2) 150°; 3) 160°.

Завдання для колективного виконання:

3. Обчисліть розмір центрального кута правильного n-кутника за таких умов: 1) n = 20; 2) n = 24; 3) n = 10.

Центральний кут правильного многокутника знайдемо за формулою: $\alpha = \frac{360^\circ}{n}$.

1) якщо $n = 20$, то $\alpha = \frac{360^\circ}{20} = 18^\circ$; 2) якщо $n = 24$, то $\alpha = \frac{360^\circ}{24} = 15^\circ$;

3) якщо $n = 10$, то $\alpha = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$.

Відповідь: 1) 18°; 2) 15°; 3) 36°.

4. Визначити кількість сторін правильного багатокутника за умови, що величина його центрального кута становить: 1) 36°; 2) 120°; 3) 30°?

Якщо центральн кут б правильного n-кутника α, то з формули $\alpha = \frac{360^\circ}{n}$.

Маємо $n = \frac{360^\circ}{\alpha}$.

1) якщо $\alpha = 36^\circ$, то $n = \frac{360^\circ}{36^\circ} = 10$;

2) якщо $\alpha = 120^\circ$, то $n = \frac{360^\circ}{120^\circ} = 3$;

3) якщо $\alpha = 30^\circ$, то $n = \frac{360^\circ}{30^\circ} = 12$.

Відповідь: 1) 10; 2) 3; 3) 12.

Завдання для самостійного виконання.

5. Обчисліть величину внутрішнього кута правильного багатокутника за умови, що його зовнішній кут має задане значення: 1) 60°; 2) 26°; 3) 34°.

Якщо зовнішній кут правильного n-кутника α', то внутрішній кут $\alpha = 180° - \alpha'$ (сума суміжних кутів 180°).
1) якщо $\alpha' = 60°$, то $\alpha = 180° - 60° = 120°$;
2) якщо $\alpha' = 26°$, то $\alpha = 180° - 26' = 154°$;
3) якщо $\alpha' = 34°$, то $\alpha = 180° - 34° = 146°$.
Відповідь: 1) 120°; 2) 154°; 3) 146°.

Завдання для учнів, яке потрібно виконати в групі:

6. Завдання полягає в обчисленні кількості сторін правильного багатокутника, враховуючи наведені значення його внутрішнього кута: 1) 135°; 2) 150°; 3) 140°.

Якщо кут правильного n-кутника α, то з формули $\alpha = \frac{180°(n-2)}{n}$ маємо:

$\alpha n = 180°n - 360°$, $180°n - \alpha n = 360°$, $n(180° - \alpha) = 360°$, $n = \frac{360°}{180° - \alpha}$.

1) якщо $\alpha = 135°$, то $n = \frac{360°}{180° - 135°} = \frac{360°}{45°} = 8$;

2) якщо $\alpha = 150°$, то $n = \frac{360°}{180° - 150°} = \frac{360°}{30°} = 12$;

3) якщо $\alpha = 140°$, то $n - \frac{360°}{180 - 140°} = \frac{360°}{40°} = 9$.

Відповідь: 1) 8; 2) 12; 3) 9.

VI. Підсумок уроку.

VII. Рефлексія. Учні діляться своїми враженнями про урок.

1. Я дізнався…
2. Я зрозумів…
3. Мені сподобалось…
4. Мені не сподобалось…
5. Я навчився…
6. Мене зацікавило…
7. Я відчув труднощі…
8. Я не вмів, а тепер умію…

VIII. Завдання для самостійного виконання вдома:

1. Вивчити теоретичний матеріал, викладений у розділі V, параграфі 17.
2. Виконати завдання № 609 та супутню практичну задачу.
3. Визначити кількість сторін правильного багатокутника за заданою величиною його внутрішнього кута в кожному з наступних випадків: 1) 135°; 2) 150°; 3) 140°.

ВИСНОВКИ

Вивчення многокутників у шкільному курсі є важливим, оскільки це сприяє освоєнню учнями основних властивостей та ознак різних видів чотирикутників і правильних многокутників, а також формує навички застосування набутих знань для розв'язання різноманітних завдань. Належна організація занять з теми «Многокутники» сприяє кращому опануванню матеріалу учнями та підвищенню їхньої успішності.

У цьому дослідженні розглядаються методи викладання та підходи до стимулювання пізнавальної активності учнів під час вивчення даної теми. Було встановлено, що використання різноманітних педагогічних прийомів, дидактичних підходів і методик, навчальних стратегій та вдалий підбір навчальних завдань сприяють глибшому осмисленню математичних понять і розвитку аналітичних здібностей школярів. Також це допоможе зробити освітній процес більш продуктивним та зрозумілим для здобувачів освіти. Так, проблемно-орієнтований метод дозволяє активно залучати учнів до навчальної діяльності, працювати з конкретними ситуаціями та використовувати різні джерела інформації для успішного виконання завдань. Ігрові форми роботи роблять навчання більш захоплюючим та привабливим, що сприяє підвищенню мотивації учнів та посиленню їхнього інтересу до вивчення предмету. Метод роботи за станціями надає можливість учням опрацьовувати різнопланові завдання та здійснювати різні види діяльності, що допомагає формувати та розвивати багатогранні компетентності та вміння.

Використання дослідницького підходу надає учням можливість самостійно опановувати навчальний матеріал та залучати різноманітні джерела для здобуття знань. Це сприяє розвитку їхніх здібностей до аналізу, порівняння та систематизації інформації. Застосування методів візуалізації та технік активного читання робить процес засвоєння та запам'ятовування інформації більш дієвим і доступним для розуміння учнів.

З метою ефективного вивчення теми «Многокутники» доцільно використовувати різноманітні освітні платформи та ресурси, такі як підручники, електронні посібники, відеоуроки, аудіовізуальні лекції, онлайн-курси, інтерактивні навчальні активності та засоби контролю й оцінювання засвоєння знань тощо. При цьому важливо забезпечити відповідність навчальних завдань відповідному рівню складності. Ефективне функціонування та інтеграція цих ресурсів передбачає використання спеціалізованих цифрових освітніх платформ, зокрема систем управління навчанням (LMS) (наприклад, Google Classroom, Moodle, Schoology), а також платформ для розміщення аудіовізуального контенту (зокрема, YouTube та Vimeo).

Отже, було проаналізовано ключові засади, способи та організацію викладання математики, зокрема щодо теми «Многокутники». Отримані результати свідчать про те, що належне методичне забезпечення, правильна організація навчального процесу та застосування практико-орієнтованої системи навчання є основними складовими успішного вивчення математики учнями. Для досягнення ефективних показників у вивченні математики в загальноосвітній школі важливо застосовувати різноманітні методи викладання та активізації пізнавальної діяльності учнів. Використання варіативних завдань та багатогранних прийомів допомагає залучити учнів до активного пізнавального процесу, розвиває їхнє критичне мислення та формує самостійність.

Загалом, результати дослідження підкреслюють важливість комплексного підходу, що передбачає поєднання методичного забезпечення, організації освітнього процесу та практичної діяльності для ефективного опанування математичних дисциплін, зокрема теми «Многокутники». Зазначені компоненти забезпечують розвиток математичних здібностей здобувачів освіти, формування їхнього логічного мислення та підготовку до подальшого навчання й успішного застосування математичних знань у практичній діяльності.