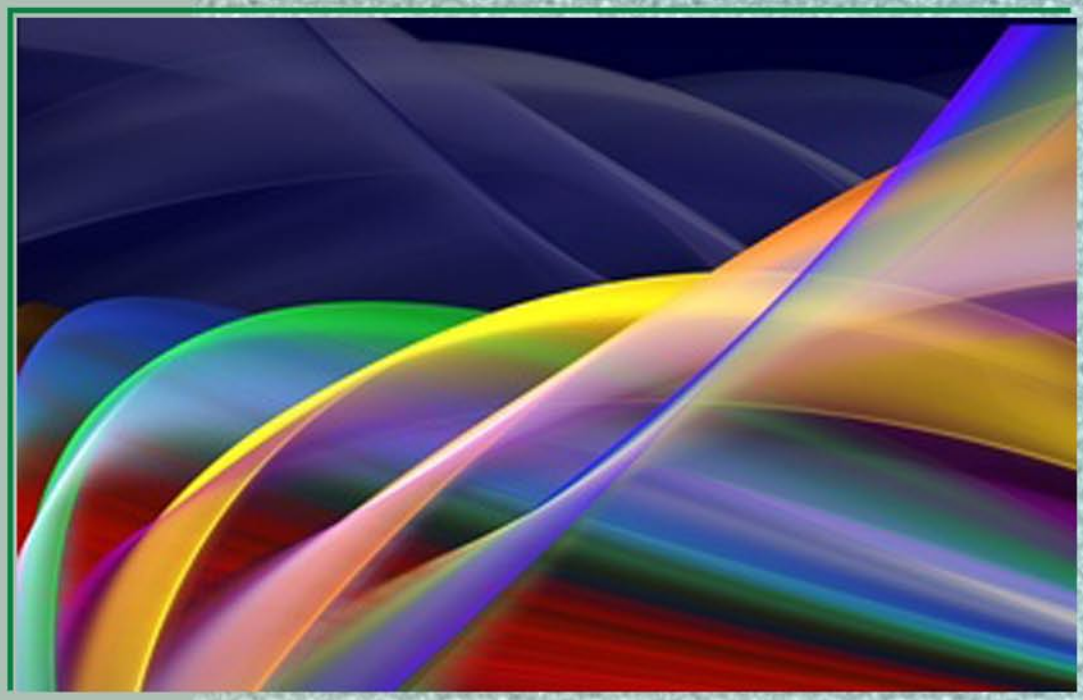
НА ДОПОМОГУ СТУДЕНТУ УДФСУ

А.О. Антонюк

Моделювання систем



Моделювання систем

СЕРІЯ «НА ДОПОМОГУ СТУДЕНТУ УДФСУ»

Серію «На допомогу студенту УДФСУ» засновано 2016 року.

Редакційна колегія:
Пашко П. В., д.е.н. (голова)
Шевчук О. А., д.е.н. (заступник голови)
Топчій В. В., д.ю.н.
Мацелюх Н. П., д.е.н.
Кужелєв М. О., д.е.н.
Швабій К. І., д.е.н.
Горбовий А. Ю., д.т.н.
Мандрагеля В. А., д.філософ.н.
Чмелюк В. В., к.ю.н.
Малинський І. Й., к.н.фіз.вих.
Шевчук В. А., к.ю.н.

У СЕРІЇ «НА ДОПОМОГУ СТУДЕНТУ УДФСУ» ВИЙШЛИ ДРУКОМ:

2016

«Методичні основи спеціальної фізичної та технічної підготовки студентів за розділом «Легка атлетика»
«Самостійна робота студента як одна з форм впливу на функціональну, фізичну та психологічну підготовленість»
«Організація роботи командира механізованого взводу»
«5.45-мм автомати Калашникова (АК-74, АКС-74, АК-74Н, АКС-74Н) та 5.45-мм ручні кулемети Калашникова (РПК-74, РПКС-74, РПК-74Н, РПКС-74Н)»
«Гранатомет підствольний ГП-25»
«Ручні гранати»
«Кулемети Калашникова – 7.62, ПК, УЖМ, ПКТ»
«Ручний протитанковий гранатомет РПГ-7»
«9-мм пістолет Макарова (ПМ)»

2017

«Вища та прикладна математика»
«Цивільний захист»
«Програмування мовою JAVA : практикум»
«Інформаційні системи і технології в юридичній практиці»
«Дослідження операцій : практикум»
«Чисельні методи»
«English for Students of Finance»
«Основи військової розвідки»

2018

«CASE-технології. Міждисциплінарне інформаційне моделювання»
«Економічна інформатика: практикум»
«Економічна теорія (політекономія, мікроекономіка, макроекономіка). Політекономія»
«Економічна теорія (політекономія, мікроекономіка, макроекономіка). Мікроекономіка»
«Економічна теорія (політекономія, мікроекономіка, макроекономіка). Макроекономіка»
«Охорона праці»
«Економіка і організація діяльності об'єднань підприємств»
«Основи християнської культури»
«Економіка підприємства»
«Фізика»
«Трудове право України»

2019

«Основи тактичної медицини»
«Аудит»
«Збірник задач. Вища та прикладна математика»
«Міжнародні розрахунки та валютні операції»
«Підготовка озброєння механізованого взводу до бойового застосування»
«Контролінг в управлінні підприємством»
«Актуальні питання судової експертизи (у питаннях і відповідях)»
«Інноваційний менеджмент»
«Організація навчальних занять з фізичного виховання за методом колового тренування»
«Теорія судових доказів (у таблицях і схемах)»
«Статистика»
«Фінансовий менеджмент проектів і програм»
«Ручний протитанковий гранатомет РПГ-7 (РПГ-7Д)»
«Організація роботи командира механізованого відділення»
«Психологія управління»
«Deutsch und Wirtschaft»
«Основи тактичної підготовки працівників правоохоронних органів»
«Основи кінології»
«Моделювання систем»

УНІВЕРСИТЕТ ДЕРЖАВНОЇ ФІСКАЛЬНОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ

СЕРІЯ «НА ДОПОМОГУ СТУДЕНТУ УДФСУ»
Заснована 2016 року

А. О. Антонюк

МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ

Навчальний посібник

Ірпінь
2019

УДК 004.94(075.8)
ББК 32.97я73
А72

Рекомендовано до друку Вченою радою
Університету державної фіскальної служби України
(протокол № 6 від 26 червня 2019 року)

Рецензенти:

Стецюк П. І., доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач відділу Інституту кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України;

Семко М. М., доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри вищої математики ННІ обліку, аналізу та аудиту Університету ДФС України.

Антонюк А. О.

А72 **Моделювання систем**: навчальний посібник / А. О. Антонюк. – Ірпінь: Університет ДФС України, 2019. – 412 с. – (Серія «На допомогу студенту УДФСУ», т. 53).

ISBN 978-966-337-542-7

Навчальний посібник «Моделювання систем» містить необхідні відомості для оволодіння основними поняттями та принципами сучасних методів моделювання систем, ознайомлення з методами та засобами для дослідження нескладних реальних систем у різних прикладних сферах.

Посібник розроблений відповідно до програми курсу «Моделювання систем», яка складається з таких основних частин, як «Моделі», «Процеси моделювання», «Види моделей», «Застосування моделей».

Для полегшення сприйняття навчального матеріалу максимально скорочено математичний апарат, приділено увагу прикладам моделювання систем, таких як обчислювальні машини, комплекси та мережі.

Посібник призначений для студентів, а також для випускників (бакалаврів, магістрантів і фахівців), що готують випускні кваліфікаційні роботи, в яких потрібно виконати моделювання та дослідження системи, наприклад мережі або її фрагмента.

Для студентів навчально-наукового інституту інформаційних технологій Національного Університету державної фіскальної служби України.

УДК 004.94(075.8)
ББК 32.97я73

© Антонюк А. О., 2019
© Університет державної фіскальної служби України, 2019

ISBN 978-966-337-542-7

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА.....7

РОЗДІЛ 1. ЩО ТАКЕ МОДЕЛЬ.....16
1.1. Система 16
1.1.1. Системний підхід 18
1.1.2. Комплекс, структура, функція та організація системи..... 22
1.1.3. Властивості, параметри та характеристики систем.....24
1.1.4. Процеси та їх класифікація 27
1.1.5. Операціїї над системами.....29
1.1.6. Зв’язки та навколишнє середовище в системах.....32
1.1.7. Класифікація систем 34
1.2. Модель.....39
1.2.1. Поняття моделі 40
1.2.2. Основні властивості та вимоги до моделей.....44
1.2.3. Адекватність моделі.....48
1.2.4. Зв’язок між системою та моделлю 58
1.2.5. Класифікація моделей.....65
1.2.6. Приклади моделей.....75
1.3. Резюме 82
1.4. Практикум: обговорення 84
1.5. Самоконтроль.....93
1.5.1. Перелік питань.....93
1.5.2. Тестові питання 95

РОЗДІЛ 2. ПРОЦЕСИ МОДЕЛЮВАННЯ 100
2.1. Вступ до моделювання.....101
2.1.1. Необхідність моделювання 101
2.1.2. Сфери використання моделювання.....104
2.2. Основні засади моделювання 105
2.2.1. Аналогія.....109
2.2.2. Подібність 112
2.3. Аксіоми та принципи моделювання.....118
2.3.1. Аксіоми моделювання 120

2.3.2. Принципи моделювання 121
2.4. Методи моделювання 123
2.4.1. Класифікація методів моделювання 123
2.4.2. Вербальний та формальний описи задачі 128
2.5. Задачі моделювання 131
2.6. Етапи моделювання 133
2.7. Підготовка даних до моделювання 137
2.8. Обчислювальний експеримент 141
2.8.1. Етапи обчислювального експерименту 142
2.8.2. Застосування обчислювального експерименту 146
2.9. Ухвалення рішень за результатами моделювання 148
2.10. Ідентифікація моделі 154
2.11. Резюме 156
2.12. Практикум: обговорення 158
2.13. Самоконтроль 172
2.13.1. Перелік питань 172
2.13.2. Тестові питання 173

РОЗДІЛ 3. ВИДИ МОДЕЛЮВАННЯ 178
3.1. Види моделювання 178
3.2. Концептуальне моделювання 182
3.3. Інформаційне моделювання 187
3.3.1. Поняття інформаційної моделі 187
3.3.2. Ієрархічні та мережеві інформаційні моделі 191
3.4. Імітаційне моделювання 192
3.4.1. Поняття імітаційного моделювання 192
3.4.2. Процес імітаційного моделювання 198
3.4.3. Планування імітаційних експериментів 201
3.4.4. Питання проектування імітаційних моделей 210
3.4.5. Наукове імітаційне моделювання 217
3.4.6. Переваги та недоліки імітаційного моделювання 218
3.5. Комп'ютерне моделювання 220
3.5.1. Сутність комп'ютерного моделювання 222
3.5.2. Види комп'ютерного моделювання 224

3.5.3. Сфери застосування комп'ютерного моделювання 228
3.5.4. Приклади комп'ютерного моделювання 229
3.6. Статистичне моделювання 231
3.7. Математичне моделювання.....239
3.7.1. Визначення математичного моделювання 239
3.7.2. Класифікація математичних моделей у природничих науках.....242
3.7.3. Пряма і зворотна задачі математичного моделювання 248
3.7.4. Лінійні моделі 251
3.7.5. Аналогове моделювання.....257
3.8. Резюме 259
3.9. Практикум: обговорення 260
3.10. Самоконтроль.....277
3.10.1. Перелік питань.....277
3.10.2. Тестові питання 278

РОЗДІЛ 4. ЗАСТОСУВАННЯ МОДЕЛЮВАННЯ 283
4.1. Особливості моделювання в природничих науках, техніці та суспільних науках 286
4.2. Моделювання в економіці.....290
4.2.1. Загальні підходи до моделювання в екномічі 290
4.2.2. Основні типи моделей в екномічі.....292
4.2.3. Математична екномічка й економетрика 293
4.2.4. Моделювання в економіці і його використання в розвитку і формалізації економічної теорії 296
4.2.5. Основні елементи економічної моделі.....297
4.3. Моделі систем масового обслуговування 303
4.4. Моделювання у виробництві.....315
4.4.1. Моделювання процесу ремонту та заміни обладнання.... 327
4.4.2. Моделювання виробничої дільниці 333
4.5. Моделювання в хімії 338
4.5.1. Квантова хімія 339
4.5.2. Поверхні потенційної енергії.....340
4.5.3. Молекулярна механіка.....342

4.6. Моделювання в біології 346
4.6.1. Загальні приклади 346
4.6.2. Вступ до біологічних моделей 349
4.6.3. Молекулярна динаміка 352
4.6.4. Моделі глобальної динаміки 354
4.6.5. Системи, що розмножуються 356
4.7. Моделювання в геології 358
4.7.1. Історія впровадження комп'ютерного моделювання в геологію 358
4.7.2. Сфери застосування комп'ютерного моделювання в геології 359
4.8. Моделювання в соціальній сфері 362
4.8.1. Соціальні процеси 362
4.8.2. Особливості управління соціальними процесами 367
4.8.3. Моделювання соціальних процесів 368
4.9. Моделювання у лінгвістиці 372
4.9.1. Поняття лінгвістичної моделі 372
4.9.2. Типи лінгвістичних моделей 374
4.10. Штучний інтелект 378
4.10.1. Визначення штучного інтелекту 378
4.10.2. ЕОМ і штучний інтелект 380
4.11. Моделювання в інформаційній безпеці 383
4.11.1. Модель безпеки системи 384
4.11.2. Модель процесу захисту системи 387
4.11.3. Модель оцінки вартості захисту системи 389
4.11.4. Модель вибору профілю захисту 391
4.12. Резюме 393
4.13. Практикум: обговорення 394
4.14. Самоконтроль 401
4.14.1. Перелік питань 401
4.14.2. Тестові питання 402
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ 407

ПЕРЕДМОВА

Моделювання як одну з найважливіших категорій процесу пізнання неможливо відокремити від розвитку людства. Ще з дитинства людина пізнає світ, спочатку через іграшки та ігри, і відображає, або моделює, дійсність. Згадаємо комп'ютерні ігри, в яких ми, сидячи в літаку або космічному кораблі, здійснюємо політ так, нібито дійсно перебуваємо там. З роками людина використовує більш складні моделі, що дають можливість «програвати» будь-які життєві та виробничі ситуації й отримувати такі рішення, що дозволяють знайти найкращий спосіб вирішення проблеми. У таких випадках є можливість аналізувати за допомогою моделі будь-які ситуації, включаючи ті, за яких реальна система вийшла б з ладу. Це дозволяє моделювати катастрофи, рідкісні випадки та навіть такі явища і процеси, яких не існує насправді, тобто віртуальну реальність.

Методи комп'ютерного моделювання широко застосовуються в усіх сферах діяльності людини – від конструювання моделей технічних, технологічних та організаційних систем до вирішення проблем розвитку людства та всесвіту. Класичними об'єктами моделювання є інформаційні, виробничі, транспортні та інші логістичні системи, які в більшості випадків застосовуються для розв'язання завдань проектування, реконструкції та довгострокового планування, а також використання моделей у контурі керування, тобто в реальному масштабі часу. Найважливішим завданням моделювання є оцінка показників функціонування таких систем.

Коли потрібно використовувати комп'ютерне моделювання? Завжди, як тільки ставимо запитання: «Що буде, якщо...?», тобто для ухвалення рішень. У розвинених країнах перед інвестуванням коштів у будь-який проект можливості його реалізації перевіряються на імітаційних моделях. Практично всі транснаціональні компанії мають моделі розвитку виробництва, більш того, вони вкладають значні кошти у дослідження цих моделей.

Моделювання як технологія розв'язання завдань усередині специфічного середовища широко застосовується під час аналізу

і проектування інформаційних систем для перевірки вимог до їх ефективності, до використаних ресурсів і оцінки пропускної спроможності систем. Однак розробка і застосування імітаційних моделей інформаційних систем – це не прості завдання. Етап формулювання абстрактної моделі та етап конструювання моделі часто включають тривалі й дорогі процедури. Абстрактна модель інформаційної системи, звичайно, створюється фахівцем із моделювання, який може отримувати знання у потрібній галузі від проектувальників і аналітиків. Модель може мати математичний характер (наприклад, системи формування черг, ланцюги Маркова або мережі Петрі), але для того щоб вона підлягала аналізу навіть за допомогою комп'ютера, під час її формулювання роблять деякі узагальнення. Програмна реалізація моделі потім здійснюється фахівцями з моделювання, які можуть використовувати універсальну мову програмування (типу C++ або Java) або спеціалізовані засоби моделювання (такі як GPSS або iThink). Для цього часто залучаються програмісти, які є проміжною ланкою між аналітиком і людиною, що ухвалює рішення. Наявність такої ланки може призводити до появи помилок і неточностей не тільки під час побудови моделі, але й під час програмування.

Моделювання – складний процес, що потребує багато часу, незважаючи на те, йдеться про окремого фахівця з моделювання чи групи фахівців, упродовж роботи якої потрібні постійний зв'язок і координація. Зазначені причини виправдовують зусилля, докладені для розробки методів, що допомагають прискорити процес моделювання шляхом автоматизації деяких процесів. Сучасні програмні засоби моделювання використовують графічний інтерфейс і дво- або тримірну анімацію, що значно полегшує сприйняття результатів моделювання неспеціалістом.

Програми реалізації моделей взагалі складно писати й налагоджувати. Для того щоб перевірити правильність і достовірність імітаційної моделі та її відповідність цілям моделювання, необхідно мати вичерпну інформацію щодо сфері застосування системи, методології моделювання і мови програмування. Таку роботу зазвичай виконує експерт. У якісній моделі повинні враховуватися всі можливі варіанти вихідних даних і починати моделювання

можна, лише отримавши позитивні результати. Після огляду числових результатів моделювання може виникнути потреба у внесенні деяких змін в абстрактну модель і (або) програмну реалізацію моделі, що може призвести до повторного виконання деяких або всіх операцій на різних етапах моделювання. Таким чином, жоден серйозний проект з моделювання не може бути успішно реалізований без участі експерта. Великі за обсягом моделі створює, як правило, команда розробників і хоча б один з її членів має виконувати при цьому роль експерта. Експерт повинен:

• володіти базовими інженерними знаннями, необхідними для розуміння принципів функціонування визначених класів систем;

• володіти методами системного аналізу і керування проектами, необхідними для коректної постановки задачі моделювання й організації робіт з реалізації й використання моделей;

• володіти методами математичного та імітаційного моделювання незалежно від того, які програмні засоби моделювання використовуються;

• знати і вміти застосовувати одну або декілька імітаційних систем і мов програмування;

• бути обізнаним із сучасними інформаційними технологіями, що забезпечують інтеграцію моделей у системи проектування, планування і керування;

• бути спроможним ухвалювати рішення за результатами моделювання;

• знати основні класи математичних моделей і методи моделювання систем, а також принципи побудови імітаційних моделей процесів функціонування систем, методи та етапи їхньої формалізації та алгоритмізації;

• вміти вибирати та використовувати методи математичного моделювання під час проектування та експлуатації складних систем управління, розробляти схеми алгоритмів для імітаційного моделювання технічних, технологічних, організаційних, інформаційних систем та їх об’єктів, реалізовувати моделюючі програми на комп’ютері;

• мати уявлення про сучасний стан і перспективи розвитку методів моделювання в галузі інформаційних технологій, систем

управління та систем обробки інформації з використанням сучасних програмних систем, таких як програмні генератори, інтерактивні, інтелектуальні та візуальні системи моделювання.

Для того щоб стати досвідченим експертом і професіоналом, необхідно також мати досвід роботи в проектах з моделювання.

З 1952 року існує всесвітнє добровільне товариство міжнародного комп'ютерного моделювання – SCS (www.scs.org), основними завданнями якого є вивчення, розповсюдження, використання й удосконалення методів комп'ютерного моделювання для вирішення реальних проблем, що існують у світі. До SCS входять професіонали, діяльність яких пов'язана з розробленням методології та застосуванням сучасних технологій і методів моделювання. Регіональні ради SCS існують у США, Канаді, країнах Європи (www.scs-europe.net), включаючи Східну Європу, Китаї, Мексиці та інших країнах.

Щороку SCS проводить конференції з проблем моделювання, публікує доповіді та випускає журнали (www.scsorg/pubs/pubsinfo.html). В Європі існує федерація європейських товариств моделювання – EUROSIM (www.eurosim.info), товариство моделювання та технології імітації – EUROSIS (http://biomath.rug.ac.be/ ~eurosis/index.html), а також інститути науки моделювання – McLeod. Комп'ютерне моделювання активно застосовується у дослідницьких центрах в усьому світі. Тільки у Великій Британії існує близько десяти груп дослідників в університетах, що працюють у цій галузі: Лондонська школа економіки, Імперіал-коледж, Університет Варвік, Університет Ланкастера, Саутамптонський університет тощо. Американське і європейські товариства моделювання регулярно проводять конференції та публікують їхні матеріали.

Добре відомі праці з імітаційного моделювання Р. Шеннона, Дж. Шрайбера, Дж. Клейнена, А. Прицкера. Упродовж більш ніж 15 років не було перекладено жодної книги іноземного автора відповідної тематики, хоча тільки в США щорічно видається або перевидається чимало таких книжок. Серед останніх потрібно зазначити монографії, які широко використовуються в навчальному процесі багатьох університетів: A. M. Law, W. D. Kelton.

Simulation Modeling and Analysis (2004 року перекладена російською мовою); J. Banks, J. S. Carson, B. L. Nelson. Discrete-Event System Simulation.

На жаль, активне застосування методів імітаційного моделювання за кордоном не викликало досі ще значного його поширення у нас в країні, незважаючи на проведення Інститутом кібернетики НАН України фундаментальних робіт у цій галузі. Пояснити те, що відбувається, мабуть, можна за двома причинами: по-перше, пануванням у певні часи принципу витратної економіки, за якої імітаційні моделі були непотрібні; по-друге, необхідністю перебудови стереотипу мислення у процесі розробки імітаційних моделей, який суттєво відрізняється від процесу проектування традиційних програмних засобів для автоматизації систем управління.

У зв’язку з розвитком ринкової економіки та переходом до ринкових моделей ситуація почала змінюватися. Це підтверджує і поява в мережі Інтернет за останні два роки порталу www.simulation.org.ua в Україні, www.gpss.ru – в Росії та сайту www.gpss-forum.narod.ru в Росії.

Призначення цього курсу – подати всебічне і сучасне трактування всіх важливих аспектів моделювання.

З усіх видів моделювання – а це перш за все математичне і графічне – велика увага приділяється імітаційному моделюванню. Огляд науково-дослідницьких робіт показує, що імітаційне моделювання є чи не найпопулярнішим, за використанням на практиці його випереджають лише методи математичного програмування. Основна цінність імітаційного моделювання полягає в тому, що в основу його покладена методологія системного аналізу. Вона дозволяє досліджувати проектовану або аналізовану систему методами операційного аналізу, який включає такі взаємопов’язані етапи: змістовна постановка завдання, розробка концептуальної моделі, розробка та програмна реалізація імітаційної моделі, перевірка адекватності моделі та оцінка точності результатів моделювання, планування і проведення експериментів та ухвалення рішень. Завдяки цьому можна застосовувати імітаційне моделювання як універсальний підхід під час ухвалення

рішень в умовах невизначеності та врахування у моделях тих факторів, які важко формалізувати, а також використовувати основні принципи системного підходу для виконання практичних завдань.

Упровадження імітаційних моделей обробки даних висвітлило ряд проблем, з якими доводиться мати справу як розробникам моделей, так і користувачам. Іноді навіть кваліфіковані фахівці в галузі традиційного програмування не можуть засвоїти прийоми роботи з системами моделювання через нерозуміння прихованого механізму роботи моделюючої програми. З подібними серйозними труднощами стикаються і студенти на початковому етапі вивчення методів імітаційного моделювання, а потім і під час переходу від розробки програм на традиційних мовах програмування до розробки імітаційних програм. Тому було поставлено за мету, базуючись на системному підході, розкрити сутність імітаційного моделювання ззовні (з боку користувача) та зсередини (з боку розробника моделей).

Варто зазначити, що багатоплановість, багатозначність та величезний обсяг реальних проблем моделювання створюють великі труднощі під час формування понять, визначень, різноманітних класифікацій, аргументації, а також викладання самого предмета моделювання. Це призводить до чисельних повторювань у разі визначень, до перевизначень понять, перетинів описів з різних розділів, проблем з класифікаціями, зокрема розробки різних класифікацій та віднесення будь-яких об’єктів до певної групи тощо.

Уважний читач легко все це помітить. Значною мірою ці проблеми виникають як унаслідок об’єктивних труднощів у разі описів, визначень та класифікацій основних понять теорії та практики моделювання, так і внаслідок суб’єктивного відношення різних авторів до питань моделювання. У теорії моделювання в багатьох випадках важко сформулювати точне математичне визначення, як це можна зробити в інших розділах математики. Важко також іноді зробити чіткий розподіл понять та об’єктів. Дійсно, наприклад, складно провести чітку лінію між поняттями моделі та процесом моделювання або між процесами моделювання та видами моделювання.

Читач також може помітити, що якщо підходити формально, то упродовж усього викладення матеріалу в посібнику можна нарахувати не менше десятка визначень моделі. Але кожне з них відображує певний аспект цього поняття, а це означає, що найважливішою повинна бути основна ідея та сутність самого поняття, а не технічні деталі, до яких можна віднести і формальне визначення. Це саме підкреслює поданий список використаних джерел, у яких кожен із авторів має і висловлює саме свою точку зору на різні питання моделювання, і практично всі вони різні.

Сподіваємось, що під час розгляду поданого матеріалу у читачів не виникне непорозумінь у процесі вивчення окремих питань з моделювання. Виникнення ж таких питань, на нашу думку, повинно лише підштовхнути читача до більш глибокого і ретельного їхнього вивчення.

Яка мета цього посібника? Для кого він призначений, на яке коло читачів орієнтований? Відповіді на ці запитання визначають зміст і стиль викладу матеріалу.

Цей навчальний посібник переслідує дві основні мети:

1) дати непідготовленому читачеві початкове уявлення про принципи моделювання складних систем на прикладі широко використовуваних на практиці моделей. При цьому матеріал, що викладається, не повинен містити громіздкі математичні викладки і докази. Використовувані математичні вирази і формули повинні бути зрозумілі будь-якому технічному фахівцеві, який має базову математичну підготовку в рамках середньої та вищої освіти;

2) надати читачеві мінімальний набір моделей, методів і засобів для дослідження нескладних реальних систем у різних прикладних сферах. Для досягнення цієї мети в посібнику розглядається велика кількість прикладів моделей, за допомогою яких ілюструється застосування аналітичних, чисельних та імітаційних методів розрахунку.

Для досягнення сформульованих цілей у посібнику:

• вводиться чітка однозначна термінологія, яка використовується в процесі викладу матеріалу;

• формулюються завдання моделювання як універсального інструменту дослідження складних систем, у тому числі технічних

систем, таких як обчислювальні машини, комплекси, системи та мережі;

• виконується аналіз властивостей і виявляються закономірності, притаманні процесам, що протікають у моделях різних класів, а також аналізується вплив параметрів моделі на характеристики її функціонування.

Посібник містить 4 розділи, список використаних джерел. Матеріал кожного розділу розбитий на параграфи, які мають подвійну нумерацію. Деякі параграфи розбиті на пункти з потрійною нумерацією.

Напівжирним шрифтом виділяються найбільш важливі і часто використовувані терміни і поняття, для яких дається чітке визначення або докладний опис, інші загальноприйняті терміни і поняття, що часто зустрічаються в літературі і не мають чіткого визначення, а також допоміжні заголовки, назви тощо.

Перший розділ містить основні поняття і визначення, що стосуються загальних понять про системи та системний підхід, перелік параметрів і характеристик дискретних систем, класифікацію систем і моделей.

У **другому розділі** наводяться необхідні відомості з основ моделювання, подано принципи та методи моделювання, детально розглянуто зміст обчислювального експерименту.

У **третьому розділі** детально описуються основні види моделювання, зокрема концептуальне, інформаційне, імітаційне, комп'ютерне, ймовірнісне та математичне.

У **четвертому розділі** подаються відомості про сфери застосування моделювання в економіці, виробництві, в окремих сферах сучасної науки.

1. Резюме. Містить короткий виклад представленого в розділі матеріалу.

2. Практикум. Містить обговорення актуальних і найбільш поширених питань з викладеного матеріалу у вигляді запитання – відповідь, а також докладні рішення як приклади найбільш цікавих задач.

3. Самоконтроль. Містить перелік тестових питань і задач, що дозволяють читачеві самостійно виконати перевірку ступеня засвоєння викладеного матеріалу і закріпити отримані знання.

Розділи передують епіграфами зі Г. Сковороди, що, на думку автора, можливо, дозволить акцентувати увагу читача і підштовхнути його до критичного та філософського осмислення викладеного матеріалу.

Представлений список використаних джерел містить обмежений перелік літературних джерел, які певною мірою використовувалися під час написання посібника.

Посібник призначений перш за все для студентів, які навчаються за напрямом «Інформатика та обчислювальна техніка», які вивчають дисципліну «Моделювання систем» і пов’язані з нею дисципліни, а також для випускників (бакалаврів, магістрантів і фахівців), що готують випускні кваліфікаційні роботи, в яких потрібно виконати моделювання та дослідження деякої системи, наприклад комп’ютерної мережі або її фрагмента. Посібник може бути корисним як вступ до проблематики моделювання дискретних систем із стохастичним характером функціонування для магістрантів, аспірантів і фахівців, що виконують дослідження реальних систем з використанням аналітичних та імітаційних методів математичного моделювання.

Видання цієї книги було б неможливим без підтримки колег та друзів автора. Щира подяка всім, хто брав участь у її підготовці – співробітникам кафедри інтелектуальних управляючих та обчислювальних систем за методичну та технічну допомогу, дружині Н. Г. Антонюк – за велику моральну підтримку.

РОЗДІЛ 1
ЩО ТАКЕ МОДЕЛЬ

Математика, медицина, фізика, механіка,
музика зі своїми сестрами – чим глибше їх пізнаємо,
тим сильніше палять серце наше голод і спрага.
Григорій Сковорода

Система. Системний підхід. Комплекс, структура, функція та організація системи. Властивості, параметри та характеристики систем. Процеси та їх класифікація. Операції над системами. Зв'язки та навколишнє середовище в системах. Класифікація систем. Модель. Поняття моделі. Основні властивості та вимоги до моделей. Адекватність моделі. Зв'язок між системою та моделлю. Класифікація моделей. Приклади моделей. Резюме. Практикум: обговорення. Самоконтроль. Перелік питань. Тестові питання.

У цьому розділі розглядаються фундаментальні поняття системи та моделі, а також зв'язок між ними.

Спочатку детально розглядається поняття системи, її характеристики та властивості.

1.1. Система

Як відомо, найважливішим поняттям системного аналізу є поняття системи. Багато авторів аналізували це поняття, розвивали визначення системи до різного ступеня формалізації. Наприклад, в одному з видань зібрано 35 (!) різних визначень системи.

Але ж саме визначення – це вже певна модель (мовна (лінгвістична) системи, і, отже, відмінності цілей і вимог до моделі призводять до різних визначень.

Цілі, які ставить перед собою людина, рідко бувають досяжні тільки за рахунок його власних можливостей або зовнішніх

засобів, наявних у нього в цей момент. Такий збіг обставин називається **проблемною ситуацією**.

Проблемність існуючого положення усвідомлюється в декілька «стадій»: від смутного відчуття, що «щось не так», до усвідомлення потреби, потім до виявлення проблеми, нарешті, до формулювання мети. Мета – це суб'єктивний образ (теж модель – абстрактна) неіснуючого, але такого бажаного стану середовища, яке вирішило б проблему. Уся подальша діяльність, що сприяє вирішенню цієї проблеми, спрямована на досягнення поставленої мети.

Наші дії, що спрямовані на відбір з навколишнього середовища об'єктів, властивості яких можна використовувати для досягнення мети, і на об'єднання цих об'єктів належним чином і є робота зі створення **системи**. Іншими словами, система виявляється засобом досягнення мети. Однак відповідність мети і системи неоднозначна: в чомусь різні системи можуть бути орієнтовані на одну мету, і навпаки. Одна ж система може мати (і, як правило, має) декілька різних цілей.

Проте за неймовірним різноманіттям реальних систем принципово різних типів моделей систем досить небагато: модель «чорна скринька», модель **складу**, модель **структури**, а також їхні розумні **поєднання**.

Завданням системного аналізу є формування опису системи, що відповідає меті дослідження системи. Опис системи зазвичай складається з таких частин:

1) набору вхідних змінних системи з указуванням їхніх основних характеристик;

2) набору вихідних змінних системи, визначення яких забезпечує досягнення цілі дослідження;

3) границь системи з указуванням того, що з'являється для системи її зовнішнім середовищем;

4) елементів системи з указуванням їхніх основних властивостей;

5) зв'язків між елементами системи.

Одне з перших визначень системи (1950 рік) належить американському біологу Л. фон Берталанфі, згідно з яким система

складається з деякої кількості взаємопов'язаних елементів. Оскільки між елементами системи завжди існують певні взаємозв'язки, то мають бути структурні відношення. Таким чином, система – це щось більше, ніж сукупність елементів. Аналізуючи систему, потрібно враховувати оцінку системного (синергетичного) ефекту. Властивості системи відмінні від властивостей її елементів, і залежно від властивостей, якими цікавляться дослідники, та сама сукупність елементів може бути системою або ні.

Багато дослідників визначають систему як цілеспрямовану множину взаємопов'язаних елементів будь-якої природи. Згідно з цим визначенням система функціонує для досягнення деякої **мети**. Це визначення є правильним для соціологічних і технічних систем, але не підходить для систем навколишньої природи (наприклад, біологічних), мета функціонування яких навіть не завжди відома.

Вивчаючи систему більш глибоко, усвідомлюємо, що вона може складатися з підсистем або бути однією з елементів більшої системи, тобто може існувати ієрархія систем. Наприклад, двигун є підсистемою автомобіля, який, у свою чергу, є підсистемою транспортного потоку магістралі.

Інші абстрактні рівні опису систем пов'язані з розвитком інформаційних і програмних систем, а також систем штучного інтелекту.

1.1.1. Системний підхід

В основі теорії моделювання полягає загальна теорія систем, також відома як **системний підхід**. Це загальнонауковий напрям, згідно з яким об'єкт дослідження розглядається як складна система, що взаємодіє з навколишнім середовищем. Об'єкт є системою, якщо він складається із сукупності взаємопов'язаних між собою елементів, сума властивостей яких не дорівнює властивостям об'єкта. Система відрізняється від суміші наявністю впорядкованої структури і певних зв'язків між елементами. Наприклад, телевізор, що складається з великої кількості радіодеталей, з'єднаних між собою певним чином, є системою, а ті ж радіодеталі, що безладно містяться у скринці, системою вже не є.

Системний підхід до дослідження систем означає, що дослідник вивчає функціонування системи в цілому, не концентруючи свою увагу на окремих її частинах. Оснований системний підхід на визнанні того факту, що навіть найліпше функціонування окремих підсистем та елементів системи не гарантує найліпшого функціонування всієї системи в цілому, оскільки завжди існує взаємодія між частинами системи. Усім системам притаманні характеристики, що з'являються перепоною на шляху до поліпшення функціонування системи:

• **змінюваність** – жодна реальна система не є статичною впродовж тривалого проміжку часу, тому модель, що будується, має обмежений термін користування;

• **наявність оточуючого середовища** – в моделі має бути передбачений вплив зовнішнього середовища, який часто має випадковий характер;

• **противоінтуїтивна поведінка** – виникає як результат того, що інколи наслідок проявляється пізніше причини;

• **тенденція до погіршення характеристик функціонування** – окремі частини системи зношуються, в результаті чого погіршується їхня робота, що, в свою чергу, призводить до непередбачуваних наслідків;

• **взаємозалежність** – усі частини системи залежать одна від одної, внаслідок чого погіршення характеристик функціонування однієї частини системи неминуче впливає на характеристики функціонування інших частин системи;

• **організація** – існує ієрархія підсистем, що підкоряється цільовому призначенню системи.

Будь-яка система об'єктивна і водночас суб'єктивна з точки зору вибору меж системи та її елементів. Дійсно, одному й тому ж самому об'єктивному процесу дослідник може поставити у відповідність різні системи і тільки досвід дослідника, його інтуїція і здатність творчо мислити допомагає здійснити вибір між багатьма варіантами і виконати дослідження системи найліпшим способом. Моделі, побудовані із застосуванням системного підходу, отримали назву системних моделей. Опис системи разом із зазначенням цілі та завдання дослідження становить сутність

концептуальної моделі системи. Назва «концептуальна» походить від латинського слова *conceptio*, що означає «сприйняття».

Для опису всього вищезазначеного використовуються різноманітні підходи, способи та рівні. Зокрема, розрізняють такі рівні опису систем:

1) лінгвістичний (символічний);

2) теоретико-множинний;

3) абстрактно-логічний;

4) логіко-математичний;

5) теоретико-інформаційний;

6) динамічний;

7) евристичний.

Система взаємодіє з навколишнім середовищем обмінюється з нею речовиною, енергією, інформацією. Можна вважати, що система має входи, на які надходять сигнали, і виходи, що видають сигнали в середовище. Ставлення до об'єкта пізнання як до цілого, складеного з багатьох взаємопов'язаних між собою частин, дозволяє побачити за величезною кількістю несуттєвих деталей і особливостей щось основне і сформулювати системоутворюючий принцип. Якщо внутрішній устрій системи невідомий, то його вважають «чорною скринькою» і задають функцію, яка б пов'язала стани входів і виходів. У цьому полягає **кібернетичний підхід**. При цьому аналізується поведінка цієї системи, її відгук на зовнішні впливи і зміни навколишнього середовища.

Дослідження складу і структури об'єкта пізнання називається **системним аналізом**. Його методологія знайшла своє вираження в таких принципах:

1) **принцип фізичності**: поведінка системи описується певними фізичними (психологічними, економічними та ін.) законами;

2) **принцип модельованості**: система може бути промодельована остаточною кількістю способів, кожен з яких відображає її суттєві сторони;

3) **принцип цілеспрямованості**: функціонування досить складних систем призводить до досягнення певної мети, стану, збереження процесу; при цьому система здатна протистояти зовнішнім впливам.

Як зазначалося вище, система має структуру – множину внутрішніх стійких зв'язків між елементами, що визначає основні властивості цієї системи. Її можна представити графічно у вигляді схеми, хімічної чи математичної формули або графа. Це графічне зображення характеризує просторове розташування елементів, їх вкладеність або підпорядкованість, хронологічну послідовність різних частин складної події. Під час побудови моделі рекомендується складати структурні схеми досліджуваного об'єкта, особливо якщо він досить складний. Це дозволяє зрозуміти сукупність усіх інтеграційних властивостей об'єкта, якими не володіють його складові частини.

Однією з найважливіших ідей системного підходу є **принцип емерджентності** – під час об'єднання елементів (частин, компонентів) в єдине ціле виникає новий системний ефект: у системи з'являються якості, якими не володіє жоден з вхідних до неї елементів.

Принцип виділення основної структури системи полягає в тому, що вивчення досить складного об'єкта вимагає висунення на перший план якоїсь частини його структури, що є головною або основною. Іншими словами, немає необхідності враховувати все різноманіття деталей, а варто відкинути менш істотне та збільшити важливі частини об'єкта для того, щоб зрозуміти основні закономірності.

Будь-яка система взаємодіє з іншими системами, що не входять до неї і утворюють середовище. Тому її потрібно розглядати як підсистему деякої більш широкої системи. Якщо обмежитися аналізом тільки внутрішніх зв'язків, то в деяких випадках не вдасться створити правильну модель об'єкта. Варто врахувати суттєві зв'язки системи із середовищем, тобто зовнішні фактори, і тим самим «замкнути» систему. У цьому полягає **принцип замкнутості**.

Чим складніше досліджуваний об'єкт, тим більше різноманітних моделей (описів) можна побудувати. Так, дивлячись на циліндричну колону з різних боків, усі спостерігачі зазначать, що її можна промоделювати однорідним циліндричним тілом певних розмірів. Якщо замість колони спостерігачі стануть розглядати

якусь складну архітектурну композицію, то кожен побачить своє і побудує свою модель об'єкта. При цьому, як і в випадку зі сліпими мудрецями, що торкаються слона, вийдуть різні результати, що суперечать один одному. І справа тут не в тому, що істин багато або об'єкт пізнання непостійний і багатоликий, а в тому, що об'єкт складний і істина складна, а використовувані методи пізнання поверхові й не дозволили зрозуміти сутність остаточно.

Під час вивчення великих систем виходять з **принципу ієрархічності**, який полягає в такому. Об'єкт, який вивчається, зазвичай містить кілька пов'язаних підсистем першого рівня, кожна з яких сама є системою, що складається з підсистем другого рівня тощо. Тому опис структури і створення теоретичної моделі має враховувати «розташування» елементів на різних «рівнях», тобто їхню ієрархію.

1.1.2. Комплекс, структура, функція та організація системи

Система (від грец. *systema* – ціле, складене з частин; з'єднання) – сукупність взаємопов'язаних елементів, об'єднаних в єдине ціле для досягнення певної мети, яка визначається призначенням системи.

Елемент – мінімальний неподільний об'єкт, що розглядається як єдине ціле.

Складна (велика) система характеризується великим числом вхідних у його склад елементів і зв'язків між ними.

Комплекс – сукупність взаємопов'язаних систем.

Елемент, система і комплекс – поняття відносні. Будь-який елемент може розглядатися як система, якщо його розчленувати на більш дрібні складові – елементи. І навпаки, будь-який комплекс може розглядатися як система, якщо що входять до його складу системи трактувати як елементи. У зв'язку з цим поняття «система» і «комплекс» часто трактують як еквівалентні поняття. Наприклад, обчислювальну машину можна розглядати як систему, елементами якої є центральний процесор, оперативна пам'ять, накопичувачі на магнітних дисках, пристрої введення-виведення. Водночас центральний процесор можна розглядати як систему, що складається з таких елементів, як арифметично-

логічний пристрій, пристрій управління, лічильник команд, реєстрова пам’ять тощо.

Для опису системи необхідно визначити її **структуру** та **функцію** і, відповідно, **структурну** і **функціональну організацію**.

Структура системи задається переліком елементів, що входять до складу системи, і зв’язків між ними.

Способи опису структури системи:

• **графічний** – у формі:

– графа, в якому вершини відповідають елементам системи, а дуги – зв’язкам між ними;

– схем, широко використовуваних в інженерних додатках, в яких елементи позначаються у вигляді спеціальних символів;

• **аналітичний** – шляхом завдання кількості типів елементів, кількості елементів кожного типу і матриці зв’язків (матриці інцидентності), що визначає взаємозв’язок елементів.

Функція системи – правило досягнення поставленої мети, що описує поведінку системи і спрямоване на отримання результатів, запропонованих призначенням системи.

Способи опису функції системи:

• **алгоритмічний** – словесний опис у вигляді послідовностей кроків, які повинна виконувати система для досягнення поставленої мети;

• **аналітичний** – у вигляді математичних залежностей у термінах деякого математичного апарату: теорії множин, теорії випадкових процесів, теорії диференціального або інтегрального числення тощо;

• **графічний** – у вигляді часових діаграм або графічних залежностей;

• **табличний** – у вигляді різних таблиць, які відображають основні функціональні залежності, наприклад у вигляді таблиць булевих функцій, автоматних таблиць функцій переходів і виходів тощо.

Організація системи – спосіб досягнення поставленої мети за рахунок вибору певної структури і функції системи. Відповідно до цього розрізняють структурну і функціональну організації системи.

Функціональна організація визначається способом породження функцій системи, достатніх для досягнення поставленої мети.

Структурна організація визначається набором елементів і способом їх з'єднання в структуру, що забезпечує можливість реалізації покладених на систему функцій.

Функціональна організація реалізується безвідносно до необхідних для цього засобів (елементів), водночас як структурна організація визначається функцією, яка покладалася на систему.

1.1.3. Властивості, параметри та характеристики систем

Будь-яким складним системам властиві фундаментальні властивості, що вимагають застосування системного підходу під час їхнього дослідження методами моделювання. Такими властивостями є:

• **цілісність**, що означає, що система розглядається як єдине ціле, що складається із взаємодіючих елементів, можливо, неоднорідних, але одночасно сумісних;

• **пов'язаність** – наявність істотних стійких зв'язків між елементами і/або їх властивостями, причому із системних позицій значення мають не будь-які, а лише суттєві зв'язки, які визначають інтегративні властивості системи;

• **організованість** – наявність певної структурної і функціональної організації, що забезпечує зниження ентропії (ступеня невизначеності) системи порівняно з ентропією системоутворюючих чинників, що визначають можливість створення системи, до яких належать: кількість елементів системи, число істотних зв'язків, якими може володіти кожен елемент, тощо;

• **інтегративність** – наявність якостей, притаманних системі в цілому, але не властивих жодному з її елементів окремо; іншими словами, інтегративність означає, що властивості системи хоча і залежать від властивостей елементів, але не визначаються ними повністю.

Таким чином, можна зробити такі важливі **висновки**:

• система не є проста сукупність елементів;

• розчленовуючи систему на окремі частини і вивчаючи кожну з них окремо, не можна пізнати всі властивості системи в цілому.

У загальному випадку моделювання спрямоване на вирішення завдань:

• **аналізу**, пов'язаних з оцінкою ефективності систем, що задається у вигляді сукупності показників ефективності;

• **синтезу**, спрямованих на побудову оптимальних систем відповідно до обраного критерію ефективності.

Ефективність – ступінь відповідності системи своєму призначенню.

Ефективність систем зазвичай оцінюється набором **показників ефективності**.

Показник ефективності (якості) – міра однієї властивості системи. Показник ефективності завжди має **кількісний** сенс.

Кількість показників ефективності технічних систем у багатьох випадках може виявитися досить великою. Зазвичай показники ефективності є суперечливими. Це означає, що зміна структурної або функціональної організації системи призводить до поліпшення одних показників і водночас до погіршення інших показників ефективності, що істотно ускладнює вибір найкращого варіанта (способу) структурно-функціональної організації проектованої системи. Очевидно, що бажано мати один показник ефективності. Таким показником є критерій ефективності.

Критерій ефективності – міра ефективності системи, яка узагальнює усі властивості системи в одній оцінці – значення критерію ефективності. Якщо під час збільшення ефективності значення критерію зростає, то критерій називається **прямим**, якщо ж значення критерію зменшується, то критерій називається **інверсним**.

Критерій ефективності слугує для вибору з усіх можливих варіантів структурно-функціональної організації системи найкращого (оптимального) варіанта.

Оптимальна система – система, якій відповідає максимальне (мінімальне) значення прямого (інверсного) критерію ефективності з усіх можливих варіантів побудови системи, які відповідають заданим вимогам.

Аналіз (від грец. *analysis* – розкладання, розчленування) – процес визначення властивостей, властивих системі. У процесі аналізу на основі відомостей про функції та параметри елементів, що входять до складу системи, і відомостей про структуру системи визначаються показники, що характеризують окремі властивості та властиві системі в цілому.

Синтез (від грец. *synthesis* – з'єднання, поєднання, складання) – процес породження функцій і структур, які відповідають вимогам, що подаються до ефективності системи.

Таким чином, з поняттям «ефективність» пов'язані такі поняття:

• показник ефективності;

• критерій ефективності;

• оптимальна система;

• аналіз;

• синтез.

Кількісно кожна система описується сукупністю величин, які можуть бути розбиті на два класи:

• **параметри**, що описують первинні властивості системи і є вихідними даними під час рішення задач аналізу;

• **характеристики**, що описують вторинні властивості системи і визначаються в процесі вирішення задач аналізу як функція параметрів, тобто ці величини є вторинними щодо параметрів.

Множину параметрів технічних систем можна розділити на:

• **внутрішні**, що описують структурно-функціональну організацію системи, до яких належать:

– **структурні параметри**, що описують склад і структуру системи;

– **функціональні параметри**, що описують функціональну організацію (режим функціонування) системи;

• **зовнішні**, що описують взаємодію системи із зовнішнім щодо неї середовищем, до яких належать:

– **навантажувальні параметри**, що описують вхідний вплив на систему, наприклад частоту й обсяг використовуваних ресурсів системи;

– параметри зовнішнього (навколишнього) середовища, що описують зазвичай некерований вплив зовнішнього середовища на систему, наприклад перешкоди тощо.

Параметри можуть бути:

• детермінованими або випадковими;

• керованими або некерованими.

Характеристики системи діляться на:

• глобальні, що описують ефективність системи в цілому;

• локальні, що описують якість функціонування окремих елементів або частин (підсистем) системи.

До **глобальних характеристик** технічних систем можна віднести:

• показники потужності (наведені цифри тощо), що описують швидкісні якості системи, вимірювані, наприклад, кількістю задач, які виконуються обчислювальною системою за одиницю часу;

• часові (характеристики оперативності), що описують часові аспекти функціонування системи, наприклад час вирішення задач в обчислювальній системі;

• надійностні (характеристики надійності), що описують надійність функціонування системи;

• економічні (вартісні) у вигляді вартісних показників, наприклад вартість технічних і програмних засобів обчислювальної системи, витрати на експлуатацію системи тощо;

• інші: маса-габаритні, енергоспоживання, теплові тощо.

Таким чином, параметри системи можна інтерпретувати як деякі вхідні величини, а характеристики – вихідні величини, що залежать від параметрів і визначаються в процесі аналізу системи.

1.1.4. Процеси та їхня класифікація

Вивчення складних систем зручно проводити в термінах процесів.

Процес (від лат. *processus* – просування) – послідовна зміна станів системи в часі.

Стан системи задається сукупністю значень змінних, що описують цей стан. Система перебуває в деякому стані, якщо

вона повністю описується значеннями змінних, які задають цей стан.

Система здійснює **перехід** з одного стану в інший, якщо змінні, що описують її, змінюються від значень, які задають один стан, на значення, які визначають інший стан.

Причина, що викликає перехід зі стану в стан, називається **подією**.

Поняття «система» і «процес» тісно взаємопов'язані і часто розглядаються як еквівалентні поняття, до яких однаково застосовані терміни «стан» і «перехід».

Для уніфікації моделей і методів дослідження різних систем усе різноманіття існуючих і можливих систем і процесів доцільно розбити на окремі класи, що володіють близькими властивостями і відображаються певними моделями, тобто виконати їх класифікацію. Зазвичай класифікація виконується залежно від конкретних ознак, в якості яких будемо використовувати:

• спосіб зміни значень величин, що описують стани системи або процесу;

• характер процесів, що протікають у системі;

• режим функціонування системи (режим процесу).

1. Залежно від **способу зміни значень величин**, що описують стани, усі системи (процеси) поділяються на два великі класи:

• з безперервними станами, звані також безперервними системами (процесами), для яких характерний плавний перехід зі стану в стан, обумовлений тим, що величини, що описують стан, можуть приймати будь-яке значення з деякого інтервалу (в тому числі нескінченого), тобто є безперервними;

• з дискретними станами, звані також дискретними системами (процесами), для яких характерний стрибкоподібний перехід зі стану в стан, обумовлений тим, що величини, що описують стан, змінюються стрибкоподібно і приймають значення, які можуть бути пронумеровані, тобто є дискретними, причому число станів може бути як кінцевим, так і нескінченним.

2. Залежно **від характеру процесів**, що протікають у системах, системи (процеси) поділяються на:

• детерміновані, поведінка яких може бути передбачена заздалегідь;

• стохастичні (випадкові, ймовірні), в яких процеси розвиваються залежно від ряду випадкових факторів, тобто є випадковими.

3. Залежно **від режиму функціонування**, системи (процеси) поділяються на:

• системи, що працюють у сталому (стаціонарному) режимі (процес сталий або стаціонарний), коли характеристики системи не залежать від часу, тобто інваріантні щодо часу функціонування системи;

• системи, що працюють у несталому режимі (процес несталий), коли характеристики системи змінюються з часом, тобто залежать від часу функціонування системи; несталий режим функціонування системи може бути обумовлений:

– початком роботи системи (перехідний режим);

– нестаціонарністю параметрів системи (нестаціонарний режим), що полягає в зміні параметрів системи з часом;

– перевантаженням системи (режим перевантаження), коли система не справляється з покладеним на неї навантаженням.

1.1.5. Операції над системами

Як зазначалося раніше, будь-яка система завжди може складатися з підсистем або бути однією з елементів більшої системи. Крім того, здійснюючи певні дії, можна впливати на зміст, характеристики та нову якість систем. Це означає, що на множині систем можна ввести деякі операції над системами, керуючись, звичайно, основними цілями систем. Дійсно, виявляється, що в багатьох випадках доцільно і зручно визначити множину операцій над системами, до якої можна віднести такі.

1. **Лінеаризація.** Нехай $M = M(X, Y, A)$, де X – множина входів, Y – виходів, A – станів системи. Схематично можна це зробити у вигляді: $X \rightarrow A \rightarrow Y$. Якщо X, Y, A – лінійні простори (множини) і, відповідно, над ними визначені лінійні оператори, то система (модель) називається лінійною. Інші системи (моделі) – нелінійні. Нелінійні системи важко піддаються вивченню,

тому їх часто лінеаризують – зводять до лінійних якимось чином. Таким чином, лінеаризація – це метод наближеного представлення замкнутих нелінійних систем, під час яких дослідження нелінійних систем замінюється аналізом лінійної системи, в певному сенсі еквівалентної вихідній.

2. **Ідентифікація.** Нехай $M = M(X, Y, A)$, $A = \{a_i\}$, $a_i = (a_{i1}, a_{i2}, ..., a_{ik})$ – вектор стану об'єкта (системи). Якщо вектор a_i залежить від деяких невідомих параметрів, то задача ідентифікації (системи, моделі, параметрів системи, моделі) полягає у визначенні значень невідомих параметрів за деякими додатковими умовами, наприклад експериментальними даними, що характеризують стан системи в деяких випадках. Ідентифікація – рішення задачі побудови за результатами спостережень моделей, що описують адекватно поведінку реальної системи.

Інше значення походить уже із захисту інформації – ідентифікація – встановлення тотожності невідомого об'єкта відомому на основі співпадіння певних ознак, впізнання. Синонім – автентифікація (впізнання, ототожнювання), тобто процес перевірки імені (*login*) і пароля (*password*) під час отримання доступу до особистих даних користувача, або, наприклад, розпізнавання образу.

3. **Агрегація.** Операція полягає в перетворенні (зведенні) системи до системи (систем) меншої розмірності.

Агрегація – об'єднання елементів в одну систему або об'єднання, стимулювання однорідних технічних, економічних і будь-яких інших показників. Приклад: міжгалузевий баланс, виробничі функції, рівняння вагового балансу літального апарату.

4. **Декомпозиція.** Операція полягає в поділі системи (моделі) на підсистеми (підмоделі) зі збереженням структур і приналежності одних елементів і підсистем іншим.

Варто додати, що декомпозиція – також науковий метод, який використовує структуру задачі і дозволяє замінити рішення однієї великої задачі рішенням серії менших задач. Найбільш часто декомпозиція в системному аналізі проводиться шляхом побудови дерева цілей, дерева витрат, дерева функцій. Основною проблемою при цьому виявляється виконання двох протилежних

принципів: 1) повнота – проблема всебічного і детального розгляду і 2) простота – дерево цілей повинно бути максимально компактним у ширину і глибину. Ось наглядний приклад: блочне програмування.

Відомо декілька стратегій декомпозиції:

• функціональна;

• за життєвим циклом;

• за фізичним процесом;

• за підсистемами;

• за входами;

• за ресурсами;

• за кінцевими продуктами;

• за діяльністю людини (суб'єкт, об'єкт, навколишнє середовище, засоби, зв'язки тощо).

5. **Збірка.** Операція полягає в перетворенні системи, моделі, що реалізує поставлену мету із заданих визначених підсистем (підмоделей), які структурно пов'язані і стійкі.

6. **Макетування.** Ця операція полягає в апробації, дослідженні структурної пов'язаності, складності, стійкості за допомогою макетів або підсистем спрощеного виду, у яких функціональна частина спрощена (хоча вхід і вихід підсистем збережені).

7. **Експертиза, експертне оцінювання.** Операція або процедура використання досвіду, знань, інтуїції, інтелекту експертів для дослідження систем, що погано структуровані, підсистем досліджуваної системи, які погано формалізуються.

Експертне оцінювання – кількісні або порядкові оцінки процесів або явищ, які не піддаються безпосередньому вимірюванню.

8. **Обчислювальний експеримент.** Це експеримент, здійснюваний за допомогою моделі на ЕОМ з метою розподілу, прогнозу певних станів системи, реакції на певні вхідні сигнали. Приладом експерименту тут є комп'ютер (і модель!).

1.1.6. Зв’язки та навколишнє середовище в системах

Для систем виключно важливим є поняття «**зв’язок**». Ось приклад зв’язків та їхньої ролі в діяльності системи. Мозок людини розвивається і складається з 14 млрд нервових клітин. Кожна з них має 5 000 зв’язків з іншими. Завдяки такій кількості зв’язків мозок людини має неймовірні можливості.

Будь-який закон природи і суспільства – це є внутрішній, стійкий, істотний зв’язок і взаємна обумовленість явищ.

Таким чином, усі наведені вище поняття, що пов’язані із системою, пов’язані також і між собою. Яким чином це відбувається?

Зв’язок предметів можна визначити таким чином: два або більше різних предмети пов’язані, якщо за наявністю або відсутністю деяких властивостей в одних з них можемо судити про наявність чи відсутність певних властивостей в інших з них (виникнення і зникнення предметів можна розглядати як окремий випадок). Наприклад, температура і тиск цієї маси газу пов’язані так, що зі збільшенням температури (за всіх інших постійних умов) збільшується тиск. Знаючи про те, що температура збільшилася, можемо робити висновок про збільшення тиску (якщо з’ясовані точні кількісні співвідношення, то вони будуть враховані й у висновках).

Звичайно, першим кроком щодо розуміння ролі і значення зв’язків для системи є їхня класифікація. Ось одна з можливих класифікацій зв’язків:

1. **Зв’язки взаємодії** (координації), серед яких можна відрізнити зв’язки властивості (такі зв’язки фіксуються, наприклад, у формулах фізики типу $pV = \text{const}$) і зв’язки об’єктів (наприклад, зв’язки між окремими нейронами в певних нервово-психічних процесах). Особливий вид зв’язків взаємодії становлять зв’язки між окремими людьми, а також між людськими колективами або соціальними системами. Специфіка цих зв’язків полягає в тому, що вони опосередковуються цілями, які переслідує кожна зі сторін взаємодії.

2. **Зв’язки породження** (генетичні), коли один об’єкт виступає як підстава, що викликає до життя інший (наприклад, зв’язок типу «А батько В»).

3. **Зв’язки перетворення**, серед яких можна розрізнити: зв’язки перетворення, які реалізуються через певний об’єкт, що забезпечує це перетворення (така функція хімічних каталізаторів), і зв’язки перетворення, реалізовані шляхом безпосередньої взаємодії двох або більше об’єктів, у процесі якого і завдяки якому ці об’єкти порізно або спільно переходять з одного стану в інший (така, наприклад, взаємодія організмів і середовища в процесі видоутворення).

4. **Зв’язки будови** (їх нерідко називають структурними). Природа цих зв’язків з достатньою зрозумілістю розкривається на прикладі хімічних зв’язків.

5. **Зв’язки функціонування**, що забезпечують реальну життєдіяльність об’єкта або його роботу, якщо йдеться про технічну систему. Очевидне різноманіття функції в різних об’єктах визначає і різноманіття видів зв’язків функціонування. Загальним для всіх цих видів є те, що об’єкти, що об’єднуються зв’язком, спільно здійснюють певну функцію, причому ця функція може характеризувати або один з цих об’єктів (у такому випадку інший є функціонально-похідним від першого, як це має місце у функціональних системах живого організму), або більш широке ціле, щодо якого і має сенс функціональний зв’язок цих об’єктів (такі зв’язки між нейронами під час здійснення певних функцій центральної нервової системи).

6. **Зв’язки розвитку**, які можна розглядати як модифікацію функціональних зв’язків станів, з тією, однак, різницею, що розвиток істотно відрізняється від простої зміни станів.

7. **Зв’язки управління**, які залежно від їхнього конкретного виду можуть утворювати різновид або функціональних зв’язків, або зв’язків розвитку.

Зрозуміло, що і така класифікація зв’язків є досить умовною, оскільки є наслідком виключно складного характеру можливих зв’язків і їх специфіки в конкретних системах.

Отже, в навколишньому світі існує досить велика кількість різних зв’язків – багатовимірних, багатогранних, багатозначних, багатопланових, які варто вчитися пізнавати.

І нарешті, важливе питання – де і в чому існує система, адже вона не може існувати у вакуумі, щось її повинно оточувати, вона має бути в якомусь середовищі.

Середовище – сфера, що обмежує структурне утворення системи (наприклад, людина, що бере в руки брошуру). Середовище є все те, що впливає на систему, але непідконтрольне їй. Вплив середовища на систему – це вхідні впливи, або входи (перегортання сторінок брошури людиною). Вплив системи на середовище – це вихідні впливи, реакція системи, або виходи (вплив брошури на зір, нюх, дотик читача).

Складна взаємодія системи і середовища як її оточення визначається поняттями системи і надсистеми. Так, людина, що читає вголос брошуру, являє собою інформаційну систему, яка є надсистемою щодо брошури.

Надсистема – ще більша система, частиною якої є ця система.

1.1.7. Класифікація систем

Існують різні класифікації систем, але жодна з них не буде повністю правильною – кожна з них залежить від багатьох обставин та факторів, а також від точки зору автора. Тут надамо одну з класифікацій систем у загальних рисах з прикладами відповідних систем.

Після двокрапки наведені приклади відповідних систем.

1. За видом **відображуваного об’єкта**:

• технічні: вентилятор, вертоліт, телефон;

• біологічні: людина, легені людини, акваріум;

• економічні: держава, підприємство;

• астрономічні: сонячна система, галактика, чорна діра;

• тощо.

2. За видом **наукового напряму**:

• хімія: торф’яне болото, сонце;

• фізика: літак, більярд;

• математика: mathcad, рулетка (за підрахунком шансів виграшу);

• тощо.

3. За **типом цілеспрямованості**:

• детерміновані: тетріс (стан системи передбачуваний);

• стохастичні: настільна гра з кістками (ймовірнісна).

4. За **генетичною ознакою**:

а) матеріальні (речові):

• природні: планета, ліс;

• штучні: велосипед, калькулятор, пістолет;

• змішані: акваріум, ферма;

б) ідеальні (абстрактні):

• описові: свідомість людини;

• символічні (формалізовані): ньютонівська модель механіки (всесвіту), полярна система координат.

5. За **відкритістю системи**:

• відкриті: людина, банк;

• закриті: сонячна система (в наближенні – не буває абсолютно закритих систем).

6. За **складністю структури**:

• прості (детерміновані): комп'ютер;

• складні (піддаються опису; теоретико-ймовірнісні): банк;

• досить складні (слабодетерміновані, що не піддаються опису): модель квантової фізики.

7. Залежно від **числа елементів**:

• малі системи ($1–10^3$ елементів): динамік, клавіатура;

• складні системи ($10^4–10^7$ елементів): автомобіль, ОС Windows 7;

• ультраскладні системи ($10^7–10^{30}$ елементів): сучасний чотирьохядерний процесор, ідеальний газ;

• суперскладні системи (більше 10^{30} елементів): планета, всесвіт.

8. За **ступенем організації**:

• сильноорганізовані: людина;

• слабоорганізовані: сонце;

• що самоорганізуються (кібернетична адаптивна система, в якій запам'ятовування інформації виражається в зміні структури системи): робот, що сам навчається, свідомість людини.

Корисно також більш детально розглянути конкретні приклади інших систем із вказівкою основних системних властивостей.

Приклад 1.1. Сонячна система

1. Ознака цілісності: взаємне розташування в динаміці Сонця і планет.

2. Системоутворюючі властивості (тобто властивості, що дозволяють реалізувати цілісність): гравітаційні, кінематичні і динамічні.

3. Склад: Сонце (С), планети (п1, п2, ...).

4. Структура: планетарна.

5. Модель: математична, що встановлює у відносній системі координат відносини між характеристиками складових частин – масами (m_i), координатами (x_i), швидкостями (dx_i/dt) і прискореннями (d^2x_i/dt^2), тобто набір $<\{m_i\}, \{x_i\}, \{dx_i/dt\}, \{d^2x_i/dt^2\}, R>$, де {} – множина, x_i – вектор, R – відносини між характеристиками, що встановлюються законами гравітації, кінематики та динаміки.

6. Походження: природне, випадкове.

7. Вид: неістота.

8. Характер: динамічний.

Приклад 1.2. Велосипед

1. Ознака цілісності: здатність слугувати засобом переміщення.

2. Системоутворюючі властивості: механічні.

3. Склад: набір деталей відповідно до специфікації.

4. Структура: механічна відповідно до складального креслення.

5. Модель: 1) дослідний зразок; 2) імітатор; 3) математична модель, що відображає відносини між силами $\{F_i\}$, швидкостями $\{dx_i/dt\}$ і прискореннями $\{d^2x_i/dt^2\}$, тобто набір $<\{F_i\}, \{dx_i/dt\}, \{d^2x_i/dt^2\}, R>$, де R – відносини між характеристиками, що встановлюються законами механіки.

6. Походження: штучне, цілеспрямоване.

7. Вид: неістота.

8. Характер: статичний, динамічний.

Приклад 1.3. Організм

1. Ознака цілісності: збереження цілісності (гомеостаз).

2. Системоутворюючі властивості: біологічні, що забезпечують взаємопов’язаний обмін речовиною, енергією, інформацією.

3. Склад: функціональні системи (органи (клітини); приклад функціональної системи – серцево-судинна).

4. Структура: відносини між функціональними системами, органами, клітинами.

5. Модель: набір моделей різного ступеня точності, повноти і формалізації, що відображають стабілізуючу реакцію організму на зовнішні впливи, що встановлюються біологічними законами.

6. Походження: природне, випадкове.

7. Вид: істота.

8. Характер: динамічний.

Приклад 1.4. Автоматизована система управління (АСУ)

1. Ознака цілісності: функція управління (*F*).

2. Системоутворюючі властивості: інформаційні.

3. Склад: персонал, програмно-технічні засоби, інформаційна база.

4. Структура: технологічна схема обробки інформації.

5. Модель: формальний (або неформальний) зв’язок між вхідними та вихідними даними.

6. Походження: природне випадкове; штучне цілеспрямоване.

7. Вид: істота-неістота.

8. Характер: динамічний.

Приклад 1.5. Енергоблок атомної електростанції

1. Ознака цілісності: функція перетворення енергії (F).

2. Системоутворючі властивості: енергетичні (потенційна енергія (П) – ядерного палива, теплова (Т) – теплоносія, кінетична (К) – турбіни, електрична (Е) – електрогенератора).

3. Склад: набір тепловиділяючих елементів (твелів), циркуляційні контури (I, II), парогенератор (ПГ), турбіна (ТБ), електрогенератор (ЕГ).

4. Структура: технологічна схема виробництва енергії.

5. Модель: сукупність рівнянь перетворення енергії, що утворюють функцію *F*, а саме:

• (П) → (Т) – потенційної в теплову;

• (ТІ) – циркуляція теплової енергії в І контурі;

• (ТІ) → (ТІІ) – теплової І контуру в теплову ІІ контуру;

• (ТІІ) → (К) – теплової в кінетичну;

• (К) – передачі кінетичної через загальний вал;

• (К) → (Е) – кінетичної в електричну;

• (Е) – розподіл електричної. Рівняння будуються відповідно до законів ядерної фізики, теплотехніки, термодинаміки, механіки, електротехніки.

6. Походження: штучне, цілеспрямоване.

7. Вид: неістота.

8. Характер: динамічний.

Приклад 1.6. Виробнича система (підприємство)

1. Ознака цілісності: виробнича функція (F).

2. Системоутворюючі властивості: товаро-грошові.

3. Склад: основні та оборотні фонди, персонал.

4. Структура: виробнича (виробництво товару або вартості).

5. Модель: виробнича функція щодо перетворення сировини і витратних коштів у товари і дохідні кошти. Модель може бути побудована у формі технологічної функції $T = F(C)$ (T – товар, C – ціни) з оцінкою в натуральному і вартісному вираженні за економічними законами перетворення «товар – гроші – товар».

6. Походження: штучне, цілеспрямоване.

7. Вид: істота-неістота.

8. Характер: статичний, динамічний.

Приклад 1.7. Хімічна система елементів

1. Ознака цілісності: впорядкованість елементів за атомним числом і валентністю.

2. Системоутворюючі властивості: інформаційні.

3. Склад: символи хімічних елементів.

4. Структура: упорядкована, циклічна.

5. Модель: $<\{a_{ij}\}, i = 1 \div N_{max}, j = 1 \div 8, R>$, де a_{ij} – елемент, i – атомна вага, j – основні властивості елемента, N_{max} – максимальна атомна вага, R – особливості (водню-гелію, трансуранових елементів тощо).

6. Походження: штучне, цілеспрямоване.

7. Вид: змішаний (істота – людина як носій інформації, неістота – інші носії інформації).

8. Характер: статичний.

Приклад 1.8. Алгебри

Визначення: **алгебраїчною системою** називається набір <*A*, *B*, *C*>, що складається з трьох множин – непорожньої множини об'єктів *A*, множини певних операцій *B* і множини заданих предикатів *C*. Прикладом алгебраїчної системи може слугувати арифметична система: <*R*, {+, –, *}, {«≤»}>, *R* – множина всіх раціональних чисел, а «+», «–», «*» – звичайні операції додавання, віднімання і множення чисел, «≤» – відношення «менше або дорівнює».

1. Ознака цілісності: система аксіом.

2. Системоутворюючі властивості: інформаційні.

3. Склад: поняття, аксіоми, правила виведення.

4. Структура: схема доказів.

5. Модель: <*A*, *B*, *C*>.

6. Походження: штучне, цілеспрямоване.

7. Вид: змішаний (істота – людина як носій інформації, неістота – інші носії інформації).

8. Характер: статичний.

1.2. Модель

Модель і моделювання – універсальні поняття, атрибути одного з найбільш потужних методів пізнання в будь-якій професійній сфері, пізнання системи, процесу, явища.

Моделі і моделювання об'єднують фахівців різних сфер, які працюють над вирішенням міжпредметних проблем, незалежно від того, де ця модель і результати моделювання будуть застосовані. Вид моделі і методи її дослідження більше залежать від інформаційно-логічних зв'язків елементів і підсистем модельованої системи, ресурсів, зв'язків з оточенням, використовуваних під час моделювання, а не від конкретної природи, конкретного наповнення системи.

У моделей, особливо математичних, є і дидактичні аспекти – розвиток модельного стилю мислення, що дозволяє вникати в структуру і внутрішню логіку системи, що моделюється.

Побудова моделі – системна задача, що вимагає аналізу і синтезу вихідних даних, гіпотез, теорій, знань фахівців. Системний підхід дозволяє не тільки побудувати модель реальної системи, але і використовувати цю модель для оцінки (наприклад, ефективності управління, функціонування) системи.

Модель – об'єкт або опис об'єкта, системи для заміщення (за певних умов пропозицій, гіпотез) однієї системи (тобто оригіналу) іншою системою для кращого вивчення оригіналу або відтворення будь-яких його властивостей. Модель – результат відображення однієї структури (вивченої) на іншу (маловивчену). Відображаючи фізичну систему (об'єкт) на математичну систему (наприклад, математичний апарат рівнянь), отримаємо фізико-математичну модель системи або математичну модель фізичної системи. Будь-яка модель будується і досліджується за певних припущень, гіпотез, теорій.

Кожна **теорія** – це теж модель розуміння змісту предмета дослідження. Моделі можуть створюватися на основі засобів пізнання (форми мислення) – евристичні, гіпотетичні, концептуальні та на основі раціонально-логічних засобів дослідження – емпіричні, теоретичні, математичні.

1.2.1. Поняття моделі

«**Модель – пошук кінцевого в нескінченному**» – ця думка належить Д. І. Менделєєву. Що відкидається, щоб перетворити нескінченне в кінцеве? У модель включаються тільки істотні аспекти (кінцеве), що являють собою об'єкт, і відкидаються всі інші (нескінченна більшість). Істотність або несуттєвість аспекту опису визначають відповідно до мети дослідження. Тобто кожна модель завжди складається з якоюсь метою. Починаючи моделювання, дослідник повинен визначити мету, відокремивши її від усіх можливих інших цілей, кількість яких, мабуть, нескінченна.

Покращуючи модель, стежать, щоб ефект від ускладнення моделі не перевищував пов'язані з цим витрати. Як тільки дослідник зауважує, що витрати на уточнення моделі перевищують ефект від точності під час застосування моделі, потрібно зупинитися, оскільки точка оптимуму досягнута. Такий підхід завжди гарантує окупність вкладень.

З усього зазначеного випливає, що моделей може бути декілька: наближена, точніша, більш точніша тощо. Моделі ніби утворюють ряд. Рухаючись від варіанта до варіанта, дослідник удосконалює модель. Для побудови та вдосконалення моделей необхідна їхня спадкоємність, засоби відстеження версій тощо, тобто процес моделювання вимагає інструменту і спирається на певні технології.

Інструмент – типовий засіб, що дозволяє досягти оригінальний результат і забезпечує скорочення витрат на виконання проміжних операцій (іміджі, стандартні бібліотеки, майстри, лінійки, гумки тощо).

Технологія – набір стандартних способів, прийомів, методів, що дозволяє досягти результату гарантованої якості за допомогою зазначених інструментів за заздалегідь відомий час у разі заданих витрат, але під час дотримання користувачем оголошених вимог і порядку.

Середовище – сукупність робочого простору й інструментів на ньому, що підтримує зберігання і зміну, наступність проектів і інтерпретує властивості об'єктів і систем з них.

Об'єкт (лат. objectum – предмет) – усе те, на що спрямована людська діяльність.

Технічний об'єкт – машина, механізм, технічний комплекс, технологічний процес, а також будь-яка їхня компонента, що виділяється в процесі моделювання шляхом ділення структури цілісного об'єкта на окремі блоки, частини, елементи.

Гіпотеза – певні передбачення, припущення, засновані на невеликій кількості досвідчених даних, спостережень, здогадів. Швидка і повна перевірка висунутих гіпотез може бути проведена у ході спеціально поставленого експерименту. Під час формулювання та перевірки правильності гіпотез велике значення як методу судження має аналогія.

Аналогія – судження про будь-яку хоча б часткову подібність двох об'єктів.

Експеримент – процедура організації спостережень будь-яких явищ, які здійснюють в умовах, близьких до природних, або імітують їх. Розрізняють **пасивний** експеримент, коли дослідник спостерігає процес, який протікає певним чином, і **активний**, коли спостерігач втручається і сам організовує протікання процесу. Загалом процес моделювання може бути представлений таким чином: використовуючи апріорні (раніше відомі) дані про об'єкт, висувається гіпотеза, за якою на основі аналогії будується наочна спрощена логічна схема (модель) і з нею проводиться експеримент для подальшого вивчення властивостей об'єкта.

Модель є своєрідним інструментом дослідження систем і дозволяє на основі зміни вихідних припущень прогнозувати поведінку системи. Крім того, модель являє собою засіб спрощення об'єкта і його вивчення, оскільки дозволяє досліджувати систему з точки зору її істотних характеристик, абстрагуючись від побічних впливів середовища.

Серед методів спрощення, здійснюваних у процесі моделювання, можна назвати:

• **виключення** з розгляду ряду змінних – як виняток несуттєвих, так і за рахунок агрегування змінних;

• **зміна природи змінних** – як за рахунок розгляду змінних як констант, так і за рахунок розгляду дискретних величин як безперервних;

• **зміна характеру зв'язку** між елементами (заміни нелінійних залежностей на лінійні);

• **зміна обмежень** – як шляхом зняття обмежень, так і за рахунок введення нових.

Будь-яка модель будується на основі деяких теоретичних принципів і реалізується певними інструментальними засобами прикладних наук.

Аналіз літератури, в якій застосовується термін «модель», показує, що цей термін вживається в основному в двох значеннях: 1) в значенні **теорії** (абстрактна модель) і 2) в значенні **об'єкта** (або процесу), який цією теорією відбивається (конкретна

модель). Послідовно розглядаючи основні значення терміна «модель», автор монографії «Моделювання і філософія» В. А. Штофф пропонує таке визначення: «Під моделлю розуміється така подумка, яка є уявна або матеріально реалізована система, яка, відображаючи і відтворюючи об'єкт, здатна замінювати його так, що її вивчення дає нам нову інформацію про цей об'єкт».

Розглядаючи роль моделей, В. А. Штоф приходить до нового розуміння моделі як засоби й об'єкти дослідження. «Моделювання – це є процес використання моделей (оригіналу) для вивчення певних властивостей оригіналу (перетворення оригіналу) або заміщення оригіналу моделями в процесі будь-якої діяльності» (наприклад, для перетворення арифметичного виразу можна його компоненти тимчасово позначити буквами).

Додамо досить просте визначення моделі, запропоноване відомим американським лінгвістом і математиком М. Мінським: **об'єкт А** є **моделлю об'єкта Б**, якщо за допомогою об'єкта А можна отримати якісь відомості про об'єкт Б.

І нарешті, найбільш лаконічне визначення дає відомий польський письменник-фантаст С. Лем:

«**Моделювання – це наслідування Природі, що враховує деякі її властивості**». При цьому пояснює: «Чому тільки деякі? Через наше невміння? Ні. Перш за все тому, що ми повинні захиститися від надлишку інформації», додаючи, що можлива і недоступність інформації, і пояснюючи на прикладах, що «практика моделювання передбачає врахування деяких змінних і відмову від інших» з урахуванням призначення моделі.

Ще додамо, що модель – це:

• деяка спрощена подоба реального об'єкта;

• відтворення предмета в зменшеному або збільшеному вигляді (макет);

• схема, зображення або опис будь-якого явища чи процесу в природі і суспільстві;

• фізичний або інформаційний аналог об'єкта, функціонування якого за певними параметрами подібно функціонуванню реального об'єкта;

• якийсь об’єкт-замінник, який у певних умовах може замінняти об’єкт-оригінал, відтворюючи властивості і характеристики, які цікавлять нас, причому має істотні переваги і зручності (наочність, видимість, доступність випробувань, легкість оперування з ним тощо);

• новий об’єкт, який відображає деякі сторони досліджуваного об’єкта чи явища, які істотні з точки зору цілей моделювання;

• новий об’єкт (реальний, інформаційний або уявний), відмінний від вихідного, який володіє істотними для цілей моделювання властивостями і в рамках цих цілей повністю замінює вихідний об’єкт.

Модель являє собою також спосіб існування знань.

Існує багато інших визначень моделей. Особливо в цьому досягли успіху математики, що створили теорію моделей. Найчастіше під моделлю розуміють якийсь об’єкт-замінник, який за певних умов може заміняти об’єкт-оригінал, відтворюючи властивості і характеристики оригіналу, які цікавлять нас. Причому тут істотну перевагу мають зручності, тобто модель являє собою відображення будь-яким способом істотних характеристик об’єктів, процесів і їхніх взаємозв’язків з реальними системами. В основі моделювання полягає **принцип аналогії**. Аналогія – подібність, схожість предметів у будь-яких властивостях, ознаках, відносинах.

1.2.2. Основні властивості та вимоги до моделей

Кожна модель як певний об’єкт повинна мати свої характерні властивості. Наведемо загальні властивості будь-якої моделі:

• **цілеспрямованість** – модель завжди відображає деяку систему, тобто має мету;

• **кінцевість** – модель відображає оригінал лише в кінцевому числі його відносин і, крім того, ресурси моделювання кінцеві;

• **спрощеність** – модель відображає тільки істотні сторони об’єкта і, крім того, повинна бути проста для дослідження або відтворення;

• **приблизність** – дійсність відображається моделлю грубо або приблизно;

• **адекватність** – модель повинна успішно і достатньо точно описувати систему, яка моделюється;

• **наочність** – видимість основних її властивостей і відносин;

• **доступність** і **технологічність** для дослідження або відтворення;

• **інформативність** – модель повинна містити достатню інформацію про систему (в рамках гіпотез, ухвалених під час побудови моделі) і повинна давати можливість отримати нову інформацію;

• можливість **збереження інформації**, що містилася в оригіналі (з точністю розглянутих у процесі побудови моделі гіпотез);

• **повнота** – в моделі повинні бути враховані всі основні зв'язки і відносини, необхідні для забезпечення мети моделювання;

• **стійкість** – модель повинна описувати і забезпечувати стійку поведінку системи, якщо навіть вона спочатку є нестійкою;

• **цілісність** – модель реалізує деяку систему (тобто ціле);

• **замкнутість** – модель враховує і відображає замкнену систему необхідних основних гіпотез, зв'язків і відносин;

• **адаптивність** – модель може бути пристосована до різних вхідних параметрів, впливів оточення;

• **керованість** (імітаційність) – модель повинна мати хоча б один параметр, змінами якого можна імітувати поведінку моделюваної системи в різних умовах;

• **еволюціонування** – можливість розвитку моделей (попереднього рівня).

До всіх розроблюваних моделей ставляться такі дещо суперечливі вимоги, тобто модель повинна бути:

1) простою і зрозумілою користувачеві;

2) цілеспрямованою, надійною в сенсі гарантії від абсурдних відповідей;

3) зручною в управлінні і «спілкуванні» з нею;

4) повною з точки зору вирішення основних завдань;

5) адаптивною, тобто дозволяти без істотних зусиль переходити до інших модифікацій або оновлювати дані, інакше – удосконалюватися у взаємодії з користувачем;

6) адекватною – повною мірою, відповідно до поставленого завдання, відтворювати оригінал.

Звернемо увагу на суперечливість між простотою та адекватністю моделі.

Вимога простоти моделі обумовлена необхідністю побудови моделі, яка може бути розрахована доступними методами. Побудова складної моделі може призвести до неможливості отримання кінцевого результату наявними засобами в прийнятні терміни і з необхідною точністю.

Ступінь складності (простоти) моделі визначається рівнем її деталізації, що залежить від прийнятих припущень: чим їх більше, тим нижче рівень деталізації і, отже, простіше модель, водночас вона менш адекватна досліджуваній системі.

Адекватність (від лат. *adaequatus* – прирівняний, рівний) – відповідність моделі оригіналу, що характеризується ступенем близькості властивостей моделі властивостям досліджуваної системи.

Адекватність математичних моделей залежить від:

• ступеня повноти та достовірності відомостей про досліджувану систему;

• рівня деталізації моделі.

При цьому моделювання може проводитися:

• в умовах повної визначеності, що означає наявність точної інформації про всі вихідні параметри;

• в умовах невизначеності, обумовлених неточністю відомостей про параметри та відсутністю відомостей про значення деяких параметрів.

Проте під час побудови моделі потрібно враховувати і більш загальні вимоги:

• незалежність результатів розв’язання задач від конкретної фізичної інтерпретації елементів моделі;

• змістовність, тобто здатність моделі відображати істотні риси і властивості реального процесу, який вивчається і моделюється;

• дедуктивність, тобто можливість конструктивного використання моделі для отримання результату;

• індуктивність – вивчення причин і наслідків від окремого до загального з метою накопичення необхідних знань.

Під час практичного використання моделей варто враховувати дещо інші теж загальні вимоги.

1. Модель повинна бути актуальною. Це означає, що модель має бути націлена на важливі для осіб, які ухвалюють рішення, проблеми.

2. Модель повинна бути результативною. Це означає, що отримані результати моделювання мають успішно використовуватися. Ця вимога може бути реалізована тільки у разі правильного формулювання необхідного результату.

3. Модель повинна бути достовірною. Це означає, що результати моделювання не повинні викликати сумнівів. Ця вимога тісно пов’язана з поняттям адекватності, тобто якщо модель неадекватна, то вона не може давати достовірних результатів.

4. Модель повинна бути економічною. Це означає, що ефект від використання результатів моделювання перевищує витрати ресурсів на її створення і дослідження.

Оскільки модель створюється для вирішення конкретних завдань, розробник моделі має бути впевненим, що не отримає абсурдних результатів, а всі одержані результати відображатимуть необхідні для дослідника характеристики та властивості модельованої системи. Модель повинна дати можливість знайти відповіді на певні запитання, наприклад: «що буде, якщо ...», оскільки вони є найбільш доцільними під час глибокого вивчення проблеми. Не варто забувати, що системні аналітики використовують модель для ухвалення рішень і пошуку найкращих способів створення модельованої системи або її модернізації. Завжди потрібно пам’ятати, що користувачем інформації, отриманої за допомогою моделі, є замовник. Недоцільно розробляти модель, якщо її не можна буде використовувати.

Більше того, робота з моделлю має бути автоматизованою для замовника до такого ступеня, щоб він міг працювати з нею в межах своєї предметної сфери. Таким чином, між моделлю і користувачем повинен бути розвинений інтерфейс, який, звичайно,

створюється за допомогою системи меню, налагодженої на застосування моделі в певній галузі.

Ступінь деталізації моделі потрібно вибирати з огляду на цілі моделювання, можливості отримання необхідних вхідних даних для моделі та з урахуванням наявних ресурсів для її створення. Відсутність кваліфікованих фахівців може звести роботи зі створення моделі нанівець. З іншого боку, чим детальніше розроблено модель, тим вона стійкіша до вхідних впливів, які не були передбачені під час проектування, і на більшу кількість запитань може дати правильні відповіді.

1.2.3. Адекватність моделі

Адекватність моделі – відповідність моделі модельованого об'єкта або процесу. Саме цю властивість потрібно вважати найбільш важливою, адже вона є основною характеристикою взаємозв'язку між системою та її моделлю.

Одна з найскладніших проблем, з якою має справу аналітик моделювання, полягає у визначенні, **адекватна модель системи чи ні**. Якщо модель «адекватна», її можна використовувати для ухвалення рішень щодо системи, яку вона представляє, тобто ніби вони ухвалювались на основі результатів проведення експериментів з реальною системою. Модель же складної системи може тільки приблизно відповідати оригіналу, незалежно від того, скільки зусиль затрачено на її розроблення, тому що абсолютно адекватних моделей не існує.

Оскільки модель завжди має розроблятись для певної множини цілей, то модель, яка є адекватною для однієї мети, може не бути такою для дослідження іншої. Варто зазначити, що адекватна модель не обов'язково є достовірною, і навпаки. Модель може бути достовірною, але в цьому разі не використовуватись для ухвалення рішень. Наприклад, достовірна модель не може бути адекватною з політичних або економічних причин.

У процесі перевірки моделі необхідно встановити включення в модель усіх істотних чинників. Складність вирішення цієї проблеми залежить від складності розв'язуваної задачі.

Початковий варіант моделі необхідно перевірити за такими аспектами:

1) чи суттєві параметри включені в модель?

2) чи немає в моделі несуттєвих параметрів?

3) чи правильно відображені зв'язки між параметрами?

4) чи правильно визначені обмеження на значення параметрів?

Для перевірки рекомендується залучати фахівців, які не брали участі в розробці моделі. Вони можуть більш об'єктивно розглянути модель і помітити її слабкі боки, ніж її розробники. Така попередня перевірка моделі дозволяє виявити грубі помилки. Після цього приступають до реалізації моделі та проведення досліджень. Отримані результати моделювання піддаються аналізу на відповідність відомим властивостям досліджуваного об'єкта. Для встановлення відповідності створюваної моделі оригіналу використовуються такі шляхи:

• порівняння результатів моделювання з окремими експериментальними результатами, отриманими за однакових умов;

• використання інших близьких моделей;

• зіставлення структури і функціонування моделі з прототипом.

Основним шляхом перевірки адекватності моделі досліджуваного об'єкта виступає практика. Однак вона вимагає накопичення статистики, яка не завжди буває достатньою для отримання надійних даних. Для багатьох моделей перші два шляхи прийнятні меншою мірою. В цьому випадку залишається один шлях: висновок про подібність моделі і прототипу робити на основі зіставлення їхніх структур і функцій, що реалізовуються. Такі висновки не носять формальний характер, оскільки ґрунтуються лише на досвіді та інтуїції дослідника.

За результатами перевірки моделі на адекватність ухвалюється рішення про можливість її практичного використання або проведення коригування.

Оскільки будь-яку модель можна порівняти з проекцією системи, не можна свідчити про абсолютну адекватність, за якої модель за всіма параметрами відповідає оригіналу, тим більше коли будуються моделі природних або соціальних явищ і процесів (неконструктивних об'єктів). У цьому випадку оцінка ступеня

подібності може спиратися в основному на оцінку **відмінності** від оригіналу. При цьому оцінювання відмінності наштовхується природним чином на великі труднощі, оскільки зазвичай неможливо використовувати для порівняння об'єкт у всій його дійсній цілісності. Тому зазначати про адекватність у позитивному сенсі слова можна тільки щодо конструктивних об'єктів.

Поняття адекватності ґрунтується на чітких у математичному відношенні поняттях **ізоморфізму** і **гомоморфізму**, але не збігається з ними. Наприклад, об'єкт може бути ізоморфний моделі за структурою, водночас як метою моделювання є вивчення його поведінки.

Два об'єкти (зокрема, об'єкт і його модель) називаються **ізоморфними**, якщо між ними існує взаємно однозначна відповідність: кожному елементу одного об'єкта можна зіставити у відповідність елемент іншого, і навпаки; кожному відношенню між елементами одного об'єкта можна зіставити відношення між елементами іншого об'єкта, і навпаки.

Якщо в цьому визначенні вимогу взаємної однозначності замінити вимогою однозначної відповідності систем (відповідності тільки в один бік), то такі об'єкти називаються **гомоморфними**.

Адекватність досить просто встановити у разі конструктивних (зокрема, інформаційних) об'єктів. Для цього необхідно сформулювати мету моделювання та уточнити, який з аспектів досліджуваного об'єкта – зовнішній вигляд, структура або поведінка – являє собою в цьому випадку інтерес. Після цього проблему адекватності можна звести до встановлення відповідного ізоморфізму або гомоморфізму.

Приклад 1.9. Розглянемо маятник, що складається з важкого вантажу, підвішеного на кінчику нитки. Відомо, що моделлю коливань цього маятника може слугувати рівняння:

$$x = A\sin(\omega t),$$

де x – відхилення від положення рівноваги.

Чи є адекватною ця модель поведінці самого маятника?

Якщо подивитися на коливання реального маятника, то можна помітити, що з часом розмах коливань стає все менше і, нарешті, маятник зупиняється. Але рівняння $x = A\sin(\omega t)$ не описує

такої поведінки, тобто явний неізоморфізм у поведінці конструктивного об’єкта і його моделі.

Проте якщо ввести такі обмеження:

• відхилення x від положення рівноваги мале (малі коливання);

• час t спостереження за маятником малий,

то наведене рівняння досить добре описує поведінку маятника (модель стає ізоморфною), у чому легко можна переконатися у ході експерименту.

Потрібно зазначити, що під час дотримання вищезгаданих умов рівняння $x = A\sin(\omega t)$ адекватно описує рух реального маятника.

Задача стає значно складнішою, якщо спостерігачу доступні тільки моделі досліджуваного об’єкта, на основі яких потрібно зробити висновок і про сам недоступний йому об’єкт.

Перша думка полягає в тому, щоб порівняти наявні моделі і спробувати виділити деякі «інваріантні» (які не залежать від моделі) моменти, які, як можна припустити, належать і до самого об’єкта.

Приклад 1.10. Як відомо, жодна розвідслужба світу не користується даними лише одного джерела. Кожен розвідник дає своє бачення ситуації (свою модель). На основі аналізу багатьох таких моделей у розвідувальному центрі роблять висновок про сам об’єкт (у цьому випадку будують гіпотезу, яку треба ще і перевірити). Як відомо, висадка англо-американських військ у Нормандії 1944 р. спиралася на ретельне вивчення берегової лінії, розпочатої на основі аналізу декількох тисяч аматорських фотографій.

Можлива і зворотна дія, коли повідомлення, що містилося в двох незалежних джерелах, дезінформує з тим, щоб потім його розцінили як правдоподібне («диму без вогню не буває»).

Проблема оцінки об’єкта за його моделями виникає постійно: під час перегляду телевізійних програм, читання книг, виборів представників влади та ін. Але може трапитися так, що спостерігач не має бажання (можливості для цього у нього завжди є) оцінювати моделі або шукати за ними якийсь об’єкт. Тут можуть бути такі ситуації:

1) спостерігачеві доступна тільки одна модель;

2) спостерігачеві доступні кілька моделей одного об’єкта.

У першому випадку спостерігач, маючи в розпорядженні тільки одну модель і не бажаючи піддавати її осмисленню, вільно чи мимоволі ототожнить її із самим об’єктом.

У другому випадку у спостерігача є можливість вільно переходити від однієї моделі до іншої, як правило, не ставлячи собі питання про коректність такого переходу. При цьому спостерігачеві не важлива ні ступінь адекватності цих моделей реальному стану справ, ні навіть те, що одна модель може суперечити інший. Реальність підміняється таким суб’єктом-спостерігачем деяким набором моделей.

Приклад 1.11. Доступність однієї або декількох моделей об’єкта полягає в основі конструювання ідеологій «тоталітарного» і «демократичного» суспільства (в цьому випадку ці поняття використовуються не у всій можливій повноті, а частково). Об’єктом моделювання є в цьому випадку суспільні відносини, а об’єктом впливу – суспільна свідомість і світогляд окремої людини.

«Тоталітарна» ідеологія прагне сформувати в суспільстві єдину модель світогляду і поведінки, в яку закладені необхідні для неї параметри. Претендуючи при цьому на роль не тільки моделі, а й об’єкта, вона неминуче повинна включати елементи, що належать до самого об’єкта.

«Демократична» ідеологія, оперуючи з декількома моделями, в принципі здатна дати більш адекватний погляд на модельований об’єкт. Однак ця ж ідеологія не заохочує людину до аналізу моделей, закликаючи її залишатися в рамках необтяжливого «плюралізму». У результаті виникає відомий феномен «розщепленої свідомості», коли людина «живе» відразу в декількох несумісних моделях, що часом і прямо суперечать одна одній. У цьому випадку об’єкт моделювання, а разом з ним і сама реальність може повністю «поплисти» з поля зору людини. Сформована в такій ідеології людина добре почувається в штучному світі Інтернету, супермаркетів і біржових котирувань. Однак вона

абсолютно безпорадна перед лицем реального світу і його законів, що добре видно на прикладі дії будь-яких сект. На жаль, у свідомості багатьох людей саме цей штучний світ асоціюється з цивілізацією взагалі.

Останнім часом у «демократичній» ідеології набирають силу «тоталітарні» тенденції. Це робиться на основі вибудовування системи ізоморфних моделей, які за видимим розмаїттям задають одну і ту саму ідеологічну лінію. Наприклад, цілком певні стереотипи поведінки, що задаються мультсеріалами Діснея, цілеспрямовано прищеплюються дітям через одних і тих самих героїв, переходячи в комікси, шкільні зошити, дитячі іграшки тощо.

Незважаючи на вплив певної ідеологічної системи, пізнання реальності є невід'ємною властивістю людського духу. Навіть маючи в розпорядженні тільки одну модель, мисляча людина може за багатьма непрямими ознаками успішно співвідносити її з об'єктом моделювання, оцінювати ступінь її адекватності й ухвалювати рішення про свої дії відповідно до власних інтересів, а не інтересів «творців» моделі.

Які ж принципи і прийоми можуть полягати в основі оцінювання ступеня адекватності моделі об'єкта?

Приклад 1.12. Ще раз проаналізуємо маятник з попереднього прикладу. Чи правильно те, що рівняння $x = A\sin(\omega t)$ буде, як і раніше, адекватно описувати малі коливання маятника, якщо він міститься на Місяці? Пряме порівняння об'єкта і моделі, а отже, встановлення ізоморфізму, в цьому випадку виключено. Проте можемо з деякою поправкою (заміною значення константи g, що входить у формулу підрахунку частоти ω) вважати, що це рівняння адекватно описуватиме малі коливання маятника і на Місяці. Зауважимо, що під час руху маятника, відповідно до наведеного вище рівняння, виконується закон збереження енергії, в чому можна легко переконатися, зробивши прямий підрахунок.

Встановлюючи адекватність моделі в нових умовах, у цьому випадку керувалися загальнонауковим **принципом відповідності**, вперше сформульованим датським фізиком Н. Бором: якщо коректно уточнити адекватну модель (у цьому випадку з дотриманням

закону збереження енергії) або сферу дії адекватної моделі, то в результаті знову вийде адекватна модель.

Приклад 1.13. Побудуємо модель схеми голосування, вперше розглянуту французьким філософом і математиком М. Ж. Кондорсе.

Для того щоб знати «волю більшості», досить проранжувати кандидатів A, B, C у порядку їхньої переваги: A краще B, B краще C, A краще C. Ці твердження позначатимемо A > B, B > C, A > C. Таке ранжування зазвичай спостерігається в різних рейтингових системах. Тепер уявімо виборний орган із шістдесяти голосуючих, що розділилися таким чином:

23 дали впорядкування A > C > B;

19 – B > C > A;

16 – C > B > A;

2 – C > A > B.

У подальшому використовуємо очевидні порівняння для декількох кандидатів. Отже, під час порівняння A і B маємо: 23 + 2 = 25 голосів за те, що A > B і 19 + 16 = 35 голосів, за те, що B > A. Очевидно, що можна припустити, що «B краще ніж A».

Аналогічно порівнюючи A і C, B і C, приходимо до виразу «волі більшості»: C > B, B > A, C > A, тобто до такого впорядкування C > B > A.

Отже, якщо необхідно вибрати одного кандидата, то за цим розподілом голосів обирається C.

Тепер змінимо співвідношення голосів:

23 дали впорядкування A > C > B;

17 – B > C > A;

2 – B > A > C;

8 – C > B > A;

10 – C > A > B.

Аналогічно тоді за B > C подані 23 + 17 + 2 = 42 голоси,

за C > A – 17 + 10 + 8 = 35 голосів,

за A > B – 23 + 10 = 33 голоси,

за C > B – 10 + 8 = 18 голосів,

за A > C – 23 + 2 = 25 голосів,

за B > A – 17 + 2 + 8 = 27 голосів.

Відповідно до закону більшості виходить три твердження:

B > C, C > A, A > B, але ж вони суперечливі!

Це означає, що залежно від розподілу голосів і системи підрахунку голосів можна отримати будь-який результат. Таким чином, запропоновану модель вибору «кращого» кандидата складно розглядати як адекватну волі більшості, оскільки на її основі не можна зробити однозначного висновку, щоправда, тут неявно припускається істинність логічного принципу tertium non datur («третього не дано»).

Протиріччя в цій моделі свідчить про те, що поняття «воля більшості», яке є наріжним каменем демократичних інститутів, є далеко не таким простим і очевидним. Примітно і те, що цей парадокс був сформульований одним із стовпів європейської демократії.

Приклад 1.14. Як відомо, в класичній фізиці маса є мірою інертності тіла, а також мірою його гравітаційної взаємодії. Можна розглянути дві теорії, в яких:

• чисельні значення інертної і гравітаційної маси в принципі можуть відрізнятися, оскільки це різні поняття;

• виконується принцип еквівалентності цих мас, запропонований А. Ейнштейном 1910 р.

Яка з цих теорій більш адекватна?

Зрозуміло, що в Ейнштейна були різні аргументи для введення цього принципу. Але один з них передбачає, що в реальності все повинно бути влаштовано якомога простіше. При цьому простота зовсім не має на увазі спрощеності. **Принцип простоти** полягає в основі первинної перевірки адекватності наукової теорії об’єкта дослідження.

Приклад 1.15. Аналогічна ситуація мала місце у фізиці XVII ст. Тоді знали багато різних видів електрики: атмосферну електрику; електрику, що утворюється в бурштині, потертому шерстю або сукном; електрику, що виникає під час хімічної взаємодії речовин тощо. Поступово, однак, виникла думка, що все

повинно бути влаштовано простіше і в дійсності природа всіх цих видів електрики одна і та сама. Це був перший крок до побудови сучасної теорії електрики.

Важливим етапом розвитку цієї теорії були досліди датського фізика Г. Х. Ерстеда, який відкрив вплив електричного струму на магнітну стрілку. З міркувань симетрії виникло припущення, що в природі повинна існувати й зворотна залежність: магнетизм повинен «породжувати» електрику. Керуючися цим принципом, М. Фарадей після десяти років експериментів відкрив явище електромагнітної індукції. Принцип симетрії з'явився ще одним науковим принципом, що дозволяє провести первинну перевірку адекватності наукових моделей.

Однак адекватність досить тонке і багатогранне поняття, що видно з такого прикладу.

Приклад 1.16. Розглянемо дві ситуації.

Перша: припустимо, вам описали зовнішність людини, і ви впізнали її за цим описом під час зустрічі.

Друга: вам описали зовнішність людини, і ви не впізнали її під час зустрічі з цього опису.

Чи можна зазначити, що перша модель адекватна моделюваному об'єкту, а друга – неадекватна? Навряд чи. Швидше, потрібно зазначити про те, що перша модель більш адекватна, ніж друга, тобто ввести порівняльну оцінку адекватності.

Зауважимо, що причина того, що ви не впізнали людину за описом, може полягати не в тому, що опис був невідповідним (неадекватним) об'єкта, а в особливостях вашого сприйняття. І певну роль тут відіграє обраний спосіб формалізації.

Словесний опис найчастіше буває лише частково формалізованим. Згадайте, наскільки по-різному можна розуміти (трактувати) такі широко поширені в нашій повсякденній мові вирази, як «світло-карі очі», «сіль на кінчику ножа», «легка хода».

Спілкування – це процес передачі інформації, і йде він за тією ж схемою, що і будь-яка передача інформації: є джерело, пристрій, що кодує, канал зв'язку зі своєю пропускною спроможністю і завадозахищеністю, декодер, приймач інформації;

і кожен з перерахованих елементів піддається впливу перешкод. У нашому випадку «перешкодами» можуть виступати багатозначність, неточність слів, використовуваних під час опису зовнішності людини, і різні моделі сприйняття інформації у співрозмовників.

Якщо словесний опис чітко формалізований і правила цієї формалізації відомі обом співрозмовникам, то тільки в цьому випадку, коли можливість різного тлумачення одних і тих самих слів-знаків зведена до мінімуму, можна свідчити про адекватність або неадекватність опису об'єкта.

Поняття адекватності зростає з нашого бажання бачити модель «рівною», «тотожною» досліджуваному об'єкту. Зрозуміло, цей ідеал недосяжний і можна пізнавати лише якийсь бік об'єкта залежно від мети моделювання і наявних у нас інструментів пізнання. Виявляється, що в багатьох випадках простіше установити неадекватність моделі, тобто її невідповідність деяким загальним науковим принципам, ніж її адекватність. Наприклад, якщо в моделі одночасно допустимі затвердження «А» і «не-А», то ця модель явно неадекватна (спеціальні випадки багатозначних логік тут не розглядаємо).

Сам же принцип пізнання через заперечення називається **апофатичним**. Апофатичний принцип дозволяє чітко фіксувати межі нашого пізнання, і деякі філософи пророкують, що цей принцип буде провідним принципом пізнання в XXI ст.

Якщо спостерігачеві доступна лише одна модель, питання про її адекватність об'єкта сприймається на основі фундаментальних наукових положень.

До фундаментальних положень належать такі:

• **несуперечність**: неможлива одночасна істинність висловлювання (А) і висловлювання, що йому суперечить (НЕ А);

• **закон достатньої підстави**: «... жодне явище не може опинитися істинним або дійсним, жодне твердження справедливим без достатніх підстав, чому справа відбувається саме так, а не інакше ...» (Г. В. Лейбніц);

• **закон збереження енергії**: енергія поля + енергія об'єкта = constant;

• **закон збереження речовини**: речовина нікуди не зникає і нізвідки не виникає, воно тільки переходить з одного стану в інший;

• **властивість симетрії**: якщо будь-який стан або процес зустрічається в природі, то для нього існує звернений у часі стан або процес, який також може реалізуватися в природі.

Крім того, адекватність моделі оцінюється на основі загальних евристичних принципів:

• **принцип простоти**: «Не варто множити сутності понад необхідне» (У. Оккам);

• **принцип «лінії»** (в комунікації): кожен мовець прагне повідомити якомога менше інформації, а кожен слухає, навпаки, прагне отримати її якомога більше, щоб самому менше вдумуватися у зміст висловлювання;

• **принцип естетики**: «Фізичний закон повинен бути математично витонченим» (Physical law would have mathematical beaty) – такий напис залишив на стіні кабінента кафедри теоретичної фізики МДУ видатний фізик П.А.М. Дірак 1956 р., вона може слугувати ілюстрацією загального принципу естетики;

• **принцип відповідності**: якщо коректно уточнити адекватну модель або сферу дії адекватної моделі, то в результаті вийде адекватна модель.

У всіх випадках в основі цих принципів полягають усвідомлені або неусвідомлені основні постулати нашого світогляду.

1.2.4. Зв’язок між системою та моделлю

Як уже зазначалося, успішність діяльності людини багато в чому залежить від його вміння будувати і використовувати моделі. Однак людина досить часто виступає не в ролі творця моделі, а **спостерігача**, який «живе» в множині об’єктів і моделей, порізному взаємодіючи з ними, тобто можна свідчити про те, що є такі ситуації:

1. Людина **сама створює модель** і природно знає її властивості (оскільки сама їх задає).

2. Людина **взаємодіє** (сприймає, вибирає, використовує) **з «чужими» моделями**, тому вона повинна вміти визначати властивості «чужих» моделей для того, щоб досягти своїх цілей.

3. Людина повинна **навчитися розрізняти об'єкт і його** модель, тобто зрозуміти, з чим вона має справу в цей момент: з реальністю або з її відображенням у моделі.

4. Людина повинна **оцінювати інформацію про об'єкт**, яку можна отримати на основі аналізу моделі.

Виникає запитання, чи є ознаки, показники, за якими можна відрізнити і/або оцінити модель. Так, є. Найголовніша властивість моделі – бути подібною об'єкту моделювання згідно з цілями моделювання. Розібратися в цьому можна за допомогою детального аналізу відносини «подібність». Будь-яка модель певним чином «подібна» на модельований об'єкт. Ця «подібність» має два боки:

1) «подібність» у сенсі приналежності до одного класу;

2) «подібність» у сенсі подібності внутрішньої структури.

Приклад 1.17. Усі книги «подібні» одна одній в тому сенсі, що вони зроблені з паперу, мають обкладинку, сторінки, текст і/або ілюстрації тощо. Потрібно зазначити, що всі вони належать множині «книги». Усі книги, зрозуміло, досить різні, хоча цілком можливо, що серед них є значно подібні за змістом, зовнішнім виглядом.

Властивість «подібність» (або «подоба») можна уточнити через два фундаментальних поняття: «еквівалентність» і «гомоморфізм»/«ізоморфізм». При цьому під **еквівалентністю** розумітимемо подобу в сенсі приналежності до одного класу, а під **гомоморфізмом/ізоморфізмом** – подоба внутрішньої структури.

Для оцінки властивостей моделей необхідно знайти потрібну мову для опису всієї множини моделей і об'єктів. Зрозуміло, що вибір мови опису залежить від поставлених цілей.

Приклад 1.18. Розглянемо відносини в родині. Зрозуміло, що відносинами «мати» і «тато» не обмежується множина всіх сімейних відносин. Є там, наприклад, відносини між іншими членами родини: бабуся, дідусь, син, донька, чоловік, дружина та ін.

Тому, описуючи відносини в будь-якій множині, прагнуть обрати обмежену кількість основних відносин, а решту висловити через них відповідним чином (варто згадати, що такий самий принцип покладено в основу більшості мов – кінцевий алфавіт і правила створення слів).

Приклад 1.19. Ось дещо про еквівалентність об'єктів.

1. З точки зору інспектора з кадрів усі люди з подібними анкетними даними однакові. Це означає, що на такій кількості людей можна ввести відповідне відношення еквівалентності (наприклад, молоді фахівці, працівниці, пенсіонери тощо). Однак коли збираємося запросити в гості когось із цих людей з подібними анкетами, нам не все одно, хто прийде.

2. Зазначаючи про загальну рівність людей, розуміємо, насправді, рівність їхніх прав перед законом, рівноцінність особистостей, але нерівність індивідуальностей.

Еквівалентність елементів дозволяє замінювати один з них іншим, більш зручним у певному сенсі.

Приклад 1.20. Знову дещо про еквівалентність об'єктів.

1. Якщо у нас є два канати однакової міцності (вони еквівалентні з точки зору витримки навантаження), то перевага буде віддана, швидше за все, більш легкому.

2. Якщо задача має два рівноправних рішення, то перевага буде віддана більш короткому і витонченому.

Важливо, що здійснюючи заміну одного об'єкта іншим, щоразу потрібно точно розуміти, еквівалентні ці об'єкти чи ні.

Інший, часто вживаний прийом, який спирається на еквівалентність елементів, полягає в тому, що для вивчення будь-якого класу об'єктів можна розглянути властивості будь-якого з еквівалентних представників цього класу.

Приклад 1.21. Зазначаючи про клас птахів, можемо взяти будь-якого представника цього класу і на ньому вивчити особливості, характерні для представників цього класу (вміння літати, відкладання яєць та ін.).

Відношення еквівалентності означає, що об'єкт і модель перебувають в одному класі «подібних» об'єктів.

Розглянемо подобу («подібність») об’єктів з точки зору внутрішньої структури.

Припустимо, що кожен об’єкт можна розглядати як систему, що складається з певного набору взаємопов’язаних елементів, що утворюють у деякому відношенні єдине ціле.

Найважливішою властивістю ізоморфізму/гомоморфізму є збереження структури об’єкта (як системи) під час заміни його елементів. Кожен об’єкт, як відомо, розглядається нами в трьох аспектах – з точки зору зовнішнього вигляду, структури і поведінки, тому щодо моделювання можна свідчити про ізоморфізми/гомоморфізми об’єкта і моделі за зовнішнім виглядом, структурою і поведінкою.

У загальному випадку забезпечення ізоморфізму моделі й об’єкта дослідження з усіх аспектів моделювання може бути не тільки важко виконуваним (або навіть нездійсненним), але і зайвим, оскільки складність моделі при цьому може виявитися настільки значною, що неможливе ніяке спрощення розв’язуваної задачі. Тому для дослідження об’єкта досить побудувати ізоморфну (або гомоморфну) модель за зовнішнім виглядом або структурою, чи за поведінкою (залежно від розв’язуваної задачі і відповідної їй мети моделювання).

Що стосується відношень ізоморфізму або гомоморфізму, що існують між різними моделями одного і того ж об’єкта, то за їх допомогою можна, наприклад, упорядкувати моделі за ступенем відображення в них інформації про об’єкти, які моделюються: хоча ізоморфні моделі, як правило, за формою відрізняються один від одного, але вони дають про об’єкт одну і ту саму інформацію. Якщо ж маємо кілька уточнюючих одна одну моделей, то між ними можна встановити відношення гомоморфізму.

Приклад 1.22. Відмітки, отримані нами з різних шкільних предметів, є моделлю нашої успішності. Сподіваємося, що всі отримані позначки, проставлені у нашому щоденнику, повинні бути і у відповідних графах шкільного журналу. Таким чином, маємо дві моделі структури одного і того самого об’єкта – нашої успішності. Теоретично вони повинні бути ізоморфні. В атестаті

про повну загальну середню освіту також будуть проставлені відмітки з предметів, які вивчалися. Але вони відображають лише частину відміток, отриманих нами за роки навчання. Тому ця модель перебуває у відношенні гомоморфізму з попередніми моделями.

Приклад 1.23. Змоделювати роботу такого елементарного пристрою комп'ютера, як акумулятор двійкових кодів, можна за допомогою таблиці істинності, структурних формул або функціональної схеми. Усі ці моделі ізоморфні щодо один одного.

Відношення ізоморфізму і гомоморфізму добре демонструється на прикладі моделювання дійсних чисел точками числової прямої.

Приклад 1.24. Якщо на прямій лінії вибрати точку і назвати її початком координат (точкою 0), а також обрати довжину одиничного відрізка, відміряти його від початку координат в обраному напрямі і поставити точку 1, то для кожної точки x отриманого відрізка можна визначити її відстань від початку координат, тобто поставити точці на відрізку, відповідно, деяке дійсне число від 0 до 1. У свою чергу, кожному дійсному числу з інтервала [0, 1] можна поставити, відповідно, точку на обраному відрізку. Тоді свідчать, що існує взаємно однозначна відповідність двох математичних об'єктів. Якщо скористатися формулою для перерахунку значень x: $y = a + (b - a)*x$ або $x = (y - a)/(b - a)$, то отримаємо взаємно однозначну відповідність між числами з інтервалів [0, 1] і [a, b]. Це приклад ізоморфізму.

Властивість гомоморфізму можна продемонструвати на прикладі округлення числових значень. Коли під час обчислень округляємо результат до заданої кількості знаків, то порушуємо вимогу взаємно однозначної відповідності.

Приклад 1.25. Під час вирішення рівняння можна отримати, наприклад, значення кореня, рівне 5,256 або 5,311, або 5,299, або 5,3001. У разі округлення з точністю до одного знака після коми всі вони перетворюються до числа 5,3. Відновити за округленим

значенням, яким же було вихідне число до округлення, неможливо. Це приклад гомоморфної моделі.

Зрозуміло, що множина дійсних чисел, множина раціональних чисел і множина цілих чисел є гомоморфними моделями тих значень, які можуть приймати змінні величини в реальному фізичному процесі.

Для чого взагалі потрібно з'ясовувати, чи існує між об'єктом і його моделлю відношення ізоморфізму (гомоморфізму)? Як це знання нам може стати в нагоді?

Справа в тому, що інформація, отримана під час вивчення ізоморфної моделі, повністю аналогічна тій, яку можемо отримати, вивчаючи сам об'єкт моделювання. Тому від вивчення об'єкта (це може бути з будь-яких причин неможливим або недоцільним) можемо без втрати інформації перейти до вивчення моделі.

Крім того, якщо модель ізоморфна об'єкту, то він може бути однозначно відновлений за його моделлю.

Зауважимо також, що дві різні, але ізоморфні одна одній моделі одного і того ж об'єкта дають однакову інформацію про нього (при цьому моделі можуть бути зовсім не ізоморфні об'єкту).

Побудова гомоморфної моделі дозволяє «згорнути» доступну нам інформацію про досліджуваний об'єкт (що містить, крім дійсно необхідних для з'ясування сутності справи відомостей, масу другорядних, мало істотних, а то і випадкових даних) у набагато більш компактну (водночас більш «ємну»). Таку інформацію набагато зручніше сприймати й обробляти.

Варто зазначити, що в загальному випадку побудувати гомоморфну, а тим більше ізоморфну модель природних і соціальних подій, явищ, процесів, неможливо. Для цього було б необхідно виділити всі складові їхні елементи, зв'язки між ними і всі закономірності їхньої поведінки. Тому такі моделі завжди будуються виходячи з конкретної задачі.

Приклад 1.26. Спробуйте уявити собі модель поверхні земної кулі – географічну карту, яка б відображала всі особливості його рельєфу. Аналогічно: побудувати модель, яка відображатиме

всі можливі коливання попиту і пропозиції на всі товари і все, що їх породжує, щоб встановити об'єктивну систему цін. Аналогічно: модель, в якій пояснюється походження і видозміна всіх слів певної мови.

Потрібно зазначити так, що коли модель повністю дублює об'єкт, то вона йому ізоморфна. Відомо, що більшість моделей лише гомоморфні, тобто вони є спрощеним представленням реального світу або абстракцією. Проте вони відповідають на поставлені в рамках певного питання.

Абстрактні моделі – гомоморфні щодо об'єкта.

Отже, зрозуміло, що **модель** – представлення об'єкта, системи або поняття в деякій формі, відмінній від реального існування, для його (її) заміщення іншою системою з метою вивчення оригіналу або відтворення його будь-яких властивостей.

Модель може бути точною копією будь-якого об'єкта (хоча і в іншому масштабі та з іншого матеріалу) або зберігати лише частину значущих під час постановки завдання його властивостей. У другому випадку модель – абстракція об'єкта.

Як зазначалося раніше для систем, з моделями можна також здійснювати деякі дії або операції. Тобто на множині моделей можна ввести аналогічну множину операцій, зокрема лінеаризацію, ідентифікацію, агрегацію, декомпозицію, збірку, макетування, експертне оцінювання, обчислювальний експеримент.

Експериментування з моделлю, «гра» дозволяють добути інформацію про поведінку і властивості досліджуваного об'єкта, не піддаючи його дослідам. Тут виявляється «велика сила моделювання»: складний, тривалий, дорогий (а іноді і просто неможливий) фізичний експеримент з реальним об'єктом замінюється простішим, швидшим і дешевшим експериментом з його моделлю. З моделлю можна експериментувати скільки завгодно і як завгодно, поміщаючи її в будь-які умови, не побоюючись катастрофічних наслідків досвіду (приграничні і граничні випробування). Під час проектування нових технічних об'єктів моделювання (тобто побудова і подальше випробування моделі) дозволяє виявити працездатність і якість роботи проектованого об'єкта до його фізичного втілення.

1.2.5. Класифікація моделей

Існують різні класифікації моделей, але жодна з них не буде повністю правильною – кожна з них залежить від багатьох обставин та факторів, а також від точки зору автора. Тут розглянемо декілька підходів до їхньої класифікації.

Моделі, якщо відволіктися від сфер їхнього застосування, бувають трьох типів: пізнавальні, прагматичні й інструментальні.

Пізнавальна модель – форма організації і представлення знань, засіб з'єднання нових і старих знань. Пізнавальна модель, як правило, підганяється під реальність і є теоретичною моделлю.

Прагматична модель – засіб організації практичних дій, робочого уявлення цілей системи для її управління. Реальність у них підганяється під певну прагматичну модель. Це, як правило, прикладні моделі.

Інструментальна модель – засіб побудови, дослідження та/або використання прагматичних і/або пізнавальних моделей.

Пізнавальні відображають існуючі, а прагматичні – хоч і не існуючі, але бажані і, можливо, виконані відносини і зв'язки.

За рівнем, «глибиною» моделювання моделі бувають:

• емпіричні – на основі емпіричних фактів, залежностей;

• теоретичні – на основі математичних описів;

• змішані, напівемпіричні – на основі емпіричних залежностей і математичних описів.

Різноманіття систем, що виявляється в різноманітті їхньої структурно-функціональної організації, визначає використання безлічі різних моделей, які можуть бути класифіковані залежно від:

1) **характеру функціонування досліджуваної системи**:

• детерміновані, функціонування яких описується детермінованими величинами;

• стохастичні або ймовірнісні, функціонування яких описується випадковими величинами;

2) **характеру процесів, що протікають у досліджуваній системі**:

• безперервні, в яких процеси протікають безупинно в часі;

• дискретні, в яких процеси змінюють свій стан стрибкоподібно в дискретні моменти часу;

3) **ступеня достовірності вихідних даних про досліджувану систему**:

• з апріорно відомими параметрами;

• з невідомими параметрами;

4) **режиму функціонування системи**:

• стаціонарні, в яких характеристики не змінюються з часом;

• нестаціонарні, в яких характеристики змінюються з часом;

5) **призначення**:

• статичні або структурні, що відображають склад і структуру системи;

• динамічні або функціональні, що відображають функціонування системи в часі;

• структурно-функціональні, що відображають структурні і функціональні особливості організації досліджуваної системи;

6) **способу представлення (опису) і реалізації**:

• концептуальні або змістовні, що являють собою опис (у найпростішому випадку словесний) найбільш істотних особливостей структурно-функціональної організації досліджуваної системи;

• фізичні або матеріальні – моделі, еквівалентні або подібні оригіналу (макети), або процес функціонування, який такий самий, як в оригіналі, і має певну фізичну природу;

• математичні або абстрактні, що являють собою формалізований опис системи за допомогою абстрактної мови, зокрема за допомогою математичних співвідношень, що відображають процес функціонування системи;

• програмні (алгоритмічні, комп'ютерні) – програми для ЕОМ, що дозволяють наочно уявити досліджуваний об'єкт за допомогою імітації або графічного відображення математичних залежностей, що описують шуканий об'єкт.

Відповідно розрізняють фізичне, математичне і комп'ютерне моделювання. Між класами систем і моделей необов'язково має існувати однозначна відповідність. Наприклад, дискретні системи можуть бути представлені у вигляді безперервних моделей,

а детерміновані системи – у вигляді йюмовірнісних моделей, і навпаки.

Якщо враховувати, що моделювання – це метод пізнання дійсності, то можна подати дещо іншу класифікацію моделей, у яких основним є спосіб подання моделі. За цією ознакою розрізняють абстрактні та реальні моделі. Під час моделювання можливі різні абстрактні конструкції, проте основною є віртуальна (уявна) модель, яка відображає ідеальне уявлення людини про навколишній світ, що фіксується у свідомості через думки та образи. Вона може подаватись у вигляді наочної моделі за допомогою графічних образів і зображень.

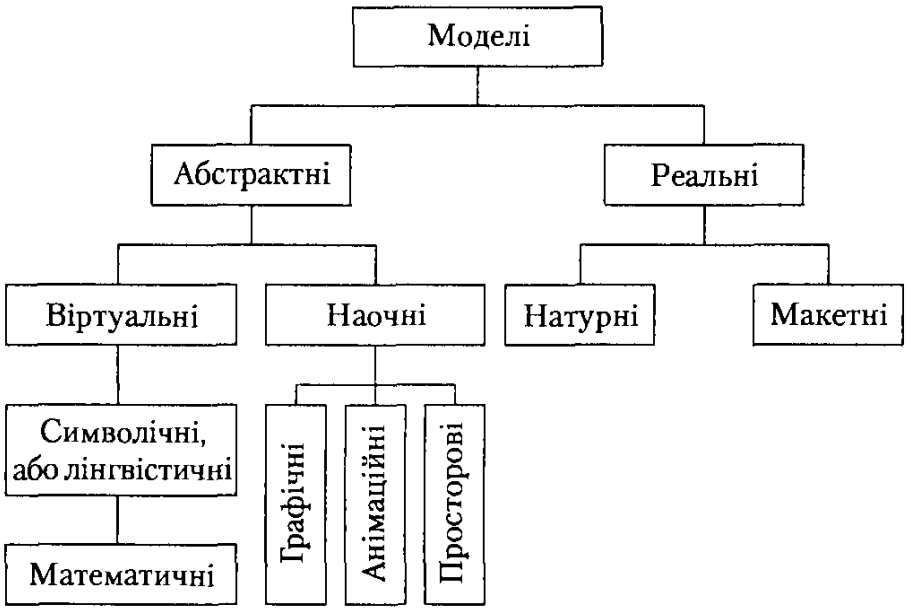


Рис. 1.1. Основні типи моделей

Наочні моделі, залежно від способу реалізації, можна поділити на дво- або тримірні графічні, анімаційні та просторові. **Графічні та анімаційні моделі** широко використовуються для відображення процесів, які відбуваються в модельованій системі. Графічні моделі застосовуються в системах автоматизованого проєктування (computer-aided design, CAD). Для відтворення тривимірних моделей за допомогою комп'ютера існує багато графічних пакетів, найбільш поширені з яких Corel DRAW, 3D Studio Max і Maya. Графічні моделі є базою всіх комп'ютерних ігор, а також застосовуються під час імітаційного моделювання для анімації.

Щоб побудувати модель у формальному вигляді, створюють символічну, або лінгвістичну, модель, яка відповідала б найвищому рівню абстрактного опису, як це було зазначено вище. На базі неї отримують інші рівні опису.

Основним видом абстрактної моделі є **математична модель**. Математичною називається абстрактна модель, яка відображає систему у вигляді математичних відношень. Як правило, йдеться про систему математичних співвідношень, що описують процес або явище, яке вивчається; у загальному розумінні така модель є множиною символічних об'єктів і відношень між ними. Оскільки зазвичай йдеться про аналіз величин і зв'язків між ними, які описуються за допомогою рівнянь та систем рівнянь, то і математична модель, звичайно, розглядається як система рівнянь, в якій конкретні величини замінюються математичними поняттями, постійними і змінними величинами, функціями. Як правило, для цього застосовуються диференціальні, інтегральні та алгебраїчні рівняння. Розвиток нових розділів математики, пов'язаних з аналізом нечислових структур, досвід їхнього використання під час проведення досліджень свідчать, що потрібно розширювати уявлення про мову математичних моделей. Тоді математична модель визначатиметься як будь-яка математична структура, де об'єкти, а також відношення між ними можна буде інтерпретувати по-різному, наприклад як функції або функціонали.

На відміну від абстрактних, реальні моделі існують у природі, й з ними можна експериментувати. **Реальні моделі** – це такі, в яких хоча б один компонент є фізичною копією реального об'єкта. Залежно від того, в якому співвідношенні перебувають властивості системи та моделі, реальні моделі можна поділити на натурні та макетні.

Натурні (фізичні) моделі – це існуючі системи або їхні частини, на яких провадяться дослідження. Зазвичай це реальні предмети, які у зменшеному або збільшеному вигляді відтворюють зовнішній вид, структуру або поведінку об'єкта, який моделюється. Натурні моделі повністю адекватні реальній системі, що дає змогу отримувати високу точність і достовірність результатів моделювання. Суттєві недоліки натурних моделей – це неможливість

моделювання критичних і аварійних режимів їхньої роботи та висока вартість.

Приклади натурних моделей:

• манекен;

• лялька;

• іграшка;

• літак;

• глобус тощо.

Макетні моделі – це реально існуючі моделі, які відтворюють модельовану систему в певному масштабі. Іноді такі моделі називаються масштабними. Параметри моделі та системи відрізняються між собою. Числове значення цієї різниці називається масштабом моделювання, або коефіцієнтом подібності. Ці моделі розглядаються в рамках теорії подібності, яка в окремих випадках передбачає геометричну подібність оригіналу й моделі для відповідних масштабів параметрів. Найпростіші макетні моделі – це пропорційно зменшені копії існуючих систем, які відтворюють основні властивості системи або об'єкта залежно від мети моделювання. Макетні моделі широко використовуються під час вивчення фізичних та аеродинамічних процесів, гідротехнічних споруд і багатьох інших технічних систем.

Інформаційні моделі – опис об'єкта-оригіналу на одній з мов кодування інформації.

Приклади інформаційних моделей:

• таблиця;

• креслення;

• схема;

• формула тощо.

За можливістю змінювати в часі свої властивості моделі поділяються на статичні та динамічні. Статичні моделі на відміну від динамічних не змінюють своїх властивостей у часі. Динамічні моделі також називаються імітаційними.

Залежно від того, яким чином відтворюються в часі стани моделі, розрізняють дискретні, неперервні й дискретно-неперервні (комбіновані) моделі. За відношеннями між станами системи й моделі розрізняють детерміновані й стохастичні моделі.

Останні, на відміну від детермінованих моделей, враховують імовірнісні явища й процеси.

Звичайно, можна давати різні класифікації моделей, але жодна з них не буде повністю правильною (як відомо, ідея представлення системи за допомогою моделі має настільки загальний характер).

Наведемо загальну класифікацію за принципом переміщення від точності до абстракції. Тут зручно надати укрупнену та деталізовану класифікації.

Укрупнена класифікація

1. Фізична (натуральна) модель зовні нагадує досліджувану систему і дозволяє відтворювати її фізичні властивості.

2. Масштабована модель може представляти об'єкт у різних масштабах (зменшені моделі автомобілів, модель атомів).

3. Аналогова модель – така модель, в якій властивість реального об'єкта представляється іншою властивістю, аналогічною за поведінкою об'єкта.

4. Управлінські ігри – коли у взаємодію вступають люди і машинні компоненти.

5. Комп'ютерна модель – модель, яка подається у вигляді комп'ютерної програми. Вона дозволяє проводити автоматизоване дослідження, що вивчається.

6. Математична модель – модель, в якій для представлення процесу використовують символи, а не фізичні властивості (диференціальні рівняння тощо). Математичні моделі – сукупність математичних об'єктів і відносин між ними, яка адекватно відображає деякі властивості об'єкта.

Математична модель являє собою самостійний опис досліджуваної системи у прийнятих термінах, поняттях, співвідношеннях. Вона сама по собі є самостійною структурою. Відповідно до правил, обмежень, прийнятих і виведених для відповідного класу структурних компонент, над моделлю можна проводити дослідження, ніби відірвавшись, абстрагувавшись від реального об'єкта. Коли модель побудована коректно і є адекватною, можна відкривати нові властивості досліджуваного об'єкта. Завдяки цьому за допомогою абстрактних моделей можуть здійснюватися

наукові відкриття. Відомі наукові відкриття, які були спочатку встановлені за допомогою моделей, і лише потім підтверджувалися експериментально.

Деталізована класифікація моделей. Таку класифікацію моделей можна здійснювати більш детально, уточнюючи загальні класи більш конкретними. Об'єднуючи наведені в різній літературі класи, можна отримати такий список моделей:

1) фізична – використовує ефекти законів фізики, які зустрічаються в оригіналі;

2) біологічна – біологічно пов'язана або подібна оригіналу;

3) матеріальна – використовує матеріали, які можуть бути в оригіналі;

4) геометрична – геометрично подібна оригіналу;

5) структурна – структурно подібна оригіналу, містить зв'язки між компонентами, які подібні до зв'язків в оригіналі;

6) функціональна – функції моделі, тобто процеси введення/виведення, подібні до функцій оригіналу;

7) детермінована – модель, в якій не задіяні випадкові ефекти;

8) стохастична – модель, на яку впливають випадкові ефекти (в моделі використовуються датчики випадкових/псевдовипадкових чисел для імітації випадкових ефектів);

9) статистична – не змінюється в часі;

10) динамічна – змінюється у часі;

11) безперервна – всі параметри моделі являють собою безперервні функції часу, а значення параметрів змінюються без стрибків;

12) дискретна – має стрибкоподібні зміни значень параметрів;

13) комп'ютерна – модель, у ролі якої виступає комп'ютерна програма;

14) теоретична – модель, отримана на основі вивчення фізичних закономірностей;

15) формальна – модель, отримана на основі прояву властивостей модельованого об'єкта в зовнішньому середовищі, тобто розгляду оригіналу як кібернетичної чорної скриньки;

16) лінійна – складається з лінійних співвідношень;

17) нелінійна – містить хоча б одне нелінійне співвідношення;

18) алгоритмічна – представляється у вигляді систем рівнянь;

19) аналітична – представляється у вигляді залежностей вихідних від внутрішніх параметрів.

Деякі класи, в тому числі останні шість класів моделей, належать до групи математичних моделей.

Моделі можуть приймати різну форму, залежно від способу мислення дослідника, його погляду на світ, використовуваної алгебри. Використання різних математичних апаратів згодом призводить до різних можливостей у рішенні задач.

Ось ще одна класифікація моделей. Моделі можуть бути:

- феноменологічні й абстрактні;
- активні і пасивні;
- статичні і динамічні;
- дискретні і безперервні;
- детерміновані і стохастичні;
- функціональні та об’єктні.

Тут застосовано прийом попарних порівнянь протилежних понять.

Феноменологічні моделі значно прив’язані до конкретного явища. Зміна ситуації часто призводить до того, що моделлю скористатися в нових умовах досить складно. Це відбувається тому, що під час складання моделі її не вдалося побудувати з точки зору подібності внутрішній будові, що моделюється. Феноменологічна модель передає зовнішню подібність.

Абстрактна модель відтворює систему з точки зору її внутрішнього устрою, копіює її більш точно. У неї більше можливостей, ширше клас вирішуваних задач.

Активні моделі взаємодіють з користувачем; можуть не тільки, як **пасивні**, видавати відповіді на питання користувача, коли той про це попросить, але і самі активують діалог, змінюють його лінію, мають власні цілі. Все це відбувається за рахунок того, що активні моделі можуть самозмінюватися.

Статичні моделі описують явища без розвитку. Статична модель у кожен момент часу дає лише «фотографію» системи, її зріз. **Динамічні** моделі простежують поведінку систем, тому

використовують у своєму записі, наприклад, диференціальні рівняння, похідні від часу.

Дискретні моделі змінюють стан змінних стрибком, тому що не мають детального опису зв'язку причин і наслідків, частина процесу прихована від дослідника. **Безперервні** моделі більш точні, містять у собі інформацію про деталі переходу.

Модель – **детермінована**, якщо кожному вхідному набору параметрів відповідає цілком певний набір вихідних параметрів, що однозначно визначається; в іншому випадку – модель **недетермінована**, **стохастична** (ймовірнісна). Можна свідчити про різні режими використання моделей: імітаційний, стохастичний тощо.

Якщо через невивченості деталей не вдається описати точно зв'язок причин і наслідків, а можливо тільки опис у цілому, статистично (що часто і буває для складних систем), то модель будується з використанням поняття ймовірності.

Розподілені, структурні, зосереджені моделі – якщо параметр, що описує властивість об'єкта, в будь-яких його точках має однакове значення (хоча може змінюватися в часі!), то це система із зосередженими параметрами. Якщо параметр приймає різні значення в різних точках об'єкта, то зазначають, що він розподілений, а модель, що описує об'єкт – розподілена. Іноді модель копіює структуру об'єкта, але параметри об'єкта зосереджені, тоді модель – структурна.

Якщо опис йде з точки зору поведінки, то модель побудована за **функціональною** ознакою. Якщо опис кожного об'єкта відокремлено від опису іншого об'єкта, якщо описуються властивості об'єкта, з яких випливає його поведінка, то модель є **об'єктно-орієнтованою**.

Кожен підхід має свої переваги і недоліки. Різні математичні апарати мають різні можливості (потужність) для вирішення задач, різні потреби в обчислювальних ресурсах. Один і той самий об'єкт може бути описаний різними способами. Інженер повинен грамотно застосовувати певні уявлення виходячи з поточних умов і проблем, що поставлені перед ним.

Моделі складних систем зазвичай мають комплексний вид, використовують у своєму складі відразу декілька подань. Якщо

вдається звести модель до одного типу, для якого вже сформульована алгебра, то дослідження моделі, рішення задач на ній істотно спрощується, стає типовим. Для цього модель повинна бути різними способами (спрощенням, перепозначенням та ін.) приведена до **канонічного вигляду**, тобто до виду, для якого вже сформульована алгебра, її методи. Залежно від використовуваного типу моделі (алгебраїчні, диференціальні, графові тощо) на різних етапах її дослідження використовуються різні математичні апарати.

Як відомо, у сучасній теорії керування використовуються моделі двох основних типів. Для технологічних об'єктів цей поділ відповідає «феноменологічним» і «дедуктивним» моделям. Під **феноменологічними моделями** розуміють переважно емпірично поновлені залежності вихідних даних від вхідних, як правило, з невеликою кількістю входів і виходів. **Дедуктивне моделювання** передбачає з'ясування та опис основних фізичних закономірностей функціонування всіх компонентів досліджуваного процесу і механізмів їхньої взаємодії. За допомогою дедуктивних моделей описується процес у цілому, а не окремі його режими.

Перший тип моделей – моделі даних, які не потребують, не використовують і не відображають будь-яких гіпотез про фізичні процеси або системи, з яких ці дані отримано. До моделей даних належать усі моделі математичної статистики. Останнім часом ця сфера моделювання пов'язується з експериментально-статистичними методами і системами, що істотно розширює методологічну базу для ухвалення рішень під час розв'язання задач аналізу даних і керування.

Другий тип моделей – системні моделі, які будуються в основному на базі фізичних законів і гіпотез про те, як система структурована і, можливо, як вона функціонує. Використання системних моделей передбачає можливість працювати в технологіях віртуального моделювання – на різноманітних тренажерах і в системах реального часу (операторські, інженерні, біомедичні інтерфейси, різноманітні системи діагностики і тестування тощо). Саме системні моделі будуть ядром моделювання на сучасному етапі.

Таким чином, модель є абстракцією системи і відображає лише деякі її властивості. Цілі моделювання формулює дослідник. Значення цілей моделювання неможливо переоцінити. Тільки завдяки їм можна визначити сукупність властивостей модельованої системи, які повинна мати модель, тобто від мети моделювання залежить потрібний ступінь деталізації моделі.

З огляду на вищеописане, модель – це абстракція, вона відображає лише частину властивостей системи, і мета моделювання – визначення рівня абстрактного опису системи, тобто рівня детальності її подання.

1.2.6. Приклади моделей

Приклад 1.27. Microsoft Flight Simulator – серія громадянських авіасимуляторів, що випускаються корпорацією Microsoft. MSFS можна розглядати як спеціалізоване програмне забезпечення, що використовується як тренажерний комплекс. Воно використовується льотними навчальними закладами для навчання пілотів. Наприклад, MSFS дозволяє освоїти початкові навички пілотування в простих і складних метеоумовах на різних етапах польоту: від передпольотної підготовки, зльоту і польоту до виконання зниження і посадки. Можуть розглядатися штатні і позаштатні ситуації, в тому числі в рамках тренування взаємодії екіпажу з відпрацювання аварійних ситуацій згідно із керівництвом з льотної експлуатації відповідного типу повітряного судна. На базі тренажерних комплексів, що використовують MSFS як платформи, приймаються деякі заліки та іспити.

Наведемо класи моделей, до яких можна віднести Microsoft Flight Simulator:

1) функціональна;
2) стохастична;
3) динамічна;
4) дискретна;
5) комп’ютерна;
6) теоретична;
7) алгоритмічна (і так, і ні).

Приклад 1.28. Піддослідна миша:
1) фізична;
2) біологічна;
3) матеріальна;
4) структурна (і так, і ні);
5) функціональна;
6) динамічна;
7) безперервна.

Приклад 1.29. Розглянемо фізичну систему: тіло масою m, що скочується по похилій площині з прискоренням a, на яке впливає сила F. Досліджуючи такі системи, Ньютон отримав математичне співвідношення: $F = ma$. Це фізико-математична модель системи або математична модель фізичної системи. Під час опису цієї системи (побудови цієї моделі) прийняті такі гіпотези: 1) поверхня ідеальна (тобто коефіцієнт тертя дорівнює нулю); 2) тіло перебуває у вакуумі (тобто опір повітря дорівнює нулю); 3) маса тіла незмінна; 4) тіло рухається з однаковим постійним прискоренням у будь-якій точці.

Приклад 1.30. Фізіологічна система – система кровообігу людини – підпорядковується деяким законам термодинаміки. Описуючи цю систему на фізичному (термодинамічному) рівні мовою балансових законів, отримаємо фізичну, термодинамічну модель фізіологічної системи. Якщо записати ці закони математичною мовою, наприклад виписати відповідні термодинамічні рівняння, то вже отримаємо математичну модель системи кровообігу. Назвемо її фізіолого-фізико-математичною моделлю або фізико-математичною моделлю.

Приклад 1.31. Сукупність підприємств функціонує на ринку, обмінюючись товарами, сировиною, послугами, інформацією. Якщо описати економічні закони, правила їх взаємодії на ринку за допомогою математичних співвідношень, наприклад системи алгебраїчних рівнянь, де невідомими будуть величини прибутку, одержувані від взаємодії підприємств, а коефіцієнтами рівняння

будуть значення інтенсивностей таких взаємодій, то отримаємо математичну модель економічної системи, тобто економіко-математичну модель системи підприємств на ринку.

Приклад 1.32. Якщо банк виробив стратегію кредитування, зміг описати її за допомогою економіко-математичних моделей і прогнозує свою тактику кредитування, то він має велику стійкість і життєздатність.

Приклад 1.33. Закон Ньютона $F = am$ – це статична модель матеріальної точки масою m, що рухається з прискоренням a. Ця модель не враховує зміну прискорення від однієї точки до іншої.

Модель динамічна, якщо серед її параметрів є часовий параметр, тобто вона відображає систему (процеси в системі) в часі.

Приклад 1.34. Модель $S = gt^2/2$ – динамічна модель шляху під час вільного падіння тіла. Динамічна модель типу закону Ньютона: $F(t) = a(t)m(t)$. Ще кращою формою динамічної моделі Ньютона є $F(t) = s''(t)m(t)$.

Модель дискретна, якщо вона описує поведінку системи лише в дискретні моменти часу.

Приклад 1.35. Якщо розглядати тільки $t = 0, 1, 2,:, 10$ (с), то модель $S_t = gt^2/2$ або числова послідовність $S_0 = 0$, $S_1 = g/2$, $S_2 = 2g$, $S_3 = 9g/2,\ldots$, $S_{10} = 50g$ може слугувати дискретною моделлю руху вільно падаючого тіла.

Модель безперервна, якщо вона описує поведінку системи для всіх моментів часу з певного проміжку часу.

Приклад 1.36. Модель $S = gt^2/2$, $0 < t < 100$ неперервна на проміжку часу (0; 100).

Модель імітаційна, якщо вона призначена для випробування або вивчення можливих шляхів розвитку і поведінки об’єкта шляхом варіювання деяких або всіх параметрів моделі.

Приклад 1.37. Нехай модель економічної системи виробництва товарів двох видів 1 і 2, відповідно, в кількості x_1 і x_2 одиниць і вартістю кожної одиниці товару a_1 і a_2 на підприємстві описана у вигляді співвідношення: $a_1x_1 + a_2x_2 = S$, де S – загальна вартість виробленої підприємством усієї продукції (виду 1 і 2). Можна її використовувати як імітаційну модель, за якою можна визначати (варіювати) загальну вартість S залежно від певних значень обсягів вироблених товарів.

Модель детермінована, якщо кожному вхідному набору параметрів відповідає цілком певний набір вихідних параметрів, що однозначно визначається; в іншому випадку – модель недетермінована, стохастична (ймовірнісна).

Приклад 1.38. Наведені вище фізичні моделі – детерміновані. Якщо в моделі $S = gt^2/2$, $0 < t < 100$ врахувати випадковий параметр – порив вітру із силою p під час падіння тіла, наприклад так: $S(p) = g(p)t^2/2$, $0 < t < 100$, то отримали б стохастичну модель (уже невільного!) падіння.

Модель функціональна, якщо вона подана у вигляді системи будь-яких функціональних співвідношень.

Приклад 1.39. Безперервний, детермінований закон Ньютона і модель виробництва товарів (вказано вище) – функціональні.

Модель теоретико-множинна, якщо вона подана за допомогою деяких множин і відносин власності їм і між ними.

Приклад 1.40. Нехай задані множина X = {Микола, Петро, Миколаїв, Петров, Олена, Катерина, Михайло, Тетяна} і множина відносин Y: Микола – чоловік Олени, Катерина – дружина Петра, Тетяна – донька Миколи й Олени, Михайло – син Петра і Катерини, сім'ї Михайла і Петра дружать один з одним. Тоді множина X і множина перерахованих відносин Y можуть слугувати теоретико-множинною моделлю двох дружніх сімей.

Модель логічна, якщо вона подана предикатами, логічними функціями.

Приклад 1.41. Сукупність двох логічних функцій виду: $z = x \wedge y \vee x \wedge y$, $p = x \wedge y$, може слугувати математичною моделлю одноразрядного суматора.

Модель ігрова, якщо вона описує, реалізує деяку ігрову ситуацію між учасниками гри (особами, коаліціями).

Приклад 1.42. Нехай гравець 1 – сумлінний податковий інспектор, а гравець 2 – недобросовісний платник податків. Відбувається процес (гра) з ухилення від податків, з одного боку, і за виявленням приховування сплати податків – з іншого. Гравці вибирають натуральні числа i і j ($i, j <= n$), які можна ототожнити, відповідно, зі штрафом гравця 2 за несплату податків у разі виявлення факту несплати гравцем 1 і з тимчасовою вигодою гравця 2 від приховування податків (у середньо- і довгостроковому плані штраф за приховування може виявитися набагато більш відчутним). Розглянемо матричну гру з матрицею виграшів порядку n. Кожен елемент цієї матриці A визначається за правилом $a_{ij} = |i-j|$. Модель гри описується цією матрицею і стратегією ухилення і затримання. Ця гра – антагоністична, безкоаліційна (поняття, що формалізуються в математичній теорії ігор, досі розумітимемо змістовно, інтуїтивно).

Модель алгоритмічна, якщо вона описана деяким алгоритмом або комплексом алгоритмів, що визначає її функціонування, розвиток. Введення такого, на перший погляд, незвичного типу моделей (дійсно, здається, що будь-яка модель може бути представлена алгоритмом її дослідження), на нашу думку, цілком обґрунтовано, тому що не всі моделі можуть бути досліджені або реалізовані алгоритмічно.

Приклад 1.43. Моделлю обчислення суми нескінченного спадного ряду чисел може слугувати алгоритм обчислення кінцевої суми ряду до деякого заданого ступеня точності. Алгоритмічною моделлю кореня квадратного з числа x може слугувати алгоритм обчислення його наближеного як завгодно точного значення за відомою рекуррентною формулою.

Модель структурна, якщо вона подана структурою даних або структурами даних і відносинами між ними.

Приклад 1.44. Структурною моделлю може слугувати опис (табличний, графовий, функціональний або інший) трофічної структури екосистеми.

Модель графова, якщо вона подана графом або графами і відносинами між ними.

Модель ієрархічна (деревоподібна), якщо подана деякою ієрархічною структурою (деревом).

Модель мовна, лінгвістична, якщо вона представлена деяким лінгвістичним об'єктом, формалізованою мовною системою або структурою. Іноді такі моделі називають вербальними, синтаксичними тощо.

Приклад 1.45. Правила дорожнього руху – мовна, структурна модель руху транспорту і пішоходів на дорогах.

Приклад 1.46. На екрані комп'ютера часто користуються візуальною моделлю певного об'єкта, наприклад клавіатури в програмі-тренажері з навчання роботі на клавіатурі.

Модель натурна, якщо вона є матеріальна копія об'єкта моделювання.

Приклад 1.47. Глобус – натурна географічна модель земної кулі.

Модель геометрична, графічна, якщо вона подана геометричними образами та об'єктами.

Приклад 1.48. Макет будинку є натурною геометричною моделлю, що будується. Вписаний у коло багатокутник дає модель кола. Саме вона використовується під час зображення кола на екрані комп'ютера. Пряма лінія є моделлю числової осі, а площину часто зображує як паралелограм.

Приклад 1.49. Модель клітинно-автоматна, якщо вона являє собою систему за допомогою клітинного автомата або системи клітинних автоматів. Клітинний автомат – дискретна динамічна система, аналог фізичного (безперервного) поля. Клітинно-

автоматна геометрія – аналог евклідової геометрії. Неподільний елемент евклідової геометрії – точка, на основі її будуються відрізки, прямі, площини та ін. Неподільний елемент клітинно-автоматного поля – клітина, на основі її будуються кластери клітин і різні конфігурації клітинних структур. Це «світ» деякого автомата, виконавця, структури. Являє собою клітинний автомат рівномірну мережу клітин («осередків») цього поля. Еволюція клітинного автомата розгортається в дискретному просторі – клітинному полі. Такі клітинні поля можуть бути матеріально-енерго-інформаційними. Закони еволюції локальні, тобто динаміка системи визначається заданим незмінним набором законів або правил, за якими здійснюється обчислення нової клітини еволюції і його матеріально-енерго-інформаційної характеристики залежно від стану оточуючих її сусідів (правила сусідства, як уже зазначалося, задаються). Зміна станів у клітинно-автоматному полі відбувається одночасно і паралельно, а час йде дискретно. Незважаючи на згадану простоту їх побудови, клітинні автомати можуть демонструвати різноманітну і складну поведінку. Останнім часом вони широко використовуються у разі моделювання не тільки фізичних, а й соціально-економічних процесів.

Клітинні автомати (поля) можуть бути одновимірними, двовимірними (з осередками на площині), тривимірними (з осередками в просторі) або ж багатовимірними (з осередками в багатовимірних просторах).

Приклад 1.50. Класична клітинно-автоматна модель – гра «Життя» Джона Конвея. Вона описана в багатьох книгах. Тут розглянемо іншу клітинно-автоматну модель забруднення середовища, дифузії забруднювача в деякому середовищі. 2D-клітинний автомат (на площині) для моделювання забруднення середовища може бути згенерований такими правилами:

• площина розбивається на однакові клітини: кожна клітина може перебувати в одному з двох станів: стан 1 – до неї дифундує частка забруднювача і стан 0 – якщо її немає;

• клітинне поле розбивається на блоки 2×2 двома способами, які будемо називати парними і непарними розбивками (у парного

розбиття в кластері або блоці міститься парне число точок або клітин поля, у непарного блоку – їхнє непарне число);

• на черговому кроці еволюції кожен блок парного розбиття повертається (що задається правилом поширення забруднення або генерується розподіл випадкових чисел) на заданий кут (напрямок повороту обирається генератором випадкових чисел);

• така сама процедура визначається і для блоків непарного розбиття;

• процес триває до певного моменту або до очищення середовища.

Нехай одиниця часу – крок клітинного автомата, одиниця довжини – розмір його клітини. Якщо перебрати будь-які поєднання поворотів блоків парного і непарного розбиття, то бачимо, що за один крок частинка може переміститися уздовж кожної з координатних осей на відстань 0, 1 або 2 (без урахування напрямку зсуву) з можливостями, відповідно, $p_0 = 1/4$, $p_1 = 1/2$, $p_2 = 1/4$. Ймовірність влучення частки в цю точку залежить лише від її положення в попередній момент часу, тому розглядаємо рух частинки вздовж осі $x(y)$ як випадковий.

1.3. Резюме

1. Об’єктами моделювання в техніці, в загальному випадку, є системи і комплекси, що володіють структурною і функціональною організацією. Структура системи може бути задана в графічній або аналітичній формах. Функція системи може бути задана в алгоритмічній, аналітичній, графічній або табличній формах.

Системі притаманні такі властивості, як цілісність, зв’язність, організованість і інтегративність. Наявність цих властивостей означає, що систему не можна розглядати як просту сукупність елементів, оскільки, вивчаючи кожен елемент системи окремо, не можна пізнати всі властивості системи в цілому.

2. Моделювання направлено на вирішення задач аналізу, пов’язаних з оцінкою ефективності систем, і синтезу, спрямованих

на побудову оптимальних систем відповідно до обраного критерію ефективності. Ефективність системи задається у вигляді сукупності показників ефективності, кожен з яких слугує мірою однієї властивості системи. Міра ефективності, яка узагальнює всі або деякі найбільш суттєві властивості системи в одній оцінці, називається критерієм ефективності.

3. Для кількісного опису системи використовуються параметри, що описують первинні властивості системи, і характеристики, які визначаються в процесі вирішення задач аналізу як функція параметрів. Множину параметрів технічних систем можна розділити на внутрішні (структурні і функціональні) та зовнішні (навантажувальні і параметри зовнішнього середовища). Параметри можуть бути детермінованими або випадковими і керованими або некерованими.

Основними характеристиками технічних систем є наведені цифри щодо оперативності, надійності і вартості.

4. Вивчення складних систем зручно проводити в термінах процесів, з якими пов’язані такі поняття, як стан, перехід з одного стану в інший і подія.

Процеси і, відповідно, системи, в яких вони протікають, можуть бути кваліфіковані залежно:

• від способу зміни значень величин, що описують стани (безперервні і дискретні);

• від характеру процесів, що протікають у системах (детерміновані та стохастичні або, що те ж саме, випадкові, ймовірні);

• від режиму функціонування системи (зі сталим або стаціонарним режимом і з несталим режимом).

Перехідний режим може бути обумовлений початком роботи системи (перехідний режим), нестаціонарністю параметрів системи (нестаціонарний режим), перевантаженням системи (режим перевантаження).

5. До моделей, що розробляються, звичайно, ставляться дві суперечливих вимоги: простота й адекватність досліджуваній системі.

Моделі можуть бути класифіковані залежно від характеру функціонування досліджуваної системи (детерміновані та стохастичні або ймовірнісні), від характеру процесів, що протікають у

досліджуваній системі (безперервні і дискретні), від режиму функціонування системи (стаціонарні і нестаціонарні), від способу представлення і реалізації (концептуальні або змістовні; фізичні або матеріальні; математичні або абстрактні; програмні або комп'ютерні).

1.4. Практикум: обговорення

Під час викладу будь-якої наукової і технічної дисципліни одним з основних питань є формування термінології, яка є в подальшому фундаментом для вивчення теоретичних і практичних аспектів цієї дисципліни. Метою формування термінологічної основи є встановлення однозначної відповідності між використовуваним терміном і вкладеним у нього смисловим змістом.

У розділі 1 визначені базові поняття і терміни теорії систем та моделей, які використовуються в наступних розділах.

Для того щоб закріпити уявлення про введені терміни і поняття, спробуємо відповісти на деякі конкретні питання практичного характеру.

Питання 1. Чи можна персональний комп'ютер розглядати як систему, елементами якого є системний блок і пов'язані з ним зовнішні пристрої – монітор, принтер і сканер?

Обговорення. Поняття «система» широко використовується в нашому повсякденному житті. Називаємо «система знань», «система оцінок», «система поглядів» тощо. Однак можна помітити, що наведені терміни не цілком відповідають цим визначенням. І хоча можна спробувати знайти в цих «системах» елементи і зв'язки між ними, це все-таки виглядатиме дещо штучно притягнутим. Така ситуація обумовлена тим, що в цих прикладах поняття «система» використовується в широкому загальноприйнятому сенсі. У кожної предметної сфери може бути введене своє трактування поняття «система». Під час моделювання технічних систем будемо керуватися даними вище визначеннями поняття «система».

Отже, якщо скористатися визначенням системи як сукупності взаємопов'язаних елементів, то ніби комп'ютер із зовнішніми пристроями можна вважати системою. Однак варто звернути увагу на другу частину визначення поняття «система», де вказано, що елементи, об'єднані в єдине ціле повинні забезпечувати досягнення мети, яка визначається призначенням системи. Це означає, що система, крім структурної організації у вигляді сукупності взаємопов'язаних елементів, повинна володіти і функціональною організацією, тобто в ній повинні протікати деякі процеси в часі, що змінюють стан системи. З цих позицій непрацюючий комп'ютер не може трактуватися як система. Водночас якщо в цьому комп'ютері виконується деяке завдання, його можна розглядати як систему, що володіє структурною і функціональною організацією. Однак і тут є деякі нюанси, які потрібно враховувати під час виявлення відповідності цього об'єкта введеному поняттю «система».

Згадаймо, що система повинна володіти такими властивостями, як цілісність, зв'язність, організованість і інтегративність. Наявність цих властивостей дозволяє розглядати систему як єдине ціле і застосовувати для її дослідження системний підхід. Особливо важливим є остання властивість – інтегративність, яка свідчить про те, що неможливо повністю пізнати систему, аналізуючи тільки властивості її елементів. Іншими словами, система може мати властивості, які не притаманні жодному з вхідних у її склад елементів.

Питання 2. Наскільки велика різниця між «параметрами» та «характеристиками» системи? Чи можуть характеристики бути параметрами, і навпаки?

Обговорення. У деяких літературних джерелах не акцентується увага на відмінності між параметрами і характеристиками. Більш того, часто одні й ті самі величини називаються то параметрами, то характеристиками.

Введені вище визначення чітко розділяють, описують систему величини на два класи: «параметри» і «характеристики». Характеристики системи є функціями параметрів, тобто

зміна будь-якого параметра призводить до зміни характеристик системи.

Водночас варто розуміти, що «параметри» і «характеристики» – поняття відносні. Це можна показати на такому прикладі. Якщо, виконуючи деякі завдання, комп'ютер розглядається як система, одним з елементів якої є процесор, то продуктивність (швидкодія) процесора є параметром, зміна якого приведе до зміни такої величини, як час виконання завдання, яке в цьому випадку є характеристикою системи. Якщо ж процесор розглядається як система, що складається з арифметико-логічного пристрою, пристрою управління, реєстрової пам'яті тощо, то швидкодія процесора буде характеристикою, яка залежить від параметрів, що входять до її складу елементів.

Можна було б зазначити, що параметри системи в основному описують елементи системи і їх взаємозв'язок (як структурну, так і функціональну), а характеристики описують систему в цілому. Однак це буде не зовсім коректно, оскільки характеристики можуть описувати як систему в цілому (глобальні характеристики), так і її окремі елементи і підсистеми (локальні характеристики).

Питання 3. Чи є синонімами терміни «показник ефективності» і «характеристика»?

Обговорення. Дійсно, терміни «показник ефективності» і «характеристика» досить близькі поняття за визначенням. Можна навіть вважати, що це одне і те саме. І все ж, між ними існує певна відмінність.

По-перше, як зазначено вище, показник ефективності завжди має кількісний сенс, тобто представляється у вигляді кількісної оцінки, в той час як характеристика може мати якісний характер.

Так, наприклад, під час опису обчислювальних мереж широко використовуються такі характеристики, як відкритість, масштабованість, гнучкість, інформаційна безпека тощо, кількісне завдання яких або є досить умовним, або взагалі неможливо.

По-друге, множина показників ефективності під час дослідження деякої системи залежить від її призначення, в той час як

характеристики описують усю сукупність властивостей системи. При цьому можливо, що деякі характеристики є несуттєвими.

Наприклад, якщо комп'ютер призначений для використання в космосі або на борту літака, то важливими показниками ефективності є його вага й енергоспоживання. Якщо ж комп'ютер призначений для вирішення складних задач моделювання, оптимізації або ігрових задач (наприклад, шахових), що вимагають великої обчислювальної потужності, то більш актуальними стають такі показники ефективності, як продуктивність, час реакції, а вага й енергоспоживання можуть взагалі не мати особливого значення.

Питання 4. Скільки критеріїв ефективності використовується під час синтезу оптимальної системи?

Обговорення. Для опису системи зазвичай використовується множина часто суперечливих показників ефективності. Ці протиріччя полягають у тому, що спроба поліпшити якийсь один або декілька показників ефективності за рахунок зміни параметрів структурно-функціональної організації системи зазвичай призводить до погіршення інших показників ефективності. Наприклад, якщо хочемо побудувати високопродуктивну і наднадійну обчислювальну систему, то, очевидно, що її вартість виявиться надзвичайно великою. З іншого боку, якщо поставити собі за мету побудувати якомога дешевшу обчислювальну систему, то навряд чи її продуктивність і надійність виявляться на належному рівні. Таким чином, для вирішення завдання оптимального синтезу системи доцільно мати один критерій ефективності, тобто одну цільову функцію, що дозволяє вибрати з множини варіантів побудови системи найкращий, а точніше оптимальний варіант, тобто такий, за яким критерій ефективності приймає максимальне (прямий критерій ефективності) або мінімальне (інверсний критерій ефективності) значення. Існує декілька способів побудови критерію ефективності за наявності множини показників ефективності. Це перш за все так звані складові критерії ефективності (адитивні і мультиплікативні), що являють собою об'єднання багатьох показників ефективності. Однак на практиці більш широкого

поширення набули критерії ефективності з обмеженнями, які будуються за таким принципом: з множини показників ефективності один обирається як критерій ефективності, а на інші показники накладаються обмеження.

Водночас варто зауважити, що вид критерію ефективності залежить від призначення системи. Якщо система призначена для забезпечення високої надійності, то як критерій ефективності може використовуватися один з показників надійності. Якщо ж система повинна мати високу продуктивність, то як критерій ефективності потрібно використовувати продуктивність системи. Можлива ситуація, коли до проектованої системи ставляться вимоги і високої продуктивності, і надійності. Тоді як критерій ефективності можна використовувати складовий критерій ефективності, який об'єднує два показники ефективності – продуктивність і надійність.

На закінчення хотілося б зауважити, що фрази типу «більш оптимальна система» або «менш оптимальна система» є некоректними, оскільки оптимальна система існує в єдиному екземплярі. Це та система, яка забезпечує екстремум (максимум чи мінімум) функції, яка задає критерій ефективності.

Питання 5. У літературі часто зустрічається таке поняття, як «багатокритеріальна задача». Чи означає це, що задача оптимального синтезу може вирішуватися з використанням відразу декількох критеріїв ефективності?

Обговорення. Дійсно, поняття «багатокритеріальна задача» досить широко використовується в такій математичній дисципліні, як «Дослідження операцій». Задачі, в яких є одна цільова функція (один критерій ефективності), яка бере чисельні значення, належать до задач математичного (або оптимального) програмування. Їм протистоять задачі з декількома цільовими функціями або з однією цільової функцією, але приймаючої векторні значення або значення ще складнішої природи. Ці задачі називаються багатокритеріальні і вирішуються шляхом зведення (часто умовного) до задач з єдиною цільовою функцією. Багатокритеріальні задачі є задачі теорії ігор, що вивчає формальні моделі

прийняття оптимальних рішень в умовах конфлікту. При цьому під конфліктом розуміється явище, в якому беруть участь різні сторони, наділені різними інтересами, вираженими у вигляді цільових функцій (критеріїв ефективності), і можливостями вибирати доступні для них дії відповідно до цих інтересів. В умовах конфлікту прагнення противника приховати свої майбутні дії породжує невизначеність. Тому теорія ігор розглядається також як теорія прийняття оптимальних рішень в умовах невизначеності.

Питання 6. Чи можна систему, що працює в несталому режимі, досліджувати методами, розробленими для сталого режиму?

Обговорення. Як зазначено вище, несталий режим роботи системи може бути обумовлений трьома факторами: початком роботи системи, нестаціонарністю навантаження і перевантаженнями.

Більшість досліджень технічних систем зазвичай проводиться в припущенні, що перехідний режим завершився, і в системі відсутні перевантаження. В іншому випадку потрібно використовувати спеціальні методи дослідження, які в певному вигляді розроблені для перехідного режиму і режиму перевантажень.

Водночас багато реальних систем, зокрема технічних, працюють у несталому режимі, обумовленому нестаціонарністю навантаження. Для дослідження таких систем методами, розробленими для сталого режиму, можуть використовуватися різні підходи, основними серед яких є такі. По-перше, можна спробувати виділити досить тривалі інтервали часу, впродовж яких навантаження не змінюється, тобто є стаціонарним, або ж зміна навантаження незначна і їм можна знехтувати. По-друге, дослідження методами, розробленими для сталого режиму, можна проводити в розрахунку на максимальне або деяке середнє навантаження.

Питання 7. Яким способом досягається розумний компроміс між простотою та адекватністю моделі?

Обговорення. Досягнення розумного компромісу між простотою моделі і її адекватністю досліджуваної системі є однією з найскладніших проблем теорії моделювання. Дійсно, з одного

боку, бажано мати модель з максимальним ступенем деталізації, яка відображатиме всі особливості структурно-функціональної організації. З іншого – така модель може виявитися настільки складною, що її дослідження буде неможливим або ж потребує невиправдано великих матеріальних і часових ресурсів.

Варто також враховувати, що для дослідження складних моделей зазвичай неможливо розробити точні математичні методи, а застосування громіздких наближених методів може призвести до значних похибок результатів. Є ще один важливий момент, який варто мати на увазі під час розробки моделей. Це точність представлення вихідних даних, особливо пов'язаних з навантажувальними параметрами. Якщо похибка подання навантажувальних або структурно-функціональних параметрів велика, то, очевидно, немає сенсу будувати надточну модель.

Питання 8. Яке значення параметризації моделі в процесі дослідження реальної системи?

Обговорення. Етап параметризації моделі в процесі дослідження реальної системи має велике значення для отримання коректних результатів. На цьому етапі фактично закладається фундамент адекватності моделі досліджуваної системі, оскільки саме в процесі параметризації визначаються значення вихідних параметрів, які будуть використані в моделі і забезпечать достовірність отриманих результатів. Помилки, закладені під час невдалої параметризації, не зможуть бути компенсовані навіть застосуванням надточної (адекватної) моделі і точних методів розрахунку. Більш того, помилки параметризації можуть багаторазово збільшитися і привести до отримання абсолютно неправильних значень досліджуваних характеристик.

Варто також зазначити, що на етапі параметризації встановлюється відповідність не тільки між значеннями системних і модельних параметрів і характеристик, а й термінологічна відповідність між заданими в термінах конкретної прикладної сфери поняттями й елементами досліджуваної системи і використовуваними у відповідній математичній дисципліні поняттями й елементами математичної моделі.

Наприклад, в обчислювальній техніці під час опису комп'ютера застосовуються такі поняття й елементи, як задача, програма, дані, процесор, пам'ять тощо. Наприклад, як математична модель комп'ютера, використовується випадковий процес, для опису якого в теорії випадкових процесів використовуються такі терміни й елементи, як стан, перехід, подія, граф переходів, матриця ймовірностей переходів тощо. Виявити і грамотно встановити відповідність між зазначеними поняттями й елементами і є одним із завдань етапу параметризації.

Фактично параметризація – це проміжний етап встановлення взаємооднозначної відповідності між концептуальною та математичною моделями.

Питання 9. Наскільки необхідний детальний аналіз спроектованої системи?

Обговорення. Настільки, наскільки важливо отримання якісного проекту системи, яка синтезується. Задача синтезу зазвичай вирішується з використанням порівняно простих моделей, що дозволяють отримати рішення в суто аналітичній формі. При цьому похибка моделі, а також методів розрахунку характеристик системи в разі застосування наближених аналітичних залежностей може призвести до значних розбіжностей між розрахунковими і фактичними значеннями параметрів, які оптимізуються. У зв'язку з цим виникає потреба у перевірці й уточненні знайдених значень параметрів структурно-функціональної організації системи, для чого, природно, необхідно використовувати найбільш адекватні моделі, що дозволяють отримати результати, які в максимальному ступені відповідають реальним. Як ці моделі, зазвичай застосовуються імітаційні моделі, які можуть бути побудовані з максимальним наближенням до реальної системи за рахунок більшої деталізації порівняно з аналітичною моделлю.

Крім того, в процесі детального аналізу синтезованої системи повинні бути виявлені граничні можливості системи, вузькі місця в системі, а також визначено, наскільки добре (з яким запасом) виконуються задані вимоги до якості функціонування проектованої системи.

Питання 10. Що таке математична модель і математичне моделювання?

Математична модель висловлює суттєві риси об'єкта або процесу мовою рівнянь та інших математичних засобів. Власне, сама математика зобов'язана своїм існуванням тому, що вона намагається відбити, тобто промоделювати своєю специфічною мовою закономірності навколишнього світу. Шлях математичного моделювання нині набагато всеосяжний, ніж моделювання натурне. Математичне моделювання отримало інтенсивний розвиток з появою ЕОМ, однак метод зародився одночасно з математикою тисячі років потому.

Математичне моделювання не завжди супроводжується комп'ютерною підтримкою. Перш ніж створити математичну модель, здійснюють все можливе для аналітичного дослідження моделі. Аналітичні рішення (тобто представлені формулами, що виражають результати дослідження через вихідні дані) зазвичай зручніше й інформативніше чисельних. Можливості аналітичних методів вирішення складних математичних задач, однак, досить обмежені, і, як правило, ці методи набагато складніше чисельних. Це пов'язано з тим, що моделювання тут розглядається під кутом зору комп'ютерних (інформаційних) технологій. Такий підхід дещо звужує можливості методу в цілому; його цінність – деяке зниження бар'єру необхідної математичної підготовки (хоча, зрозуміло, і в чисельні методи під час професійного заняття математичним моделюванням доводиться заглиблюватися настільки, що при цьому потрібна чимала математична освіта). Нарешті, зазначимо, що поняття «аналітичне рішення» і «комп'ютерне рішення» аж ніяк не протистоять один одному, оскільки комп'ютери під час математичного моделювання використовуються не тільки для чисельних розрахунків, але і для аналітичних перетворень; результат аналітичного дослідження математичної моделі часто виражений досить складними рівняннями, для цього диференційно-інтегральні рівняння приводяться до чисельної реалізації.

Математична модель являє собою формалізований опис системи (або операції) деякою абстрактною мовою, наприклад, у

вигляді сукупності математичних співвідношень або схеми алгоритму, тобто такий математичний опис, який забезпечує імітацію роботи систем або пристроїв на рівні, досить близькому до їхньої реальної поведінки, отримується у разі натурних випробувань систем або пристроїв. Будь-яка математична модель описує реальний об'єкт, явище чи процес з деяким ступенем наближення до дійсності.

Вид математичної моделі залежить як від природи реального об'єкта, так і від завдань дослідження.

Математичне моделювання громадських, економічних, біологічних і фізичних явищ, об'єктів, систем і різних пристроїв є одним з найважливіших засобів пізнання природи і проектування найрізноманітніших систем і пристроїв, прогнозування системи в цілому.

Метою математичного моделювання є аналіз реальних процесів математичними методами. Математичне моделювання для дослідження характеристик систем можна розділити на аналітичне, імітаційне і комбіноване. У свою чергу, математичні моделі поділяються на імітаційні та аналітичні. Сутність побудови математичної моделі полягає в тому, що реальна система спрощується, схематизується й описується за допомогою певного математичного апарату.

1.5. Самоконтроль

1.5.1. Перелік питань

1. Дати визначення понять: моделювання, елемент, система, складна система, комплекс, структура, функція, структурна і функціональна організації, аналіз, синтез, ефективність, показник ефективності, критерій ефективності, оптимальна система.

2. У яких випадках моделювання виправдано і необхідно?

3. Перерахувати і дати коротку характеристику способів опису структури системи. Проілюструвати ці способи на прикладі персонального комп'ютера.

4. Перерахувати і дати коротку характеристику способів опису функції системи. Проілюструвати ці способи на прикладі рішення задачі в комп'ютері.

5. Спосіб досягнення поставленої мети за рахунок вибору певної структури і функції системи називається ...

6. Чим відрізняється реалізація функціональної організації системи від структурної?

7. Що визначається в процесі аналізу системи?

8. Що визначається в процесі синтезу системи?

9. Чим оцінюється ефективність системи?

10. Чим інверсний критерій ефективності відрізняється від прямого?

11. Що розуміється під оптимальною системою?

12. Властивості, притаманні складній системі, і їх коротка характеристика.

13. У чому полягає відмінність між параметрами і характеристиками?

14. Перерахувати склад параметрів технічної системи. Навести приклади структурних, функціональних, навантажувальних параметрів.

15. Перерахувати склад характеристик технічної системи. Навести приклади потужних, надійносних, вартісних характеристик.

16. У чому полягає проблема вибору рівня деталізації моделей?

17. Як впливає на систему зовнішнє середовище? Чому існує багато визначень системи?

18. Що розуміють під абстрактною системою?

19. Які рівні абстрактного опису використовуються в теорії систем?

20. Що розуміють під моделлю? У яких відношеннях перебувають об'єкт моделювання та модель? Чи може система бути моделлю?

1.5.2. Тестові питання

1. Моделювання – це:

а) процес заміни реального об’єкта (процесу, явища) моделлю, що відображає його суттєві ознаки з точки зору досягнення конкретної мети;

б) процес демонстрації моделей одягу в салоні мод;

в) процес неформальної постановки конкретної задачі;

г) процес заміни реального об’єкта (процесу, явища) іншим матеріальним або ідеальним об’єктом;

д) процес виявлення істотних ознак цього об’єкта.

2. Модель – це:

а) фантастичний образ реальної дійсності;

б) матеріальний чи абстрактний замінник об’єкта, що відображає його просторово-часові характеристики;

в) матеріальний чи абстрактний замінник об’єкта, що відображає його суттєві характеристики;

г) опис досліджуваного об’єкта засобами образотворчого мистецтва;

д) інформація про несуттєві властивості об’єкта.

3. Під час вивчення об’єкта реальної дійсності можна створити:

а) одну єдину модель;

б) кілька різних видів моделей, кожна з яких відображає певні суттєві ознаки об’єкта;

в) одну модель, яка відображатиме сукупність ознак об’єкта;

г) точну копію об’єкта в усіх проявах його властивостей і поведінки;

д) питання не має сенсу.

4. Процес побудови моделі, як правило, передбачає:

а) опис усіх властивостей досліджуваного об’єкта;

б) виділення найбільш істотних з точки зору розв’язуваної задачі властивостей об’єкта;

в) виділення властивостей об’єкта безвідносно до цілей розв’язуваної задачі;

г) опис усіх просторово-часових характеристик досліджуваного об’єкта;

д) виділення не більше трьох істотних ознак об’єкта.

5. Натурне моделювання – це:

а) моделювання, під час якого в моделі впізнається модельований об’єкт, тобто натурна модель завжди має візуальну схожість з об’єктом-оригіналом;

б) створення математичних формул, що описують форму або поведінку об’єкта-оригіналу;

в) моделювання, під час якого в моделі впізнається якась окрема ознака об’єкта-оригіналу;

г) створення таблиці, яка містить інформацію про об’єкт-оригінал;

д) сукупність даних, що містять текстову інформацію про об’єкт-оригінал.

6. Малюнки, карти, креслення, діаграми, схеми, графіки являють собою:

а) табличні інформаційні моделі;

б) математичні моделі;

в) натурні моделі;

г) графічні інформаційні моделі;

д) ієрархічні інформаційні моделі.

7. Опис глобальної комп’ютерної мережі Інтернет у вигляді системи взаємопов’язаних варто розглядати як:

а) натурну модель;

б) табличну модель;

в) графічну модель;

г) математичну модель;

д) мережеву модель.

8. Вкажіть помилкове твердження:

а) «чітких правил побудови будь-якої моделі сформулювати неможливо»;

б) «ніяка модель не може замінити саме явище, але під час вирішення конкретної задачі вона може виявитися досить корисним інструментом»;

в) «цілком неважливо, які об'єкти обираються як моделі, головне, щоб за їх допомогою можна було б відобразити найбільш суттєві риси, ознаки досліджуваного об'єкта»;

г) «модель містить стільки ж інформації, скільки і модельований об'єкт»;

д) «уся освіта – це вивчення певних моделей, а також прийомів їхнього використання».

9. Побудова моделі вихідних даних; побудова моделі результату, розробка алгоритму, розробка та програми, налагодження та виконання програми, аналіз та інтерпретація результатів – це:

а) розробка алгоритму рішення задач;

б) список команд виконавця;

в) аналіз існуючих задач;

г) етапи виконання задач за допомогою комп'ютера;

д) проектування будівлі.

10. Як приклад, моделі поведінки можна назвати:

а) список учнів школи;

б) план класних кімнат;

в) правила техніки безпеки в комп'ютерному класі;

г) план евакуації у разі пожежі;

д) екскурсія учнів до музею.

11. Яка загальна назва моделей, які являють собою сукупність корисної і потрібної інформації про об'єкт?

а) матеріальні;

б) предметні;

в) інформаційні;

г) словесні;
д) технічні.

12. Знаковою моделлю є:
а) карта;
б) глобус;
в) дитячі іграшки;
г) макет будинку;
д) підручник з фізики.

13. Що таке математична модель:
а) точне уявлення реальних об’єктів, процесів або систем, яке виражене у фізичних термінах і зберігає суттєві риси оригіналу;
б) наближене уявлення реальних об’єктів, процесів або систем, яке виражене у фізичних термінах і зберігає суттєві риси оригіналу;
в) наближене уявлення реальних об’єктів, процесів або систем, яке виражене в математичних термінах і зберігає суттєві риси оригіналу;
г) точне уявлення реальних об’єктів, процесів або систем, яке виражене в математичних термінах і зберігає суттєві риси оригіналу;
д) формула закону всесвітнього тяжіння.

14. Як називаються моделі, в яких передбачається відсутність будь-яких випадкових впливів і їх елементи (елементи моделі) достатньо точно встановлені:
а) статичні;
б) детерміновані;
в) дискретні;
г) динамічні;
д) технічні.

15. Модель, порівняно з модельованим об’єктом, містить:

а) стільки ж інформації;

б) менше інформації;

в) більше інформації;

г) не містить інформацію;

д) лише технічні характеристики об’єкта.

РОЗДІЛ 2
ПРОЦЕСИ МОДЕЛЮВАННЯ

Хто думає про науку, той любить її,
а хто її любить, той ніколи не перестає вчитися,
хоча б зовні він і здавався бездіяльним.
Г. Сковорода

Вступ до моделювання. Основи моделювання. Аналогія. Подібність. Аксіоми та принципи моделювання. Аксіоми моделювання. Принципи моделювання. Методи моделювання. Класифікація методів моделювання. Вербальний та формальний описи задачі. Задачі моделювання. Етапи моделювання. Види моделювання. Підготовка даних до моделювання. Обчислювальний експеримент. Етапи обчислювального експерименту. Застосування обчислювального експерименту. Ухвалення рішень за результатами моделювання. Ідентифікація моделі. Резюме. Практикум: обговорення. Самоконтроль. Перелік питань. Тестові питання.

Моделювання – це універсальний метод отримання, опису та використання знань. Він використовується в будь-якій професійній діяльності. У сучасній науці і технології роль і значення моделювання посилюється, актуалізується проблемами, успіхами інших наук. Моделювання реальних і нелінійних систем живої і неживої природи дозволяє перекидати містки між нашими знаннями і реальними системами, процесами, в тому числі і розумовими. Моделювання суттєво і реально дозволяє отримати набагато більше важливих результатів з меншими витратами.

Важливо розуміти, що моделювання є одним з ключових видів діяльності людини. Моделювання завжди в певній формі передує будь-якій справі. Зрозуміло, що реалізація процесу моделювання вимагає виконання ряду інших процесів. Цей розділ присвячено розгляду саме цих процесів.

2.1. Вступ до моделювання

Нині моделювання займає центральне місце в дослідженні об’єкта. Воно дозволяє обґрунтовано ухвалювати рішення: як удосконалювати звичні об’єкти, чи треба створювати нові, як змінювати процеси управління і в кінцевому підсумку, як змінювати навколишній світ на краще.

2.1.1. Необхідність моделювання

Перш ніж братися за будь-яку роботу, потрібно чітко уявити собі відправний і кінцевий пункти діяльності, а також приблизні її етапи. Те ж потрібно зазначити і про моделювання.

Відправний пункт тут – прототип. Їм може бути існуючий або проектований об’єкт чи процес.

Кінцевий етап моделювання – **ухвалення рішення**. У багатьох життєвих ситуаціях нам доводиться ухвалювати певне рішення. У моделюванні це означає, що або створюємо новий об’єкт, модель якого досліджували, або покращуємо існуючий, або отримуємо про нього додаткову інформацію.

Прикладом моделювання під час створення нових технічних засобів може слугувати історія розвитку космічної техніки. Для реалізації космічного польоту треба було вирішити дві проблеми: подолати земне тяжіння і забезпечити просування в безповітряному просторі. Про можливості подолання тяжіння Землі свідчив ще Ньютон у XVII столітті. К. Е. Ціолковський запропонував для пересування в просторі створити реактивний двигун, де використовується паливо з суміші рідкого кисню і водню, що виділяють у процесі згоряння значну енергію. Він склав досить точну описову модель майбутнього міжпланетного корабля з кресленнями, розрахунками та обґрунтуваннями.

Не минуло й півстоліття, як описова модель К. Е. Ціолковського стала основою для реального моделювання в конструкторському бюро під керівництвом С. П. Королева. У натурних експериментах випробовувалися різні види рідкого палива, форма ракети, система управління польотом і життєзабезпечення космонавтів, прилади для наукових досліджень тощо. Результатом

різнобічного моделювання стали потужні ракети, які вивели на навколоземний простір штучні супутники землі, кораблі з космонавтами на борту і космічні станції.

Розглянемо ще один приклад.

Відомий хімік XVIII століття Антуан Лавуазьє, вивчаючи процес горіння, здійснював численні досліди. Він моделював процеси горіння з різними речовинами, які нагрівав і зважував до і після досвіду. При цьому з'ясувалося, що деякі речовини після нагрівання стають важчими. Лавуазьє запропонував, що до цих речовин у процесі нагрівання щось додається. Так моделювання і подальший аналіз результатів привели до визначення нової речовини – кисню, узагальнення поняття «горіння», дали пояснення багатьом відомим явищам і відкрили нові горизонти для досліджень в інших сферах науки, зокрема в біології, тому що кисень виявився одним з основних компонентів дихання й енергообміну тварин і рослин.

Моделювання – творчий процес. Укласти його у формальні рамки досить важко. Усі етапи визначаються поставленим завданням і цілями моделювання. Розглянемо основні етапи моделювання докладніше.

Навіщо людина створює моделі? Щоб відповісти на це запитання, треба зазирнути в далеке минуле.

Кілька мільйонів років потому, на зорі людства, первісні люди вивчали навколишню природу, щоб навчитися протистояти природним стихіям, користуватися природними благами, просто виживати.

Накопичені знання передавалися з покоління в покоління усно, пізніше письмово і, нарешті, за допомогою предметних моделей. Так народилася, наприклад, модель Земної кулі – глобус, що дозволяє отримати наочне уявлення про форму нашої планети, її обертанні навколо власної осі і розташуванні материків. Такі моделі дозволяють зрозуміти, як влаштований конкретний об'єкт, дізнатися його основні властивості, встановити закони його розвитку та взаємодії з навколишнім світом. У цьому випадку метою побудови моделей є пізнання навколишнього світу.

Накопичивши достатньо знань, людина задала собі запитання: «Чи можна створити об’єкт із заданими властивостями і можливостями, щоб протидіяти стихіям або ставити собі на служіння природні явища?» Тобто людина стала будувати моделі ще не існуючих об’єктів.

Так народилися ідеї створення вітряних млинів, різних механізмів, навіть звичайної парасольки. Багато з цих моделей стали сьогодні реальністю. Це об’єкти, створені руками людини.

Таким чином, інша важлива мета моделювання – створення об’єктів із заданими властивостями. Ця мета визначається постановкою завдання «як зробити, щоб ...».

Мета моделювання завдань типу «що буде, якщо ...» – визначення наслідків впливу на об’єкт і ухвалення правильного рішення.

Подібне моделювання має важливе значення під час звернення до соціальних і екологічних проблем: що буде, якщо збільшити плату за проїзд у транспорті, або що станеться, якщо закопати ядерні відходи в певній місцевості?

Наприклад, для порятунку міста від постійних повеней, що наносять величезний збиток, вирішено було звести дамбу. Під час її проектування побудовано безліч моделей, у тому числі і натурних, саме для того, щоб передбачити наслідки втручання в природу.

Нерідко метою моделювання є ефективність управління об’єктом (або процесом). Оскільки критерії управління бувають досить суперечливими, то ефективним воно виявиться тільки за умови, якщо будуть «і вовки ситі, і вівці цілі».

Наприклад, потрібно налагодити харчування в шкільній їдальні. З одного боку, воно повинно відповідати віковим вимогам (калорійне, що містить вітаміни та мінеральні солі), з іншого – подобатися більшості дітям і до того ж бути «по кишені» батькам, а з третього – технологія приготування повинна відповідати можливостям шкільних їдалень. Як поєднати непоєднуване? Побудова моделі допоможе знайти ухвалене рішення.

Можна постійно розглядати нові цілі і перспективи моделювання, але у нас ще буде чимало випадків переконатися в

корисності і доцільності використання моделей у різних сферах діяльності людини.

2.1.2. Сфери використання моделювання

Поставимо питання про сфери використання моделювання. Відповідь така – легше знайти сфери, де не використовується моделювання. Можна впевнено стверджувати, що моделювання використовується всюди.

Зокрема, сьогодні моделювання застосовується у таких сферах:

• енергетика: управління ядерними реакторами, моделювання термоядерного процесу, прогнозування енергетичних процесів, управління енергоресурсами тощо;

• економіка: моделювання, прогнозування економічних і соціально-економічних процесів, міжбанківські розрахунки, автоматизація робіт тощо;

• космонавтика: розрахунок траєкторій і управління польотом космічних апаратів, моделювання конструкцій літальних апаратів, обробка супутникової інформації тощо;

• медицина: моделювання, прогнозування епідемій, інфекційних процесів, управління процесом лікування, діагностика хвороб і вироблення оптимальних стратегій лікування тощо;

• виробництво: управління технічними і технологічними процесами та системами, ресурсами (запасами), планування, прогнозування оптимальних процесів виробництва тощо;

• екологія: моделювання забруднення екологічних систем, прогноз причинно-наслідкових зв’язків в екологічній системі, відгуків системи на певні дії екологічних факторів тощо;

• освіта: моделювання міждисциплінарних зв’язків і систем, стратегій і тактик навчання тощо;

• військова справа: моделювання і прогнозування військових конфліктів, бойових ситуацій, управління військами; забезпечення армій тощо;

• політика: моделювання і прогнозування політичних ситуацій, поведінки коаліцій різного характеру тощо;

• соціологія, суспільні науки: моделювання і прогнозування поведінки соціологічних груп і процесів, суспільної поведінки і впливу, ухвалення рішень тощо;

• ЗМІ: моделювання і прогнозування ефекту від впливу певних повідомлень на групи людей, соціальні шари та ін.;

• туризм: моделювання і прогнозування потоку туристів, розбудови інфраструктури туризму та ін.;

• проектування: моделювання, проектування різних систем, розробка оптимальних проектів, автоматизація управління процесом проектування тощо.

Це, звичайно, не всі сфери застосування моделювання. Зрозуміло, що використання моделювання суттєво підвищує ефективність будь-яких засобів у різних напрямах. Тому, звичайно, необхідно зрозуміти, виявити та навчитися застосовувати методи моделювання в нашому житті. Що ж таке моделювання?

У попередньому розділі було детально описано і визначено поняття моделі. Проте в подальшому постає просте запитання: а як же виникають моделі? Цілком зрозуміло, що процес створення моделі або просто процес моделювання – це складний процес, який повинен включати до себе ряд конкретних дій, заходів, процедур тощо.

2.2. Основні засади моделювання

Моделювання – метод системного аналізу. Але часто в системному аналізі у разі модельного підходу дослідження може відбуватися одна методична помилка, а саме – побудова коректних і адекватних моделей (підмоделей) підсистем системи, і їхня логічно коректна ув’язка не дає гарантій коректності побудованої таким способом моделі всієї системи. Модель, що побудована без урахування зв’язків системи із середовищем і її поведінки щодо цього середовища, може часто лише слугувати ще одним підтвердженням теореми Геделя, а точніше її наслідку, який стверджує, що в складній формальній системі можуть існувати істини і висновки, довести які засобами цієї системи неможливо, необхідно виходити за межі системі.

Наука моделювання полягає в розділенні процесу моделювання (системи, моделі) на етапи (підсистеми, підмоделі), детальному вивченні кожного етапу, взаємовідносин, зв'язків, відносин між ними і потім ефективного опису їх з максимально можливим ступенем формалізації та адекватності. У разі порушення цих правил отримуємо не модель системи, а модель «власних і неповних знань». Ось прості приклади побудови моделей.

Приклад 2.1. Рух парашутиста.

Задачу зручно розглядати у два етапи.

І етап. Постановка задачі

Парашутист під час падіння до землі відчуває дію не тільки сили тяжіння, а й найголовніше сили опору повітря. Відомо (експериментально встановлено), що сила опору R залежить від швидкості руху: чим більше швидкість, тим більше сила. Під час руху в повітрі вона пропорційна квадрату швидкості з деяким коефіцієнтом опору k, який залежить від конструкції парашута і ваги людини. Якою має бути цей коефіцієнт, щоб парашутист приземлився зі швидкістю не більше 8 м/с?

ІІ етап. Розробка моделі

Згідно з другим законом Ньютона рух під впливом сил можна записати рівністю:

$$ma = mg - Rk.$$

Проектуючи цю рівність на вісь руху парашутиста з урахуванням залежності сили опору від квадрата швидкості, отримаємо формулу:

$$ma = mg - kv^2 ,$$

$$\text{або } a = g - kv^2/m.$$

За цією формулою будемо обчислювати швидкість і прискорення через однакові невеликі інтервали часу.

У початковий момент руху при $t = 0$ швидкість дорівнює $v_п = 0$.

Приклад 2.2. Рівноприскорений прямолінійний рух водія.

І етап. Постановка задачі

Рухаючись прямолінійно з постійним прискоренням 1,5 м/с^2, водій зменшив свою швидкість від 15 до 3 м/с. За якийсь час t це сталося?

ІІ етап. Розробка моделі

Позначимо прискорення буквою a, швидкість тіла в початковий момент часу – v_0, а миттєву швидкість тіла буквою v. Тоді зміна швидкості за проміжок часу t дорівнює $v - v_0$. Зміна швидкості за час t дорівнює прискоренню a, отже:

$$a = (v - v_0)/t,$$

звідки

$$t = (v - v_0)/a.$$

Підставивши задані значення, отримаємо шуканий час.

Моделювання (в значенні «метод», «модельний експеримент») розглядається як особлива форма експерименту, експерименту не над самим оригіналом (це називається простим або звичайним експериментом), а над копією (заступником) оригіналу. Тут важливий ізоморфізм систем (оригінальної та модельної) – ізоморфізм як самої копії, так і знань, за допомогою яких вона була запропонована.

Моделювання застосовуються за такими основними напрямами:

• навчання (як моделей, моделювання, так і самих моделей);

• пізнання і розробка теорії досліджуваних систем (за допомогою будь-яких моделей, моделювання, результатів моделювання);

• прогнозування (вихідних даних, ситуацій, станів системи);

• управління (системою в цілому, окремими підсистемами системи), вироблення управлінських рішень і стратегій;

• автоматизація (системи або окремих підсистем системи).

Процес моделювання завжди передбачає три основних моменти:

1. **Побудова моделі** (ця задача менш формалізована і конструктивна в тому сенсі, що немає алгоритму для побудови моделей). Об’єкт, що піддається вивченню або перетворенню, замінюється спеціально підібраною моделлю. При цьому необхідні елементи або властивості оригіналу формулюються «мовою» моделі. Наприклад, підводна течія для розрахунку швидкостей і траєкторій замінюється математичною моделлю. Або: під час графічного моделювання задачі на роботу обсяг роботи

моделюється за допомогою відрізка відповідної довжини на осі абсцис, час – відрізком на осі ординат, швидкість – кутом нахилу графіка до осі *x*.

2. **Дослідження моделі** (ця задача вже більш формалізована, є методи дослідження різних класів моделей). Проводиться процес вивчення або перетворення моделі. Наприклад, у математичній моделі підводної течії вирішуються рівняння, проводяться розрахунки. У задачі на роботу графічна модель спочатку замінюється символічною моделлю (списком формул для вираження певних величин), нарешті, отримуємо алгебраїчну модель у вигляді рівняння. На цьому етапі проводиться процес перетворення алгебраїчної моделі доти, доки не отримаємо рішення рівняння.

3. **Використання моделі** (конструктивна і конкретизована задача). Проводиться поворотне перенесення отриманих результатів (або навіть самого процесу) на оригінал. Наприклад, результати розрахунків у математичній моделі підводної течії тлумачаться мовою гідрологів, тобто робляться висновки про саму підводну течію. А коріння рівняння в задачі на роботу тлумачаться як одна з механічних величин задачі. Потім виявляються й інші величини.

Але що конкретно робити для побудови моделі? На чому повинні ґрунтуватися основні принципи побудови моделей?

Нижче досить детально розглядається один з фундаментальних підходів до моделювання – аналогія і подібність.

В основі моделювання полягає принцип аналогії. Аналогія – подібність предметів у будь-яких властивостях, ознаках, відносинах.

Переконавшись в аналогічности двох об’єктів, припускають, що функції, властивості одного об’єкта притаманні іншому об’єкту, для яких вони не встановлені. **Метод аналогій** полягає в тому, що вивчається один об’єкт-модель, а висновки переносяться на інший – оригінал. Іншими словами, аналогія – висновок від моделі до оригіналу.

Таким чином, науковою основою моделювання як методу пізнання і дослідження різних об’єктів і процесів є **теорія подібності**, в якій основним є поняття **аналогії**, тобто подібності

об’єктів за деякими ознаками. Подібні об’єкти називаються аналогами. Аналогія між об’єктами може встановлюватися за якісними і (або) кількісними ознаками.

2.2.1. Аналогія

Аналогія – це подібність предметів або явищ за якоюсь ознакою. Аналогія в творчості є таким уявним інструментом, який не тільки виводить думку з логічного глухого кута, але і значною мірою визначає оригінальність вирішення проблеми. Звичайний неорганізований пошук аналогій найчастіше ґрунтується на інтуїтивному уловлюванні подібності об’єктів, порівнянні фактів знання, досвіду виробника за формою, структурою (наприклад, «павутина – підвісний міст»). Однак набагато більш продуктивними не є прямі формальні аналогії, а такі, що виникають, порівнюючи різні лінії розвитку об’єктів, які нерідко пов’язані з досить далекими сферами знання.

Приклад 2.3. Для руху човна по воді на мілководді, де багато плаваючої трави, очерету тощо, звичайні рушії – гвинт або весла – малопридатні, тому що плутаються в траві. Який рушій уже давно успішно застосовується в подібних умовах? Ласти качки! Ось новий рушій, який успішно пройшов випробування.

Приклад 2.4. Для зменшення опору руху катера добре б підняти важкий і об’ємний корпус над водою. Що вже застосовується для створення підйомної сили? Крило літака. У результаті з’явився корабель на підводних крилах.

Приклад 2.5. Бензин перед подачею в камеру згоряння потрібно з рідкого стану швидко перевести в дрібні крапельки, в туман. У перукарнях давно для такого процесу застосовують пульверизатор. Цей принцип був використаний в автомобільному карбюраторі.

Відомі корисні різні аналогові методи і в інших науково-технічних сферах. Ці методи засновані на тому факті, що в деяких випадках, наприклад, задача теорії пружності математично

еквівалентна задачі іншого розділу фізики, в якому необхідні величини можуть бути легко виміряні.

Приклад 2.6. Уже було згадано про гідродинамічну аналогію, за допомогою якої Дж. Лармор визначив концентрацію напруги у валу, що скручується, викликану малим круглим отвором.

Приклад 2.7. Досить важлива аналогія була розвинена Л. Прандтлем. Він показав, що задача крутіння еквівалентна визначенню поверхні прогинів рівномірно розтягнутої і навантаженої мембрани, що має таку саму форму, як і поперечний переріз вала. Використовуючи мильну плівку як мембрану і заміряючи оптичним шляхом максимальний нахил поверхні прогинів, викликаний рівномірним тиском газу, можна легко отримати максимальне напруження під час кручення.

Приклад 2.8. Надалі метод мембранної аналогії був розвинений Г. Тейлором і застосований до дослідження напружень під час кручення валів зі складною формою поперечного перерізу. Крім того, таким самим чином була вивчена концентрація напруги в круглих валах зі шпонковими канавками.

Приклад 2.9. Прикладом простої аналогії може слугувати аналогія «електричний струм – потік води» або «ступінчастий атен'юатор – ступінчастий рядок». Отже, відразу виникає аналогія у разі опису електричного струму як потоку води.

Проста аналогія досі використовується найчастіше. Іноді в аналогії використовується так званий прийом рикошету. Сутність його в тому, що, знайшовши аналогію для вихідного об'єкта в іншій сфері, потім знову повертаємося в його сферу існування, але вже на іншому рівні.

Приклад 2.10. Аналогом звичайного вірусу в пам'яті комп'ютера є комп'ютерний вірус. Відмінність його від звичайного вірусу в тому, що він – вірус інформаційний, який не має

фізичного тіла. Потрібно зазначити, що це якийсь інформаційний процес. Повертаємося у сферу існування вихідного об'єкта: чи не можуть існувати в психіці людини суто інформаційні «віруси», пов'язані лише з процесами, що відбуваються в самій психіці, які водночас здатні передаватися від однієї людини до іншої інформаційними каналами? Хоча, як здається, ідея «психічних вірусів» годиться лише для фантастичного оповідання, але наприкінці минулого століття В. М. Бехтерєв описав колективні психози в книзі «Навіювання і його роль у суспільному житті», підкресливши їхню подібність зі звичайними заразними хворобами (згадав навіть про «психічний вірус»).

Існує так звана **антианалогія** (інверсна аналогія), коли розглядаються явища, які є ніби протилежністю одне одному: тепло і холод, світло і темрява, літо і зима, розширення і стиснення. Але уявімо собі, що графік зростання температури під час одного процесу точно відповідає графіку зниження температури під час іншого. Хіба ця подібність не свідчить про те, що ці процеси в чомусь аналогічні, швидше антианалогічні?

Приклад 2.11. Якщо знаємо, що Іван Петрович завжди доходить висновків, протилежних висновкам Петра Івановича, то щоб дізнатися думку Івана Петровича, досить порадитися з Петром Івановичем і зробити навпаки.

Якщо процеси антианалогічні, то на підставі висновків про один процес потрібно зазначити і про поведінку іншого. Можна експериментувати з одним, якщо недоступний інший процес, розробити математичний апарат для одного й «інвертувати» його для іншого.

Наприклад, замінити процес, що нескінченно розширюється, на процес, що нескінченно прагне до нуля. Це ніби віддзеркалення всесвіту в маленькій дзеркальній кульці – нескінченно віддалені зірки нескінченно наближаються до центру кульки.

Логічні ланцюги можна аналізувати «на замикання» або «на розмикання» також з використанням інверсії. Зрозуміло, що і тут необхідно стежити за сферою застосовності такої антианалогії.

У літературі, щоб змусити читача сформувати для себе позитивний образ, ідеал, вдаються до яскравого показу негативного героя – «антиідеала», тобто теж до своєрідної антиналогії ідеалу. На тому ж принципі побудована антиутопія.

Механізм пошуку аналогій є важливим інструментом творчого мислення.

З математичної точки зору **аналогією** (методом аналогій) називається метод розв'язання математичних задач, заснований на ізоморфізмі (однаковості форми) математичних моделей двох фізичних явищ. Є різні варіанти розповсюдження теорії фізичних аналогій на теплову, гідродинамічну й аеродинамічну форми руху. Електротеплова аналогія ґрунтується на ізоморфізмі математичних моделей температур і полів електричних потенціалів. Можна провести пряму аналогію між такими ключовими електричними і тепловими поняттями, як електричний потенціал і температура, електричний заряд і кількість теплоти, електрична ємкість і теплоємність. Метод розрахунку температурних полів заснований на відтворенні теплового процесу електричним. Температурне поле конструкції, що вивчається, відтворюється на геометрично подібних аналогах з електропровідного паперу, фольги, електроліту й інших матеріалів. Зосередженості електричного опору, що сполучають вузли ланцюга, відтворюють зосереджені теплові опори, що сполучають вузли теплової сітки (електротепловий аналог методу сіток).

2.2.2. Подібність

Перейдемо до подібності, яка встановлює умови подібності фізичних явищ і на цій основі дає можливість істотно скоротити кількість змінних. Теорія подібності дає правила раціонального об'єднання фізичних величин у безрозмірні комплекси, кількість яких істотно менша кількості величин, з яких вони складаються. Ці комплекси відображають сумісний вплив сукупності фізичних величин на явище і можуть розглядатися як нові узагальнені змінні. Скорочення кількості змінних значно спрощує проведення експериментів і узагальнення результатів експериментів і

чисельних рішень. Теорія подібності дає також правила моделювання процесів, що протікають у натурних установках.

Сутність теорії подібності полягає у використанні апарату математичної фізики, який дозволяє розглядати найбільш загальні властивості явища, характерні для всього класу явищ спільно з методами експериментального вивчення одиничного явища. Отже, **теорія подібності** – це вчення про подібність явищ (процесів), що встановлює методи проведення експериментів і обробки результатів.

У загальному випадку застосування теорії подібності фізичних явищ правомочне під час виконання таких основних положень:

1) поняття подібності застосовне тільки до однорідних явищ одного, які мають однакову фізичну природу й описуються однаковими за формою і змістом диференціальними рівняннями і крайовими умовами;

2) обов'язковою передумовою подібності фізичних явищ повинна бути геометрична подібність систем, де ці явища протікають, тобто подібні явища завжди протікають у геометрично подібних умовах;

3) під час аналізу подібних явищ зіставляти між собою можна тільки однорідні величини (що мають однаковий фізичний сенс і розмірність) і в подібні моменти часу;

4) нарешті, подібність двох фізичних явищ означає подібність усіх величин, що характеризують ці явища. Тобто в подібних точках простору і в подібні моменти часу будь-яка величина першого явища пропорційна однорідній з нею величині другого явища.

Основні положення теорії подібності зазвичай формулюються у вигляді трьох теорем.

Перша теорема стверджує, що у подібних явищ усі числа подібності (що визначаються і не визначаються) повинні бути чисельно рівні.

Друга теорема стверджує, що розв'язок диференціального рівняння може бути представлений у вигляді зв'язку між числами подібності, що витікають з цього рівняння.

Третя теорема стверджує, що явища подібні, якщо вони мають подібні умови однозначності і рівні значення чисел подібності, що містять величини з умов однозначності (визначальні числа подібності).

Ці теореми відображають умови подібності й особливості подібних явищ. З розглянутого виходить, що теорія подібності не дає рішення, а дозволяє тільки узагальнювати експериментальні дані, вказуючи форму, в якій ці дані повинні представлятися. Отже, теорія подібності, по суті, є теорією експерименту, тому значення її особливо велике для наукових сфер, основою яких є експеримент.

Основним видом кількісної аналогії є **математична подібність**, коли об'єкти описуються за допомогою рівнянь і функцій. Функції та незалежні змінні називаються подібними, якщо вони співпадають з точністю до деякої константи. Окремими видами математичної подібності є геометрична подібність, яка встановлює подібність геометричних образів, і часова, що визначає подібність функції часу, для якої константа часу (масштаб) показує, в яких відношеннях перебувають параметри функцій, такі як період, часова затримка тощо.

Іншим видом кількісної аналогії, який варто зазначити, є **фізична подібність**. Критерії фізичної подібності можна отримати, не маючи математичного опису об'єктів, наприклад на основі значень фізичних параметрів, які характеризують досліджуваний процес у натурі й на моделі. За типом процесу розрізняють види подібності, для яких розроблено відповідні критерії: гідравлічні, електричні, аеродинамічні та ін.

Теорія подібності дає змогу встановити відношення еквівалентності (відповідності, подібності) між двома розглядуваними системами за деякими ознаками. Будь-яка з цих систем може існувати реально або бути абстрактною. Якщо система існує реально, то її можна вивчати досліджуючи, яким чином пов'язані вхідні впливи з виходами системи. На основі результатів досліджень будується деяка абстрактна система, де відношення еквівалентності визначають тільки ті істотні властивості та аспекти поведінки, які у вихідній та абстрактній системах мають бути

однаковими. Здебільшого на практиці абстрактна система простіша за вихідну, якщо не враховувати тих аспектів, що визначають відношення еквівалентності. Завдяки теорії подібності в аеро- та гідродинаміці вдалося отримати ряд фундаментальних результатів. Для демонстрації можливостей теорії подібності розглянемо приклади.

Приклад 2.12. Задача про сталий поступальний плоскопаралельний рух тіла в нестисливій в'язкій рідини. Усі безрозмірні величини для такого випадку визначаються двома параметрами: кутом атаки α і числом Рейнольдса Re.

При цьому умова фізичної подібності – критерії подібності – представляються співвідношеннями:

$$\alpha = const,\ \mathrm{Re} = \frac{Vl\rho}{\mu},$$

де V, l, ρ, μ – відповідно, швидкість тіла, його характерний розмір, густина рідини та її в'язкість.

Під час моделювання цього явища результати дослідів з моделлю можна переносити на натуру тільки для однакових α і Re.

Першу умову на практиці завжди легко здійснити. Найважче задовольнити умову другу: $\mathrm{Re} = \frac{Vl\rho}{\mu} = const$, особливо в тих випадках, коли обтічне тіло має великі розміри.

Якщо модель менше натури ($l_{мод} < l_{натур}$), то для збереження $\mathrm{Re} = const$ необхідно:

– збільшити швидкість, що на практиці нездійсненно;

– істотно змінити густину (збільшити) і в'язкість (зменшити).

На практиці для забезпечення умови стикаються із суттєвими труднощами, що виражається в необхідності побудови:

– гігантських аеродинамічних труб, в яких можна виробляти продувки літаків у натурі;

– труб закритого типу, в яких циркулює з великою швидкістю стисле, тобто щільніше повітря (з великою густиною).

Таким чином, завдяки принципам подібности вдається поступальний плоскопаралельний рух тіла в нестисливій в'язкій

рідини, взагалі дослідити в лабораторних умовах, підтримуючи лише деякі значення певних параметрів.

Приклад 2.13. Задача дослідження механічної споруди з однорідного матеріалу, наприклад мостової ферми.

Розглянемо геометрично подібні конструкції – натуру і модель. Складемо таблицю визначальних параметрів для опису такої конструкції.

Є такі параметри.

1. Характерний розмір конструкції.

2. Якщо вага конструкції суттєва, то питома вага.

3. Зовнішні навантаження, що діють на конструкцію.

4. Модуль Юнга.

Він використовується для визначення деформації тіла в напрямку дії сили і входить у відповідний формальний вираз.

5. Безрозмірний коефіцієнт Пуассона, який використовується для визначення деформації в напрямку, перпендикулярному напрямку дії сили.

Таким чином, кількість визначальних параметрів дорівнює 5.

Якщо модель у n разів менше натури, то і на моделі деформації (переміщення) будуть у n разів менше, ніж у натурі.

Далі розглядаються декілька випадків (різних значень безрозмірних комбінацій наведених параметрів та умови, в яких можна досягти на практиці необхідних їхніх величин), які дозволять визначити решту параметрів об’єкта. Ці безрозмірні комбінації називаються критеріями подібності. Знову бачимо, що, використовуючи поняття подібності, можна з невеликими зусиллями отримати реальні результати для об’єктів, які недоступні для безпосереднього дослідження.

Приклад 2.14. Сила лобового опору, що діє на тіло у разі обтікання його газовим потоком, визначається залежністю:

$$Q = c_x\, q\, S,$$

де c_x – коефіцієнт опору;

q – швидкісний напір потоку;

S – характерна площа тіла.

Коефіцієнт опору тіла c_x залежить від 7 параметрів:

$$c_x = c_x(V, p, \rho, \mu, c_p, c_v, L),$$

де V – швидкість повітряного потоку;

p – тиск газу в потоці;

ρ – густина газу;

μ – в'язкість;

c_p, c_v – питомі теплоємності газу;

L – характерний лінійний розмір тіла.

Оскільки коефіцієнт c_x є безрозмірною величиною, то під знаком функції повинні бути також безрозмірні параметри.

Із загальних міркувань методу розмірності випливає, що 7 розмірних аргументів функції c_x можна звести до 3 аргументів, які являють собою безрозмірні комбінації параметрів V, p, ρ, μ, c_p, c_v, L, тому що є 4 незалежні одиниці виміру: маса, довжина, час і температура.

Ці безрозмірні комбінації (критерії подібності) мають вигляд:

$M = \frac{V}{a}$ – число Маха (тут a – швидкість звуку);

$\mathrm{Re} = \frac{Vl\rho}{\mu}$ – число Рейнольдса;

$k_\infty = \frac{c_p}{c_v}$ – показник адіабати.

Звідси випливає, що:

$$c_x = c_x(M, \mathrm{Re}, k_\infty).$$

Ці критерії мають фізичний зміст.

Відомий вираз:

$$a^2 = dp/d\rho,$$

де a – швидкість звуку;

p – тиск;

ρ – густина.

З наведеного виразу випливає, що швидкість звуку можна розглядати як параметр, що залежить від властивостей стисливості, тобто здатності газу змінювати густину зі зміною тиску. Отже, число Маха M характеризує величину впливу стисливості на потік газу. Число Рейнольдса Re характеризує вплив в'язкості на

рухомий газ. Параметр k_∞ визначає особливості потоку, обумовлені термодинамічними властивостями газу.

Тобто, як бачимо, вдається отримати реальні практичні результати, використовуючи безпосередньо прості принципи подібності.

Наведені приклади показують важливість методів аналогії та подібності під час створення моделей.

2.3. Аксіоми та принципи моделювання

Аксіоматичний метод – спосіб побудови наукової теорії, у разі якого в основу теорії покладені деякі вихідні положення, що їх називають аксіомами теорії, а всі інші положення теорії випливають як логічні наслідки аксіом. Більшість напрямів сучасної математики, теоретична механіка, ряд розділів фізики побудовані на основі аксіоматичного методу. У математиці аксіоматичний метод дає можливість створення закінчених, логічно завершених наукових теорій. Не менше значення має й те, що математична теорія, побудована аксіоматично, часто знаходить застосування в інших науках. Саме в цьому сила аксіоматичного методу. Аксіоматичний метод є способом побудови наукових теорій, які вже встановлені.

Сучасна точка зору на побудову аксіоматичної теорії така:

1) перераховуються початкові поняття (ті що не визначаються: наприклад, точка в геометрії);

2) вказується список аксіом, які встановлюють деякі зв’язки і відношення між початковими поняттями;

3) за допомогою означень вводяться подальші поняття;

4) за допомогою початкових фактів, що містяться в аксіомах, та деякої логічної системи доводяться подальші факти – теореми.

Початкові поняття й аксіоми запозичують з досвіду. Тому очікується, що всі факти, що доведені в аксіоматичній теорії, мають тісний зв’язок з життям і можуть бути використані в практичній діяльності людини.

Найважливішою вимогою до системи аксіом є її **несуперечливість**, що можна розуміти так: скільки б теорем з цих аксіом ми не доводили, серед них не буде двох теорем, які суперечать одна одній. Суперечлива аксіоматика не може бути основою для побудови змістовної теорії.

Особливу роль аксіоматичний метод відіграє в математичній науці. Хоча математика нині є надзвичайно великою наукою знань, має численні розділи, які, на перший погляд, роз'єднані напрямами дослідження, все-таки математика – це єдина наука. Її предмет досліджень – безліч математичних структур, її основний метод – аксіоматичний метод. Потрібно зазначити, що математична наука досягає досконалості лише тоді, коли їй вдається користуватися аксіоматичним методом, тобто коли наука приймає характер аксіоматичної теорії. Більш того, розвиток наук у XX столітті показав, що математика виділяється в системі наук саме тим, що вона, по суті, єдина, яка використовує аксіоматичний метод надзвичайно широко, і що цей метод значною мірою зумовлює вражаючу ефективність математики в процесі пізнання навколишнього світу і перетворюючого впливу на нього.

Як неважко зрозуміти, сам аксіоматичний метод і будь-яка система аксіом, що будується за цим методом, також з'являються моделями. Більш детальний розгляд показує, що вони володіють усіма необхідними атрибутами моделі, наведеними раніше класифікаціями моделей – це абстрактні знакові або вербальні моделі, походження їх: штучне, цілеспрямоване; вид: неживий; характер: статичний.

Наука моделювання також припускає можливість використання аксіоматичного методу. Проте варто зауважити, що застосуваня цього методу в моделюванні досі ще не має достатнього формального обґрунтування, особливо з точки зору кількості, змісту та доведення несуперечливості аксіом. Але використання аксіом у моделюванні може суттєво вплинути на зміст науки моделювання та допомогти виявити нові залежності між різними розділами науки моделювання, обґрунтувати нові теорії, гіпотези, концепції. Зазначимо також, що розробка аксіоматики в моделюванні тільки починається.

2.3.1. Аксіоми моделювання

Багато дисциплін та наукових напрямів (математика, геометрія, механіка) базуються на деякому наборі аксіом, які беруться «на віру» і не вимагають доказів. Можна сформулювати такі аксіоми і в курсі моделювання. Ознайомимося з основними із них.

Аксіома 1. Модель не існує сама по собі, а завжди виступає в тандемі з деяким матеріальним об'єктом, який вона представляє (заміщає) в процесі його вивчення або проектування.

Аксіома 2. Для природних матеріальних об'єктів модель вторинна, тобто з'являється як наслідок вивчення та опису цього об'єкта (наприклад, модель сонячної системи). Для штучних матеріальних об'єктів (створюваних людиною або технікою) модель є первинною, оскільки передує появі самого об'єкта (наприклад, модель літака, модель двигуна).

Аксіома 3. Модель завжди простіше об'єкта. Вона відображає тільки деякі його властивості, а не являє собою об'єкт «у всій пишності». Для одного об'єкта будується ряд моделей, що відображають його поведінку або властивості з різних боків або за різним ступенем детальності. Під час нескінченного підвищення якості моделі вона наближається до самого об'єкта.

Аксіома 4. Модель повинна бути подібна тому об'єкту, який вона заміняє, тобто модель у певному сенсі є копією, аналогом об'єкта. Якщо в досліджуваних ситуаціях модель поводиться так само, як і модельований об'єкт, або ця розбіжність невелика і влаштовує дослідника, то зазначають, що модель адекватна оригіналу. Адекватність – це відтворення моделлю з необхідною повнотою і точністю всіх властивостей об'єкта, істотних для цілей цього дослідження.

Аксіома 5. Побудова моделі – не самоціль. Вона завжди будується для того, щоб можна було експериментувати не з самим об'єктом, а з більш зручним для цих цілей його представником, названим моделлю.

Як бачимо, наведені аксіоми цілком запозичені з досвіду моделювання. Залишається також відкритим питання про кількість аксіом і тим більше про дослідження їхньої несуперечливості, тобто це фактично визначення необхідних атрибутів моделі.

2.3.2. Принципи моделювання

Перед тим, як дати опис основних процесів, що входять до складу процесу моделювання, вкажемо основні загальні принципи моделювання, на основі яких будуються моделі. Вони відображають достатньо багатий досвід, накопичений сьогодні у галузі розроблення і використання моделей.

Принцип інформаційної достатності. За повної відсутності інформації про систему модель побудувати неможливо. За наявності повної інформації про систему її моделювання недоцільне. Отже, повинен існувати деякий критичний рівень апріорних відомостей про систему (рівень інформаційної достатності), після досягнення якого можна розпочинати побудову її моделі.

Принцип доцільності. Модель завжди створюється для досягнення деяких цілей, які визначають на первинному етапі формулювання проблеми моделювання. Без цілі немає моделі.

Принцип здійсненності. Модель, яка створюється, має забезпечувати досягнення мети дослідження з урахуванням граничних ресурсів з імовірністю, суттєво відмінною від нуля, і за кінцевий час. Звичайно, задають деяке граничне значення P_p (ступінь ризику) ймовірності досягнення мети моделювання $P(t)$, а також сам граничний термін t досягнення мети. Модель вважають здійсненною, якщо $P(t) > P_p$.

Принцип множинності моделей. Модель, яка створюється, має відображати, в першу чергу, ті властивості реальної системи (або явища), які впливають на обраний показник ефективності. Відповідно, під час використання будь-якої конкретної моделі пізнаються лише деякі складові реальності. Для повного її дослідження необхідно мати ряд моделей, які дали б змогу відобразити певний процес з різних боків і з будь-яким ступенем детальності. Фактично цей принцип стверджує: «Ніяка єдина модель не може

з достатнім ступенем адекватності описувати різні аспекти складної системи».

Немає ідеальних моделей: найкраще рішення – використовувати під час розробки складної системи декілька майже незалежних моделей.

Принцип ієрархічної побудови моделей. Цей принцип вимагає розглядати процес побудови моделі на різних рівнях абстрагування (деталізації) в рамках фіксованих уявлень. При цьому вихідна модель складної системи розглядає систему на найвищому рівні абстракції. Така модель будується на початковому етапі проектування і може не містити багатьох деталей і аспектів моделюваної системи. У більшості випадків складну систему можна подати такою, що складається з агрегатів (підсистем), для адекватного формального описування яких придатними є деякі стандартні математичні схеми.

Принцип параметризації. У ряді випадків модельована система має у своєму складі деякі відносно ізольовані підсистеми, які характеризуються певними параметрами, у тому числі векторними. Такі підсистеми можна замінювати в моделі відповідними числовими величинами, а не описувати процес їхнього функціонування. У разі необхідності залежність значень цих величин від ситуації може задаватись у вигляді таблиць, графіків або аналітичних виразів (формул), наприклад за допомогою регресійного аналізу. Принцип параметризації дає змогу скоротити обсяг і тривалість моделювання, але варто мати на увазі, що параметризація знижує адекватність моделі.

До останнього принципу додамо таке. Кількісно кожна модель, як і відповідна їй система, описується сукупністю величин, які можуть бути розбиті на параметри і характеристики. Склад параметрів і характеристик моделі визначається складом параметрів і характеристик досліджуваної системи і може в ідеальному випадку збігатися з ним. У загальному випадку склади параметрів і характеристик моделі і системи розрізняються, тому що в першому випадку вони формулюються в термінах того математичного апарату, який використовується під час побудови моделі, а параметри і характеристики системи формулюються в термінах

відповідної прикладної сфери, до якої належить система. У зв'язку з тим, що в загальному випадку параметри і характеристики системи і моделі розрізняються, їх прийнято називати, відповідно, **системними і модельними**.

У зв'язку з тим, що склад і номенклатура системних та модельних параметрів і характеристик у загальному випадку відрізняються, виникає потреба у встановленні відповідності між значеннями системних і модельних параметрів та характеристик, яке виконується на етапі параметризації моделі.

2.4. Методи моделювання

Важливою ознакою для класифікації моделей систем є класифікація за методами моделювання систем. Нижче розглядається узагальнена класифікація моделей, заснована на ознаці «методи моделювання».

2.4.1. Класифікація методів моделювання

Як для систем та моделей, для методів моделювання також можна провести багато різних класифікацій залежно від чинників, які покладені в основу класифікації.

Ось одна з класифікацій методів моделювання, в якій виділяються такі узагальнені групи (класи) методів:

• **аналітичні** (методи класичної математики, включаючи інтегродиференціальне обчислення, методи пошуку екстремумів функцій, варіаційне числення тощо, методи математичного програмування, перші роботи з теорії ігор та ін.);

• **статистичні** (включають і теоретичні розділи математики – теорію ймовірностей, математичну статистику і напрями прикладної математики, що використовують стохастичні уявлення – теорію масового обслуговування, методи статистичних випробувань, засновані на методі Монте-Карло, методи висунення та перевірки статистичних гіпотез А. Вальда й інші методи статистичного моделювання);

• **теоретико-множинні, логічні, лінгвістичні, семіотичні** представлення (методи дискретної математики), що становлять теоретичну основу розробки мов моделювання, автоматизації проектування, інформаційно-пошукових мов і графічні, що включають теорію графів і різні графічні представлення інформації типу діаграм, гістограм та інших графіків.

Відомі також методи, які активно досліджувалися в початковий період розвитку теорії систем: «мозкова атака», або колективна генерація ідей, та інші методи вироблення колективних рішень, методи типу «сценаріїв», методи та методики структуризації, методи експертних оцінок, морфологічного моделювання та ін.

Варто зауважити, що такий розподіл груп методів більш кращий, ніж використовувані іноді терміни – якісні і кількісні методи, оскільки, з одного боку, ці методи можуть використовувати і формалізовані уявлення (під час розробки сценаріїв можуть застосовуватися статистичні дані, проводитися деякі розрахунки; з формалізацією пов'язані отримання й обробка експертних оцінок, методи морфологічного моделювання); а з іншого – внаслідок теореми К. Геделя про неповноту, в рамках будь-якої формальної системи, якою б повною і несуперечливою вона не уявлялася, є положення (співвідношення, висловлювання), істинність або хибність яких не можна довести формальними засобами цієї системи, а для подолання нерозв'язної проблеми потрібно розширювати формальну систему, спираючись на змістовний, якісний аналіз.

Іншими словами, чіткого поділу на формальні і неформальні методи не існує. Можна свідчити тільки про більшу чи меншу міру формалізованості або, навпаки, більший чи менший наголос на інтуїцію, здоровий глузд.

До математичних моделей нині відносять також програмні комплекси – пакети програм для розрахунку на комп'ютері (прикладні, прив'язані до предметної сфери і конкретного об'єкта, явища, процесу, і загальні, що реалізують універсальні математичні співвідношення, формально-логічні моделі, створені формальною мовою).

Зрозуміло, наведені лише укрупнені групи – напрями. Ці напрями безперервно розвиваються, і в їх рамках з'являються методи з розширеними можливостями порівняно з вихідними.

Нові методи часто виникають на основі поєднання існуючих раніше. Так, методи, які називають комплексними (комбінаторика, топологія), починали розвиватися паралельно в рамках лінійної алгебри, теорії множин, теорії графів, а потім оформилися в самостійні напрями. На перетині аналітичних і теоретико-множинних уявлень виникла і розвивається алгебра груп; паралельно в рамках алгебри груп і теорії множин почала розвиватися комбінаторика; теоретико-множинні і графічні уявлення стали основою виникнення топології; статистичні та теоретико-множинні методи ініціювали виникнення теорії «розмитих» множин Л. Заде, яка, в свою чергу, стала початком розвитку нового напряму – нечітких формалізацій тощо.

Практично неможливо створити єдину класифікацію, яка включала б усі розділи сучасної математики. Водночас наведені напрями допомагають зрозуміти особливості конкретних методів, які використовують засоби певного напряму або їх поєднання, допомагають обирати методи для конкретних додатків.

Крім формальних і формалізованих моделей, заснованих на математичних методах, можна виділити особливий клас моделей, заснованих на методах активізації інтуїції і досвіду фахівців. Можна також визначити класи моделей вироблення колективних рішень (наприклад, у формі сценаріїв, які можна вважати словесними або вербальними моделями), моделями структуризації, морфологічними моделями, моделями організації складних експертиз.

Додамо декілька слів про аналітичні та чисельні методи моделювання, які мають суто прикладний характер, актуальні і досить широко використовуються.

Аналітичні методи полягають у побудові математичної моделі у вигляді математичних символів і відносин, при цьому необхідні залежності виводяться з математичної моделі послідовним застосуванням математичних правил.

У свою чергу, аналітичні методи можна розділити на:

• точні;

• наближені;

• евристичні.

Чисельні методи ґрунтуються на побудові кінцевої послідовності дій над числами. Застосування чисельних методів зводиться до заміни математичних операцій і відносин відповідними операціями над числами, наприклад до заміни інтегралів сумами, нескінченних сум – кінцевими тощо. Результатом застосування чисельних методів є таблиці і графіки залежностей, які розкривають властивості об'єкта. Чисельні методи є продовженням аналітичних методів у тих випадках, коли результат не може бути отриманий у явному вигляді. Чисельні методи, порівняно з аналітичними методами, дозволяють вирішувати значно ширше коло задач.

У тих випадках, коли аналіз математичної моделі навіть чисельними методами може виявитися нерезультативним через надмірну трудомісткість або нестійкість алгоритмів щодо похибок апроксимації та округлення, будується імітаційна модель, в якій процеси, що протікають в ЕОМ, описуються як послідовності операцій над числами, що являють собою значення входів і виходів відповідних елементів. Імітаційна модель поєднує властивості окремих елементів в єдину систему. Виробляючи обчислення, породжувані імітаційною моделлю, можна на основі властивостей окремих елементів визначити властивості всієї системи.

Під час побудови імітаційних моделей широко використовується метод статистичних випробувань (метод Монте-Карло). Процедура побудови й аналізу імітаційних моделей методом статистичних випробувань називається **статистичним моделюванням**. Статистичне моделювання являє собою процес отримання статистичних даних про властивості модельованої системи.

Комбіновані методи являють собою комбінацію перерахованих вище методів, зокрема:

• **чисельно-аналітичні**, в яких частина результатів виходить чисельно, а решта – з використанням аналітичних залежностей;

• **аналітико-імітаційні**, що являють собою імітаційне моделювання в поєднанні з аналітичними методами, що дозволяють скоротити час моделювання за рахунок визначення значень ряду характеристик на основі аналітичних залежностей за значеннями

однієї або декількох характеристик, знайдених шляхом статистичної обробки результатів імітаційного моделювання.

Ще однією класифікацією методів моделювання систем може бути така:

• **імітаційне динамічне моделювання (System Dynamics Symulation Modeling)**; в цьому методі використовується зручна для людини структурна мова, яка допомагає виражати реальні взаємозв'язки, що відображають у системі замкнуті контури управління, й аналітичні уявлення, що дозволяють реалізувати формальне дослідження отриманих моделей на ЕОМ з використанням спеціалізованої мови DYNAMO;

• **ситуаційне моделювання**; цей напрям базується на відображенні в пам'яті ЕОМ і аналізі проблемних ситуацій із застосуванням спеціалізованої мови, що розробляється за допомогою виразних засобів теорії множин, математичної логіки і теорії мов;

• **структурно-лінгвістичне моделювання**; підхід заснований на використанні для реалізації ідей комбінаторики структурних уявлень різних, з одного боку, і засобів математичної лінгвістики – з іншого; в розширеному розумінні підходу як мовні (лінгвістичні) засоби використовуються й інші методи дискретної математики (мови, засновані на теоретико-множинних уявленнях, на використанні засобів математичної логіки, семіотики);

• **когнітивний підхід** (від лат. **cognitio** – знання, пізнання); підхід базується на ідеях когнітивної психології;

• **підхід, що базується на ідеї поступової формалізації моделей** ухвалення рішень шляхом почергового використання засобів активізації використання інтуїції і досвіду фахівців та формалізованого представлення систем; цей підхід до моделювання систем, що самоорганізуються (що розвиваються), став основою практично всіх методик системного аналізу;

• **теорія інформаційного поля та інформаційних ланцюгів (інформаційний підхід до моделювання та аналізу систем)**; теорія заснована на використанні для активізації інтуїції людиною законів діалектики, а як засіб формалізованого відображення об'єкта або проблемної ситуації – апарату математичної теорії

поля і теорії ланцюгів; для стислості підхід названий інформаційним, оскільки в його основі полягає відображення реальних ситуацій за допомогою інформаційних моделей.

Саме на основі наведених загальних методів моделювання систем ґрунтуються інші більш конкретні методи моделювання, такі як комп'ютерне моделювання, аналітичні, чисельні, статистичні, комбіновані тощо.

Зрозуміло, що методи моделювання залежать також і від **типів застосовуваних моделей**. Тут можна навести такий розподіл:

• **предметне** моделювання, у ході якого дослідження ведеться на моделі, що відтворює основні геометричні, фізичні та функціональні характеристики «оригіналу»;

• **фізичне** моделювання полягає в заміні вивчення деякого об'єкта або явища експериментальним дослідженням його моделі, що має ту саму фізичну природу;

• **аналогове** моделювання ґрунтується на аналогії (ізоморфізмі) явищ, що мають різну фізичну природу, але описувані однаковими математичними рівняннями;

• **знакове** моделювання, під час якого моделями слугують знакові утворення: схеми, графіки, креслення, графи, слова і пропозиції в деякому алфавіті;

• **уявне** («інтуїтивне») моделювання – різновид знакового, при якому реальна побудова моделі може замінюватися подумки – наочним представленням знаків або операцій над ними.

2.4.2. Вербальний та формальний описи задачі

Наведені вище класифікації методів моделювання не враховують важливий історичний аспект виникнення моделей – це шлях від ідеї до їхньої реалізації. Саме процес створення будь-якої моделі включає розв'язок важливої проблеми – як для будь-якої задачі навчитися переводити її вербальний (словесний) опис у формальний?

У разі простих задач такий перехід здійснюється у свідомості людини, яка не завжди навіть може пояснити, як вона це

зробила. Якщо отримана формальна модель (математична залежність між величинами у вигляді формули, рівняння, системи рівнянь) спирається на фундаментальний закон або підтверджується експериментом, то цим і доводиться її адекватність ситуації, яка відображається, і модель рекомендується для вирішення задач відповідного класу.

У міру ускладнення задач отримання моделі і доказ її адекватності ускладнюється. Спочатку експеримент стає дорогим і небезпечним (наприклад, під час створення складних технічних комплексів, реалізації космічних програм тощо), а стосовно економічних об'єктів – практично нереалізованим. Тоді задача переходить у клас проблем ухвалення рішень, і постановка задачі, формування моделі, тобто переклад вербального опису у формальний, стають важливою складовою частиною процесу ухвалення рішення. Причому цю складову частину не завжди можна виділити як окремий етап, завершивши який, можна поводитися з отриманою формальною моделлю так само, як зі звичайним математичним описом, суворим і абсолютно справедливим. Більшість реальних ситуацій проектування складних технічних комплексів і управління економікою необхідно відображати класом систем, що самоорганізуються, моделі яких повинні постійно коригуватися і розвиватися. При цьому можлива зміна не тільки моделі, а й методу моделювання, що часто є засобом розвитку уявлення людини про модельовану ситуацію.

Іншими словами, переклад вербального опису задачі або проблемної ситуації у формальний, осмислення, інтерпретація моделі й одержуваних результатів стають невід'ємною частиною практично кожного етапу моделювання складної системи, що розвивається. Щоб точніше охарактеризувати такий підхід до моделювання процесів ухвалення рішень, свідчать про створення ніби «механізму» моделювання, «механізму» ухвалення рішень (наприклад, «господарський механізм», «механізм проектування і розвитку підприємства» тощо).

Виникаючі у дослідників запитання: «Як формувати такі моделі або «механізми», що розвиваються? Як доводити адекватність моделей?» – є основним предметом системного аналізу.

Для вирішення проблеми перекладу вербального опису або проблемної ситуації у формальне відображення в різних сферах діяльності стали розвиватися спеціальні прийоми і методи. Так, виникли методи «мозкового штурму», «сценаріїв», експертних оцінок, «дерева цілей» тощо.

У свою чергу, розвиток математики йшов шляхом розширення засобів постановки і рішення важко формалізованих задач.

Поряд з детермінованими, аналітичними методами класичної математики виникла теорія ймовірностей і математична статистика (як засіб доказу адекватності моделі на основі представницької вибірки і поняття ймовірності правомірності використання моделі та результатів моделювання). Для задач з більшим ступенем невизначеності інженери стали залучати теорію множин, математичну логіку, математичну лінгвістику, теорію графів, що багато в чому стимулювало розвиток цих напрямів. Іншими словами, математика стала поступово накопичувати засоби роботи з невизначеністю, змістом, який класична математика виключала з об'єктів свого розгляду.

Для ухвалення рішення на будь-які дії необхідно отримати вираз, що пов'язує мету із засобами її досягнення. Такі вирази отримали різні назви: критерій функціонування, критерій або показник ефективності, цільова або критеріальна функція, функція мети. Якщо вдається отримати вираз, що пов'язує мету із засобами, то задача практично завжди вирішується. Ці вирази можуть являти собою не тільки прості співвідношення, а й складні показники (критерії), адитивного (одержувані шляхом додавання) або мультиплікативного (одержувані шляхом множення) виду. Отримане формалізоване представлення задачі дозволяє в подальшому застосовувати і формалізовані методи аналізу проблемних ситуацій. У загальному вигляді для різних ситуацій модель формування критеріальної функції для відображення проблемної ситуації можна уявити багаторівневим типом шарів.

Якщо відомий закон, що дозволяє пов'язати мету із засобами, то такі вирази отримати легко. Якщо закон невідомий, то визначають закономірності на основі статистичних досліджень або виходячи з економічних чи функціональних залежностей, що

найбільш часто зустрічаються на практиці. Якщо і це не вдається зробити, то вибирають або розробляють історію, в якій міститься ряд тверджень і правил, що дозволяють сформулювати концепцію і конструювати на її основі процес ухвалення рішення. Якщо й історії не існує, то висувається гіпотеза, і на її основі створюються імітаційні моделі, за допомогою яких досліджуються можливі варіанти вирішення.

Для того щоб допомогти в стислі терміни поставити задачу, проаналізувати цілі, визначити можливі засоби, відібрати необхідну інформацію, а в ідеалі – отримати вираз, що пов’язує мету із засобами, застосовують системні уявлення, прийоми і методи системного аналізу.

2.5. Задачі моделювання

Моделювання як процес дослідження складних систем у загальному випадку передбачає вирішення таких взаємопов’язаних задач:

- розробка моделі;
- аналіз характеристик системи;
- синтез системи;
- детальний аналіз синтезованої системи.

Розробка моделі полягає у виборі конкретного математичного апарату, в термінах якого формулюється модель, і побудові моделі або сукупності моделей досліджуваної системи, що відображають можливі варіанти структурно-функціональної організації системи.

У процесі розробки моделі необхідно визначити склад і перелік параметрів і характеристик моделі в термінах обраного математичного апарату, і встановити їх взаємозв’язок з параметрами і характеристиками досліджуваної системи, тобто виконати параметризацію моделі.

Аналіз характеристик системи з використанням розробленої моделі полягає у виявленні властивостей і закономірностей, властивих процесам, що протікають у системах з різною організацією, і

виробленні рекомендацій для вирішення основної задачі системного проектування – задачі синтезу.

Синтез системи полягає у визначенні параметрів системи, які відповідають заданим вимогам до характеристик системи. Рішення задач синтезу пов'язано з визначенням залежностей характеристик функціонування системи від параметрів, які представляються складними математичними конструкціями. При цьому можливість отримання прийнятних результатів у процесі вирішення задач синтезу через їх складності та велику трудомісткість, з урахуванням специфічних особливостей реальних систем, перевершує можливості математичних методів оптимізації, і задача синтезу в загальному вигляді виявляється математично нерозв'язною. Для того щоб знизити складність задачі синтезу, процес проектування поділяють на послідовність етапів, на кожному з яких вирішуються окремі задачі синтезу – визначаються параметри, пов'язані з окремими аспектами організації системи, з використанням певних моделей.

Залежно від цілей можна виділити такі окремі задачі (етапи) синтезу:

• **структурний синтез**, що полягає у виборі способу структурної організації системи, в рамках якої можуть бути задоволені вимоги технічного завдання; структурний синтез включає в себе два етапи:

а) **елементний синтез**, що складається у визначенні вимог до параметрів окремих елементів системи;

б) **топологічний (конфігураційний) синтез**, що складається у визначенні способу взаємозв'язку елементів системи, тобто топології (конфігурації) системи;

• **функціональний синтез**, що складається у виборі режиму (способу) функціонування системи;

• **навантажувальний синтез**, що складається у визначенні вимог до параметрів навантаження, що забезпечує функціонування системи із заданою якістю.

На кожному із перерахованих етапів синтезу визначаються значення відповідної підмножини параметрів, що характеризують структурну, функціональну організацію системи або навантаження,

покладені на систему. При цьому значення параметрів оптимізуються лише щодо факторів, що враховуються на кожному з етапів синтезу, але не щодо системи в цілому. Тому багатоетапний синтез дозволяє отримати лише наближені оптимальні рішення, якість яких перевіряється шляхом детального аналізу синтезованої системи.

Детальний аналіз синтезованої системи проводиться з метою оцінки якості виконання задачі системного проектування та отриманих у процесі синтезу параметрів системи, а також виявлення граничних можливостей системи, вузьких місць у системі тощо.

Оскільки задача синтезу зазвичай вирішується на моделях, що використовують та спрощують рішення, припущення і допущення, аналіз синтезованої системи, що виконується з метою визначення фактичної ефективності конкретних значень характеристик, зазвичай проводиться на основі більш детальних моделей, в якості яких найчастіше використовуються імітаційні або комбіновані (наприклад, аналітико-імітаційні) моделі.

2.6. Етапи моделювання

Моделювання – заміщення одного **вихідного об'єкта** іншим об'єктом, званим **моделлю**, і проведення експериментів з моделлю з метою отримання інформації про систему шляхом дослідження властивостей моделі.

Моделювання надає можливість дослідження таких об'єктів, прямий експеримент з якими:

• важко виконати;

• економічно невигідний.

Моделювання – найважливіша сфера застосування обчислювальних систем і мереж у різних сферах науки і техніки: в математиці і фізиці, в авіа- й автомобілебудуванні, в приладо- і машинобудуванні, в оптиці, в електроніці тощо. Дедалі більшого поширення моделювання знаходить у таких сферах, як економіка, соціологія, мистецтво, біологія, медицина тощо. Водночас

обчислювальні системи і мережі самі є об'єктами моделювання на етапах проектування нових і модернізації існуючих систем, аналізу ефективності використання систем у різних умовах (наприклад, в екстремальних ситуаціях, в умовах підвищених вимог до надійності і живучості). Застосування моделювання на етапі проектування дозволяє виконати аналіз різних варіантів пропонованих проектних рішень, визначити працездатність і оцінити надійність системи, виявити вузькі місця і малозавантажені ресурси, а також сформулювати рекомендації щодо раціональної зміни складу і структури або способу функціональної організації системи.

Як показує досвід, у процесі моделювання завжди беруть участь **три елементи**:

• суб'єкт (дослідник);

• об'єкт дослідження (або оригінал) – той реальний предмет, процес, система, який необхідно вивчити або описати;

• модель – результат відображення досліджуваного об'єкта, процеса, системи у відомих для нас компонентах і правилах; він визначає (відображає) відношення суб'єкта, що пізнає, до об'єкта, який пізнають.

Об'єкт і модель не повинні співпадати, але мають бути ознаки їхньої подібності. Фактично саме їхня подібність і взаємозв'язок між собою і є предметом моделювання.

Аналіз процесу створення моделі або просто моделювання, який базується на знаннях про ці елементи, їхню взаємодію, а також їхні зв'язки з будь-якими іншими об'єктами, дозволяє виділити **чотири загальних етапи моделювання**.

Перший етап побудови моделі припускає наявність деяких знань про об'єкт-оригінал. Пізнавальні можливості моделі обумовлюються тим, що модель відображає (відтворює, імітує) будь-які суттєві риси об'єкта-оригіналу. Питання про необхідну і достатню міру подібності оригіналу і моделі вимагає конкретного аналізу. Очевидно, модель втрачає свій сенс як у випадку тотожності з оригіналом (тоді вона просто перестає бути моделлю), так і в разі надмірної у всіх істотних відносинах відмінності від оригіналу. Таким чином, вивчення одних сторін модельованого

об’єкта здійснюється ціною відмови від дослідження інших сторін. Тому будь-яка модель заміщає оригінал лише в суто обмеженому сенсі. З цього випливає, що для одного об’єкта може бути побудовано декілька «спеціалізованих» моделей, які концентрують увагу на певних сторонах досліджуваного об’єкта або ж характеризують об’єкт з різним ступенем деталізації.

На другому етапі модель виступає як самостійний об’єкт дослідження. Однією з форм такого дослідження є проведення «модельних» експериментів, за яких свідомо змінюються умови функціонування моделі і систематизуються дані про її «поведінку». Кінцевим результатом цього етапу є множина (сукупність) знань про моделі.

На третьому етапі здійснюється перенесення знань з моделі на оригінал – формування множини знань. Одночасно відбувається перехід з «мови» моделі на «мову» оригіналу. Процес перенесення знань проводиться за певними правилами. Знання про моделі повинні бути скореговані з урахуванням тих властивостей об’єкта-оригіналу, які не знайшли відображення або були змінені під час побудови моделі.

Четвертий етап – практична перевірка отриманих за допомогою моделей знань та їх використання для побудови узагальнюючої теорії об’єкта, його перетворення або управління ним.

Моделювання – циклічний процес. Це означає, що за першим чотирьохетапним циклом може відбутися другий, третій тощо. При цьому знання про досліджуваний об’єкт розширюються й уточнюються, а вихідна модель поступово вдосконалюється. Недоліки, що виявлені після першого циклу моделювання, зумовлені малим знанням об’єкта або помилками в побудові моделі, далі їх можна виправити в наступних циклах.

Під час проходження наведених етапів моделювання використовуються такі види моделювання:

1. **Фізичне моделювання**: комп’ютер – частина експериментальної установки або тренажера, він сприймає зовнішні сигнали, здійснює відповідні розрахунки і видає сигнали, що керують різними маніпуляторами. Наприклад, навчальна модель літака, що являє собою кабіну, встановлену на відповідних маніпуляторах,

поєднаних з комп'ютером, який реагує на дії пілота і змінює нахил кабіни, показання приладів, вид з ілюмінатора тощо, імітуючи політ реального літака.

2. **Динамічне або чисельне моделювання**, що припускає чисельне рішення системи алгебраїчних і диференціальних рівнянь методами обчислювальної математики і проведення обчислювального експерименту за різними параметрами системи, початковими умовами і зовнішніми впливами. Використовується для моделювання різних фізичних, біологічних, соціальних та інших явищ: коливання маятника, поширення хвилі, зміни чисельності населення, популяції цього виду тварин тощо.

3. **Імітаційне моделювання** полягає у створенні комп'ютерної програми (або пакета програм), що імітує поведінку складної технічної, економічної чи іншої системи на ЕОМ з необхідною точністю. Імітаційне моделювання передбачає формальний опис логіки функціонування досліджуваної системи з плином часу, який враховує суттєві взаємодії її компонентів і забезпечує проведення статистичних експериментів. Об'єктно-орієнтовані комп'ютерні симуляції використовуються для дослідження поведінки економічних, біологічних, соціальних та інших систем, для створення комп'ютерних ігор, так званого «віртуального світу», навчальних програм і анімацій. Наприклад, модель технологічного процесу, аеродрому, деякої галузі виробництва тощо.

4. **Статистичне моделювання** використовується для вивчення стохастичних систем і полягає в багаторазовому проведенні випробувань з подальшою статистичною обробкою результатів, що утворюються. Подібні моделі дозволяють вивчати поведінку будь-яких систем масового обслуговування, багатопроцесорних систем, інформаційно-обчислювальних мереж, різних динамічних систем, на які впливають випадкові чинники. Статистичні моделі застосовуються під час вирішення ймовірнісних задач, а також обробки великих масивів даних (інтерполяція, екстраполяція, регресія, кореляція, розрахунок параметрів розподілу тощо). Вони відрізняються від детермінованих моделей, використання яких передбачає чисельне рішення систем

алгебраїчних або диференціальних рівнянь або заміну досліджуваного об’єкта детермінованим автоматом.

5. **Інформаційне моделювання** полягає у створенні інформаційної моделі, тобто сукупності спеціальним чином організованих даних (знаків, сигналів), що відображають найбільш суттєві сторони досліджуваного об’єкта. Розрізняють наочні, графічні, анімаційні, текстові, табличні інформаційні моделі. До них належать будь-які схеми, графи, графіки, таблиці, діаграми, малюнки, анімації, виконані на ЕОМ, у тому числі цифрова карта зоряного неба, комп’ютерна модель земної поверхні тощо.

6. **Моделювання знань** передбачає побудову системи штучного інтелекту, в основі якої полягає база знань деякої предметної сфери (частини реального світу). Бази знань складаються з фактів (даних) і правил. Наприклад, комп’ютерна програма, яка вміє грати в шахи, повинна оперувати інформацією про «здібності» різних шахових фігур і «знати» правила гри. До цього виду моделей відносять семантичні мережі, логічні моделі знань, експертні системи, логічні ігри тощо. Логічні моделі використовуються для представлення знань в експертних системах, створення систем штучного інтелекту, здійснення логічного висновку, доведення теорем, математичних перетворень, побудови роботів, використання природної мови для спілкування з ЕОМ, створення ефекту віртуальної реальності в комп’ютерних іграх тощо.

2.7. Підготовка даних до моделювання

Кінцевою метою моделювання є процес ухвалення рішень. Тому багато з питань, пов’язаних із системами підтримки ухвалення рішень, у першу чергу, стосуються задач отримання і підготовки даних. Ці дані потрібно **витягти** з різних джерел, **очистити**, **перетворити** і **консолідувати**, після чого завантажити в базу даних підтримки ухвалення рішень. Згодом завантажені дані повинні підлягати періодичному **оновленню**. Кожна з цих операцій заслуговує окремого обговорення. Розглянемо їх за чергою, а потім завершимо розділ коротким обговоренням **банків оперативних даних**.

Витяг даних – це процес вибірки даних з оперативних баз даних та інших джерел. Для вилучення даних існує багато інструментів, включаючи утиліти, що надаються системою, призначені для користувача програми вилучення і комерційні продукти вилучення даних (загального призначення). У процесі вилучення зазвичай інтенсивно використовуються операції введення-виведення, що може послугувати перешкодою для виконання інших операцій, важливих з точки зору діяльності підприємства. Тому вилучення даних часто здійснюється в паралельному режимі (тобто як множина, паралельно виконуваних підпроцесів) і на фізичному рівні. Але такі «фізичні операції вилучення» можуть викликати проблеми під час подальшої обробки, оскільки вони можуть супроводжуватися втратою інформації, яка представляється будь-яким фізичним способом, наприклад за допомогою покажчиків або фізично суміжного розміщення. З цієї причини програми вилучення іноді надають засоби захисту такої інформації за допомогою полів послідовних номерів записів і заміни покажчиків значеннями зовнішнього ключа.

Очищення даних. Задовільний контроль інформації забезпечують лише деякі джерела даних. Унаслідок цього перш ніж дані будуть введені в базу даних підтримки ухвалення рішень зазвичай потрібно виконати їхнє очищення.

Зазвичай очищення передбачає заповнення відсутніх значень, коригування помилок та інших помилок, допущених під час введення даних, визначення стандартних скорочень і форматів, заміну синонімів стандартними ідентифікаторами тощо. Дані, які визначаються як помилкові і не можуть бути виправлені, відкидаються.

Перетворення і консолідація даних. Після очищення даних отримана інформація найімовірніше ще не відповідатиме вимогам системи підтримки ухвалення рішень і, отже, потребуватиме відповідних перетворень. Зазвичай дані готуються у вигляді набору файлів, по одному файлу для кожної таблиці, визначеної у фізичній схемі. Тому процедура перетворення даних повинна передбачати порядкове розбиття або об’єднання вихідних записів. Крім того, з метою підвищення продуктивності

операції перетворення часто виконуються паралельно. Вони можуть вимагати виконання великої кількості операцій введення-виведення і великих витрат процесорного часу.

Процедура перетворення набуває особливої важливості, коли необхідно виконати злиття даних, що надійшли з кількох різних джерел. Цей процес називається **консолідацією**. У такому випадку будь-який неявний зв'язок між даними з окремих джерел повинен бути перетворений в явний шляхом введення явних значень даних. Крім того, якщо окремі значення дати і часу пов'язані і мають певний діловий сенс, вони повинні бути проконтрольовані і приведені у відповідність між окремими джерелами. Цей процес називається **синхронізацією** часу.

Варто зазначити, що задача синхронізації часу може виявитися досить складною. Припустимо, наприклад, що необхідно знайти середній дохід за квартал від обслуговування замовників на кожного торгового працівника. Припустимо також, що дані про замовників і доходи ведуться з фінансових кварталів у базі даних бухгалтерії, а дані про торговельних працівників і замовників ведуться за календарними кварталами в базі даних відділу збуту. Очевидно, що необхідно виконати злиття даних двох зазначених баз. Задача консолідації даних про замовників менш складна – вона передбачає просту перевірку відповідності ідентифікаторів замовників. Однак задача синхронізації часу значно складніша. Можна обчислити доходи від обслуговування замовників за фінансовий квартал (з бази даних бухгалтерії), але не можна зазначити, які торгові працівники відповідали за обслуговування кожного із замовників у конкретний час, і тому взагалі не можна визначити доходи від обслуговування замовників за календарний квартал.

Завантаження даних. Розробники СУБД надають суттєвого значення підвищенню ефективності операцій завантаження даних. У цьому випадку операцію завантаження даних розіб'ємо на такі етапи: а) пересилання перетворених і консолідованих даних у базу даних підтримки ухвалення рішень; б) перевірка узгодженості даних (тобто перевірка їхньої цілісності); в) побудова всіх необхідних індексів. Нижче наведено короткі коментарі щодо кожного з цих етапів.

Пересилання даних. Сучасні СУБД зазвичай надають утиліти паралельного завантаження даних. Іноді перш ніж буде виконане справжнє завантаження дані перетворюються у внутрішній фізичний формат, необхідний для цільової СУБД. Альтернативний і більш ефективний метод передбачає завантаження в робочі таблиці, склад яких відображає структуру цільової схеми. У цих робочих таблицях може бути виконана необхідна перевірка цілісності, а потім для пересилання даних з робочих таблиць у цільові таблиці може використовуватися операція INSERT, здійснювана на рівні множин.

Перевірка цілісності. Велика частина процесу перевірки цілісності даних під час завантаження може бути проведена ще до реального завантаження без звернення до даних, що вже містяться в базі. Однак деякі обмеження все ж не можуть бути перевірені без звернення до існуючої бази даних. Наприклад, обмеження, що контролює унікальність значень, у загальному випадку має перевірятися під час реального завантаження (або якщо завантаження виконується в пакетному режимі, після її завершення).

Побудова індексів. Наявність індексів може різко сповільнити процес завантаження даних, оскільки більшість продуктів виконує оновлення індексів у разі вставки в таблицю кожного рядка. Тому іноді має сенс видаляти індекси перед завантаженням даних, а потім після її завершення, створювати їх заново. Однак такий підхід не буде доцільним, якщо кількість нових даних щодо вже існуючих досить мала; в цьому випадку витрат на створення індексів для всієї таблиці буде істотно більше, ніж на оновлення. Крім того, створення індексів для великої таблиці може бути причиною непереборних помилок виділення пам’яті та з більшою ймовірністю збільшується в міру виникнення збільшення обсягу таблиці.

Оновлення даних. У більшості баз даних підтримки ухвалення рішень потрібно періодичне оновлення даних для підтримки їх актуальності. Оновлення зазвичай передбачає часткове завантаження, хоча для деяких систем підтримки ухвалення рішень потрібне видалення всіх даних з бази і їхнє повне перезавантаження.

Під час оновлення виникають ті ж проблеми, що й у разі завантаження, і, крім того, може знадобитися, щоб оновлення виконувалося в той час, коли користувачі звертаються до бази даних (а це тягне за собою появу інших проблем).

Банки оперативних даних. Банки оперативних даних (Operational Data Store – ODS) являють собою «предметно-орієнтовані, інтегровані, мінливі, тобто оновлювані, поточні або майже поточні колекції даних». Іншими словами, банки оперативних даних – це спеціалізовані бази даних. Термін «предметно-орієнтовані» означає, що отримані дані становлять певну конкретну предметну сферу, наприклад інформацію про замовників, товари тощо. Банки оперативних даних можуть використовуватися для різних цілей як сфера накопичення для фізичної реорганізації витягнутих оперативних даних, як засіб формування оперативних звітів, а також як засіб підтримки оперативних рішень. Крім того, банки оперативних даних можуть слугувати місцем консолідації даних, якщо оперативні дані надходять з декількох джерел. Тому вони можуть бути призначені для багатьох цілей.

2.8. Обчислювальний експеримент

Збільшивши в сотні мільйонів разів швидкість виконання арифметичних і логічних операцій та підвищивши тим самим продуктивність інтелектуальної праці людини, ЕОМ викликали докорінні зміни в області переробки інформації. По суті, це стало своєрідною «інформаційною революцією». Перші великі наукові задачі, для вирішення яких успішно використовувалися ЕОМ, а точніше, для вирішення яких вони і створювалися, були пов’язані з оволодінням ядерною енергією та освоєнням космічного простору. Надалі, розвиваючись і вдосконалюючись під час вирішення різноманітних актуальних задач, цей стиль теоретичного аналізу трансформувався в нову сучасну технологію і методологію проведення теоретичних досліджень, яка отримала назву **обчислювального експерименту**.

2.8.1. Етапи обчислювального експерименту

Основою обчислювального експерименту є математичне моделювання, теоретичною базою – прикладна математика, а технічною – потужні ЕОМ. Використання обчислювального експерименту як засобу вирішення складних прикладних проблем має у разі кожної конкретної задачі і кожного конкретного наукового колективу свої специфічні особливості. Проте завжди чітко проглядаються загальні характерні основні риси, що дозволяють свідчити про єдину структуру цього процесу. Нині технологічний цикл обчислювального експерименту прийнято поділяти на ряд етапів.

І хоча такий розподіл умовний, однак він дозволяє краще зрозуміти сутність цього методу.

По-перше, для досліджуваного об’єкта будується модель. Спочатку фізична, яка фіксує поділ усіх діючих у цьому явищі факторів на основні, які враховуються, і другорядні, які на цьому етапі дослідження відкидаються. Одночасно формулюються допущення або рамки застосовності моделі, в яких будуть справедливі отримані на її основі результати. Ця модель записується в математичних термінах, як правило, у вигляді диференціальних, інтегральних або змішаних рівнянь. Робота щодо конструювання математичної моделі найчастіше проводиться об’єднаними зусиллями фізиків (хіміків, біологів, медиків, економістів), тобто фахівців, які добре знають цю предметну сферу, і математиків, які уявляють собі рівень розвитку відповідного розділу прикладної математики і здатні оцінити можливість розв’язання виникаючої математичної задачі. Обчислювальний експеримент не відкидає традиційних класичних методів аналізу, швидше навпаки, передбачає їхнє найактивніше використання. Крім того, на частку математиків випадає і попереднє дослідження математичної моделі – чи коректно поставлена задача, чи має вона рішення, чи єдина вона тощо. Однак для актуальних складних задач, які являє собою сучасна наука і техніка, подібне дослідження вдається виконати лише у виключних випадках. Тому до вирішення задач, що мають прикладний характер, часто приступають, не

маючи детального дослідження її математичних властивостей або вивчивши їх лише на часткових спрощених варіантах вихідної постановки задачі.

Другий етап обчислювального експерименту пов'язаний з розробкою методу розрахунку сформульованої математичної задачі або обчислювального алгоритму. Фактично він являє собою сукупність ланцюжків алгебраїчних формул, за якими ведуться обчислення, і логічних умов, що дозволяють встановити потрібну послідовність застосування цих формул. Як правило, для однієї і тієї ж математичної задачі можна запропонувати велику кількість обчислювальних алгоритмів. Однак з цього випливає, що серед розмаїття алгоритмів не всі однакові за своїми якостями. Є алгоритми хороші і погані, і треба вміти відрізняти одні від інших, не витрачаючи часу і праці на програмування і розрахунки. Для цього потрібно сформулювати критерії для оцінки якості обчислювальних алгоритмів. Ці питання і становлять предмет теорії чисельних методів – розділу обчислювальної математики, який став особливо інтенсивно розвиватися з появою ЕОМ. Загальна мета цієї теорії – побудова ефективних обчислювальних методів, які дозволяють отримати рішення поставленої задачі із заданою точністю за мінімальну кількість дій (арифметичних, логічних), тобто з мінімальними витратами машинного часу. Обчислювальний експеримент має «багатоваріантний» характер, тобто рішення будь-якої прикладної задачі залежить від численних вхідних параметрів. Отримати рішення відповідної математичної задачі у вигляді формули, що містить явну залежність від параметрів для реальних задач, не вдається. Під час використання методів обчислювального експерименту кожен конкретний розрахунок проводиться у разі фіксованих значень параметрів. Проектуючи оптимальну установку, тобто визначаючи в «просторі параметрів» точку, що відповідає оптимальному режиму, доводиться проводити велику кількість розрахунків однотипних варіантів задачі, що відрізняються значеннями деяких параметрів. Тому необхідно, щоб на один варіант задачі витрачалося якнайменше машинного часу.

Третій етап обчислювального експерименту – створення програми для реалізації розробленого алгоритму на ЕОМ. На самому початку формули алгоритму розбивалися на окремі операції: скласти, розділити, порівняти два числа за величиною тощо, і кожна операція програмувалась окремо. Тому розвиток програмування йшов по лінії спрощення процесу спілкування людини з машиною, наближення форм цього спілкування до природних. Так, з'явилися машинні мови, за допомогою яких вести діалог з ЕОМ стало значно легше. Кожна з мов була орієнтована на свій тип машин, свій клас математичних задач. Програмне забезпечення (або математичне забезпечення) сучасної ЕОМ являє собою складну систему, що включає мови, транслятори, операційні системи, бібліотеки стандартних програм тощо. Це забезпечення становить невід'ємну частину ЕОМ, яка часто за вартістю перевищує вартість, власне, обладнання.

Четвертий етап – власне проведення розрахунків на ЕОМ. На цьому етапі проявляється подібність обчислювального експерименту з реальним. Якщо в лабораторії експериментатор за допомогою спеціально побудованої установки задає та досліджує реальну фізичну модель, то фахівці з обчислювального експерименту за допомогою ЕОМ досліджують математичну. ЕОМ у процесі розрахунку може видавати будь-яку інформацію, що являє собою інтерес для дослідника. Точність цієї інформації визначається достовірністю самої моделі. З цієї причини в серйозних прикладних дослідженнях повномасштабним (або, як зазначають, виробничим) розрахункам передують тестові розрахунки.

Вони необхідні для того, щоб «налагодити» програму, тобто відшукати і виправити всі помилки і помилки, допущені під час створення алгоритму і його програмної реалізації. У попередніх розрахунках тестується також сама математична модель, з'ясовується, наскільки добре вона описує досліджуваний клас явищ, її адекватність реальності. Для цього проводиться «обрахування» деяких контрольних експериментів, за якими є досить надійні вимірювання. Зіставлення цих даних з результатами розрахунків дозволяє уточнити математичну модель, підвищити

правильність передбачень на її основі. Після проведення цієї роботи в обчислювальному експерименті наступає фаза прогнозу – за допомогою математичного моделювання передбачається поведінка досліджуваного об'єкта в умовах, де експерименти досі не проводилися або де вони взагалі неможливі.

П'ятий етап обчислювального експерименту – обробка результатів розрахунків, їх всебічний аналіз і висновки. Ці висновки бувають в основному двох типів: виявляється необхідність уточнення моделі або результати, пройшовши перевірку на адекватність, передаються замовнику. Однак частіше ці дві сторони перетинаються – з'ясовуються якісь незвичайні форми протікання досліджуваного процесу, несподівані режими роботи проектованої установки. Математична модель модифікується (ускладнюється) і починається новий цикл обчислювального експерименту.

Суттєвою рисою багатьох сучасних математичних моделей у фізиці, хімії, біології тощо є **нелінійність**, що виражається в нелінійності відповідних рівнянь. Важлива властивість лінійних задач, що полегшує їхнє дослідження і рішення, полягає в тому, що для них виконаний принцип суперпозиції. Це означає, що сума двох рішень лінійного рівняння знову є рішенням, і, крім того, рішення, помножене на будь-яке число, також задовольняє рівняння. Як наслідок, сума будь-якого числа рішень лінійної задачі є рішення. Це дає можливість будувати рішення загальної лінійної задачі у вигляді суми часткових, простих, добре вивчених рішень. Для нелінійних рівнянь принцип суперпозиції несправедливий, і вся техніка побудови рішень на вигляді сум, яка настільки добре розвинена для лінійного випадку, вже не працює. Користуючись геометричними образами, потрібно зазначити, що рішення лінійної задачі в певному сенсі подібно прямій лінії – з будь-якого її відрізку без праці відновлюється вся лінія. Якщо крива має досить складний вид, то уявити її хід не можна інакше, ніж вирішуючи відповідне їй рівняння. Отже, нелінійні задачі являють собою велику складність для вивчення і вирішення. Аналітичні методи тут працюють тільки в одиничних випадках. У цій ситуації доводиться покладатися лише на обчислювальні методи. Тим часом математичні моделі, що породжуються сучасними

задачами науки і техніки, як правило, нелінійні. Ця обставина є ще однією причиною того, що обчислювальний експеримент стає практично єдиним засобом проведення теоретичних досліджень у прикладних задачах. Ще один аспект: у техніці свого часу був широко поширений метод проектування виходячи з досягнутого. Це означає, що конструктор, створюючи, наприклад, нову турбіну або котел теплової електростанції, виходив з досвіду своїх попередників. Трохи збільшивши потужність або інші параметри, він міг досить надійно передбачити, як працюватиме проектований ним пристрій. З математичної точки зору у разі невеликих змін параметрів нелінійність задачі відчувається слабо, є певна подібність установок нової і старої, що і використовує конструктор. Однак коли створюються установки, параметри яких помітно (в кілька разів) відрізняються від наявних прототипів, подоба зникає, і без попереднього математичного моделювання виконання вихідної задачі неможливе. Ще більш яскравий приклад – створення пристроїв з абсолютно новими принципами й ідеями.

2.8.2. Застосування обчислювального експерименту

У сучасній науці і техніці з’являється все більше сфер, задачі в яких можна і потрібно вирішувати методом обчислювального експерименту за допомогою математичного моделювання. Звернемо увагу на деякі з них.

Енергетична проблема. Прогнозування атомних і термоядерних реакторів на основі детального математичного моделювання фізичних процесів, що відбуваються в них. Обчислювальний експеримент тісно пов’язаний з натурним експериментом і допомагає, заміняє і здешевлює весь дослідницький цикл, істотно його прискорюючи.

Космічна техніка. Розрахунок траєкторій літальних апаратів, задача обтікання, системи автоматичного проектування. Обробка даних натурного експерименту, наприклад радіолокаційних даних, зображень із супутників, діагностика плазми. Тут досить важливою виявляється проблема підвищення якості приладів, і, зокрема, вимірювальної апаратури. Водночас нині показано, що,

використовуючи вимірювальний прилад середньої якості і приєднавши до нього ЕОМ, можна на основі спеціального алгоритму отримати результати, які дав би вимірювальний прилад значно високої якості.

Технологічні процеси. Отримання кристалів і плівок, які потрібні, в тому числі і для створення обчислювальної техніки, для вирішення проблем у сфері елементної бази (що неможливо без математичного моделювання); моделювання теплового режиму конструктивних вузлів перспективних ЕОМ, процесів лазерної плазми, технології створення матеріалів із заданими властивостями.

Екологічні проблеми. Питання прогнозування та управління екологічними системами можуть вирішуватися лише на основі математичного моделювання, оскільки ці системи існують в «єдиному екземплярі».

Гео- й астрофізичні явища. Моделювання клімату, довгостроковий прогноз погоди, землетрусів і цунамі, моделювання розвитку зірок і сонячної активності, фундаментальні проблеми походження і розвитку Всесвіту.

Хімія. Розрахунок хімічних реакцій, визначення їх констант, дослідження хімічних процесів на макро- і мікрорівні для розвитку хімічної технології.

Біологія. Особливо варто зазначити інтерес до математичного моделювання у зв’язку з вивченням фундаментальних проблем цієї науки (генетики, морфогенезу) і розробкою нових методів біотехнології. Існують три проблеми біотехнології, вирішення яких має велике наукове і прикладне значення:

1) оптимізація установок з виробництва кормового білка;

2) виробництво етанолу, метанолу – проблема пального;

3) виробництво ліків.

Сучасна біотехніка – це нова великомасштабна галузь промисловості з новим робочим тілом – середовищем з клітин. Існує альтернатива – розвиток технології в цій галузі методом проб і помилок, тобто багаторічна, без гарантії успіху або моделювання, та оптимізація процесів.

Класичною сферою математичного моделювання є фізика. До недавнього часу у фізиці мікросвіту (в квантовій теорії

поля) «обчислювальний експеримент» не застосовувався, оскільки було ухвалено використовувати метод малого параметра, яким є постійна тонкої структури. Однак нині фізики-теоретики дійшли висновку, що процеси в мікросвіті значно нелінійні, тому необхідно переходити до чисельних методів, і для цієї мети навіть розробляються спеціальні комп'ютери. Аналіз математичних моделей за допомогою обчислювального експерименту щороку завойовує нові позиції.

1982 р. Нобелівська премія з фізики була присуджена К. Вільсону, який запропонував ряд фундаментальних моделей у теорії елементарних частинок і критичних явищ, які необхідно досліджувати чисельно.

1979 р. Нобелівської премії з медицини була удостоєна робота у сфері обчислювальної томографії (відновлення об'ємного предмета з набору його перетинів).

1982 року Нобелівською премією з хімії відзначено роботу, в якій методами обчислювальної томографії відновлювалася структура вірусу за даними електронної мікроскопії.

2.9. Ухвалення рішень за результатами моделювання

Заключний етап використання моделей – це ухвалення рішень щодо визначення оптимальних параметрів системи або удосконалення її структури, адже саме для цього і створюються моделі.

Моделювання завжди використовується для ухвалення рішень щодо модельованої системи, але перш ніж представляти результати моделювання аналітику, їх потрібно перетворити таким чином, щоб вони мали наочний та інформативний вигляд. Більшість програмних засобів моделювання відображають результати моделювання у формі стандартного звіту, в якому зібрані статистичні дані, що стосуються характеристик системи, наприклад завантаженості ресурсів, довжини черг, часу перебування вимог у чергах і пристроях, а також гістограми розподілів вихідних величин та ін. Крім стандартних статистичних даних, користувач може включити у звіт необхідні йому дані й надрукувати їх у потрібному для нього вигляді.

Результати моделювання подаються, звичайно, у вигляді таблиць або графіків, що подібні до тих, які використовуються для зображення даних у комерційних статистичних пакетах. Дослідження функцій розподілу випадкових величин, одержаних під час моделювання (часових рядів), здійснюється за допомогою таблиць частот і гістограм. Для цього, наприклад у мові GPSS, використовується блок TABULATE, який дає змогу побудувати таблицю розподілу, що містить інформацію про середнє значення, середньоквадратичне відхилення досліджуваної величини, ліву та праву межі довірчих інтервалів оцінок параметрів, відсоткову частоту потрапляння транзактів в інтервал групування. Цю інформацію можна зобразити графічно, наприклад за допомогою математичних пакетів, таких як STATISTICA, MathCAD, Maple, і використати для перевірки гіпотез відносно функцій розподілу випадкових величин.

Візуалізація даних також є важливим етапом статистичного аналізу результатів моделювання. Важливо підібрати тип графіка, який найбільше відповідає даним, що аналізуються. У прикладній статистиці навіть існує термін «графічний аналіз даних».

З усіх статистичних пакетів, за допомогою яких можна обробити отримані під час моделювання дані, найбільш придатним є пакет STATISTICA. Цей пакет має потужні засоби графічного зображення статистичної інформації та нараховує понад 100 типів різних графіків, серед яких є дво- та тривимірні, матричні та тернарні. Двовимірні графіки дають змогу будувати двовимірні гістограми та діаграми розсіяння, діаграми розсіяння з гістограмами, графіком значень змінної, графік на ймовірнісному папері, графіки квантіль-квантіль, ймовірність-ймовірність, графіки діапазону значень, двовимірні графіки значень, наукові двовимірні графіки, кумулятивні графіки, кругові діаграми, графіки пропущених значень і графіки функцій, аналітично заданих користувачем.

За допомогою статистичних просторових графіків можна побудувати точкові графіки (об’ємна діаграма розсіяння), графік поверхні, карту ліній рівнів, графік трасування, різні типи графіків за категоріями, тернарні графіки за категоріями та графіки

функцій, аналітично заданих користувачем. Статистичні матричні графіки призначено для візуалізації зв'язків між змінними моделі.

Варто мати на увазі, що неправильний вибір типу графіка може не лише не полегшити, але й, навпаки, ускладнити їхню інтерпретацію. Одна із серйозних проблем пов'язана з тим, що часто на графіку неможливо відобразити велику кількістю значень; це ускладнює роботу з двовимірними таблицями і статистичними графіками. Іноді наявність взаємозв'язків, структур і трендів у даних важко помітити, доки результати моделювання не будуть упорядковані або зображені відповідним способом.

Крім графічних засобів візуалізації даних, отриманих у результаті експериментів з моделлю, сучасні пакети для імітаційного моделювання дискретних систем у більшості випадків мають засоби для дво- або тривимірної анімації, які дають змогу наочно відтворити динаміку роботи модельованої системи. Засоби анімації, вбудовані у пакети, й анімаційні ефекти можуть відтворюватися під час роботи імітаційної моделі. Існують і окремі пакети для створення анімації, наприклад Proof Animation компанії Wolverine software, які підключають до імітаційної моделі за допомогою стандартного інтерфейсу. Для анімаційного відтворення роботи імітаційної моделі необхідно зберегти в окремому файлі траси переміщення всіх динамічних об'єктів і задати напрямки їхнього руху в кожній ситуації (сценарії). Окремо задається положення статичних об'єктів на екрані монітора.

Анімація моделі доцільна насамперед під час демонстрації імітаційного проекту замовнику, тому що дає можливість, не вникаючи в деталі побудови моделі, показати, як працюватиме система, і швидко оцінити достовірність результатів моделювання.

Анімація допомагає і під час ухвалення рішень, оскільки, спостерігаючи за роботою модельованої системи, можна приймати чи відкидати гіпотези щодо її удосконалення, які було б важко сформулювати, вивчаючи лише числові результати моделювання. Прикладом використання анімації може бути імітаційна модель руління літаків на стоянку для диспетчера аеропорту.

Моделювання у більшості випадків використовується для ухвалення рішень під час проектування структури складної системи або для пошуку оптимальних значень її параметрів. Можна визначити кілька основних напрямів ухвалення рішень за результатами моделювання:

• пошук найкращих стосовно деякого критерію ефективності значень параметрів складних систем управління;

• пошук оптимального значення щодо критерію ефективності системи;

• порівняння альтернативних варіантів структури системи та визначення найкращого з них;

• моделювання аварійних ситуацій за сценарієм типу «що буде, якщо...».

У разі оптимізації управлінських рішень в умовах невизначеності щодо модельованої системи зазвичай існує єдиний, як правило, економічний критерій, що підлягає оптимізації. Проте отримане за допомогою математичної моделі рішення рідко є найкращим з будь-якого погляду і потребує коригування для узгодження з реальною ситуацією. Для цього необхідно вносити зміни у структуру моделі й поновлювати пошук нових найкращих варіантів, тобто сама процедура пошуку оптимальних рішень є ітераційною і включає ітераційні методи настроювання моделі.

У разі пошуку найкращих рішень доцільніше використовувати термін «удосконалення», замість терміна «оптимізація». Методи оптимізації застосовуються на кожній ітерації пошуку найкращих рішень лише тоді, коли чітко визначена мета (цільова функція) оптимізації.

Для пошуку оптимальних значень параметрів системи можна застосовувати традиційні методи лінійного, нелінійного та дискретного програмування. Однак під час моделювання складних виробничих систем часто виникають проблеми, зумовлені статистичним характером процесів, що протікають у системі, та необхідністю виконання процедур статистичної обробки результатів моделювання.

Вибір певного з класичних методів оптимізації і можливість його застосування під час імітаційного моделювання залежить від постановки задачі моделювання.

Значення екстремуму функції ефективності, отримане шляхом вирішення задач оптимізації з детермінованими параметрами, є досяжним максимальним значенням, і його можна розглядати як звичайний оптимум з погляду його практичного використання. Цей оптимум може значно відрізнятися від тих значень, що отримані у реальних умовах, через помилки і випадковості, які не враховуються під час розв'язання задач оптимізації з детермінованими параметрами. Альтернатива детермінованому підходу – стохастична оптимізація.

Перед тим, як вирішувати певну практичну задачу оптимізації, аналітик перш за все повинен з'ясувати:

• з яким типом невизначеності йому доведеться зіткнутися та яким чином це може вплинути на вибір оптимального рішення;

• чи можливо в рамках прийнятої моделі урахувати стохастичний характер досліджуваної ситуації.

Без правильної математичної формалізації проблеми проекту неможливо створити ефективно функціонуючу складну технічну систему.

У своїй праці Д. Феррарі пише: «...формулювання гіпотези... – це мистецтво, й основою успіху є міцний фундамент знань, розуміння та досвід, а також інтуїція». Перед тим, як гіпотезу буде сформульовано, потрібно отримати необхідну інформацію про систему, визначити, які показники ефективності системи не такі, що очікувались, і спробувати визначити причини цієї невідповідності. Потрібно встановити наявність певної проблеми, локалізувати її та виявити причини виникнення. Для цього формулюють кілька гіпотез, які потім необхідно перевірити. Єдиного підходу до формулювання гіпотез не існує, оскільки ця процедура суттєво залежить від типу моделі та складності проблеми, яка повинна бути вирішена за допомогою цієї моделі. Тому можна лише запропонувати деякі загальні **методи формулювання гіпотез**:

1. **Ідентифікація подібних ситуацій**. Використовується існуючий досвід проведення подібних робіт і формулюються гіпотези, подібні до відомих.

2. **Виявлення значень, які істотно відрізняються від інших**. Такі значення часто відповідають правильним гіпотезам, їх можна ігнорувати лише після ретельного вивчення.

3. **Виявлення закономірностей**. У моделі визначають цікаві закономірності в часі, такі як цикли або тенденції. Для цього доцільно застосовувати графічні методи – побудова діаграми станів системи, часових рядів та діаграм Ганта.

4. **Виявлення кореляційних зв'язків**. Наявність кореляції між параметрами та показниками критерію ефективності системи може сприяти висуненню правильних гіпотез.

5. **Виявлення та аналіз невідповідностей**. Існування очевидних взаємозв'язків між даними, взятими з різних джерел, між даними, пов'язаними із системою, а також між даними, отриманими під час моделювання, та тими, що очікуються. Виявлені невідповідності з великою ймовірністю дають змогу висунути справедливі гіпотези.

Перш ніж перевіряти гіпотези на моделі, необхідно перевірити їх на раціональність і можливість їхньої реалізації. Якщо втілення гіпотези економічно не виправдане або гіпотезу технічно не можна реалізувати, то її необхідно відкинути ще на попередньому етапі перевірки. Гіпотези, які залишились, перевіряють за допомогою імітаційної моделі.

Якщо гіпотеза, що перевіряється, виявляється справедливою, переходять до етапу коригування моделі. Серед усіх гіпотез вибирають одну. Методи коригування можна розглядати на різноманітних рівнях подання моделі, починаючи від рівня вхідних даних, алгоритмів поведінки і закінчуючи рівнем зміни конфігурації системи. Коригування необхідно починати з найпростіших змін у моделі, переходячи до більш складних. Важливо визначити чутливість моделі до вхідних даних і виявити блоки, на які впливають ці дані. Такі блоки варто описати більш детально. Лише після цього можна коригувати алгоритми поведінки та структуру моделі. Після внесення змін може виникнути потреба у нових

вхідних даних. Крім того, необхідно обчислити економічну доцільність внесення змін у модель.

Задача аналізу системи за допомогою імітаційної моделі зводиться здебільшого до виявлення у ній вузьких місць.

Виявлення вузьких місць у системі та їх локалізація – найпростіші задачі, які можна розв'язати шляхом перевірки гіпотез. Зазвичай для ідентифікації причин появи вузького місця необхідно висувати та перевіряти більш складні гіпотези. Припустимо, що було виявлено деякий ресурс системи, який є її вузьким місцем. Це означає, що існує невідповідність між інтенсивністю запитів до цього ресурсу і продуктивністю обслуговування ним запитів. Однак це не є свідченням того, що продуктивність цього ресурсу недостатня. Збільшення продуктивності може бути економічно недоцільним. У цьому випадку необхідно розглянути гіпотезу про встановлення буферу (накопичувача) перед ресурсом, що дозволить усунути нерівномірність запитів до цього ресурсу. Технічна реалізація такої гіпотези може бути економічно найбільш виправданою.

Серед інших гіпотез, що допомагають вирішити проблеми появи вузьких місць – перенаправлення запитів до іншого аналогічного ресурсу, зміна алгоритму планування обслуговування ресурсу або режимів його роботи.

2.10. Ідентифікація моделі

Процес створення моделі включає обов'язковий і важливий етап – **ідентифікацію моделі**. За ідентифікацією моделі об'єкта розуміється набір процедур, що забезпечують виявлення та розрахунок виду і параметрів моделі. У загальному випадку задача ідентифікації формулюється так: на основі результатів спостереження за вхідними та вихідними змінними системи потрібно побудувати оптимальну в деякому розумінні математичну модель. Основними етапами ідентифікації є такі:

1. Вибір класу і структури моделі та мови її опису.
2. Вибір класу і типів вхідних впливів.

3. Обґрунтування критеріїв подібності системи та моделі.

4. Вибір методу ідентифікації та розроблення відповідних алгоритмів оцінювання параметрів системи.

5. Перевірка адекватності, отриманої в результаті ідентифікації моделі.

Залежно від обсягу апріорної інформації про клас і структуру системи вирізняють задачу ідентифікації в широкому та вузькому розумінні.

Задача ідентифікації у **широкому розумінні** виконується в умовах апріорної невизначеності структури моделі системи («чорна скринька»). Клас і структура математичної моделі обираються на основі результатів теоретичного аналізу з використанням загальних закономірностей процесів, які протікають у системі, або на основі загальної інформації про подібні системи. У цьому випадку для побудови математичної моделі можна використовувати непараметричні методи. Вони розроблялися для тих ситуацій, які досить часто виникають на практиці, коли дослідник нічого не знає про параметри досліджуваної системи (звідси і назва методів – непараметричні).

Методи вирішення задач ідентифікації в широкому розумінні не отримали достатнього розвитку і вимагають детального розгляду в кожному окремому випадку внаслідок того, що моделі мають індивідуальні особливості.

Задача ідентифікації у **вузькому розумінні** полягає в оцінюванні параметрів і станів системи, якщо відома структура моделі («сіра скринька»). Задачею ідентифікації є кількісне оцінювання певних параметрів. Для цього використовується параметрична ідентифікація математичної моделі. Прикладами таких моделей можуть бути диференціальні та різницеві рівняння, моделі типу «вхід-стан-вихід».

На рис. 2.1 зображено загальну схему ідентифікації системи. Вхідні впливи X на систему та модель однакові, виходи системи Y_s і моделі Y_m у загальному випадку відрізняються. Для їх порівняння потрібно сформувати критерій подібності та мінімізувати його, тобто налагодити модель.

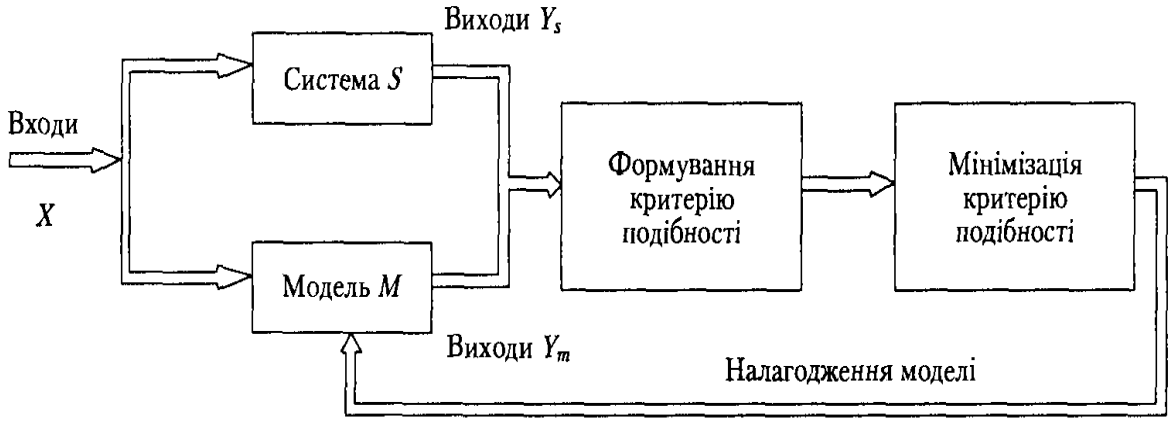


Рис. 2.1. Загальна схема ідентифікації системи

Прикладами моделей, створених на основі експериментальних даних, можуть бути моделі авторегресії різних порядків, ковзного середнього та моделі типу «вхід-вихід», побудовані за допомогою методу найменших квадратів.

На сьогодні накопичений великий досвід вирішення задач ідентифікації у вузькому розумінні. Саме така постановка найбільш відповідає реальним умовам, тому широко використовується в інженерній практиці.

2.11. Резюме

Моделювання як багатоетапний процес дослідження складних систем у загальному випадку передбачає вирішення таких взаємопов'язаних завдань: розробка моделі, аналіз характеристик системи, синтез системи, детальний аналіз синтезованої системи.

Під час дослідження технічних систем з дискретним характером функціонування найбільш широке застосування отримали аналітичні, чисельні, статистичні (імітаційні) і комбіновані методи математичного моделювання.

1. Моделювання – метод системного аналізу. Але часто в системному аналізі у разі модельного підходу дослідження може відбуватися одна методична помилка, а саме побудова коректних і адекватних моделей (підмоделей) підсистем системи, і їхня логічно коректна ув'язка не дає гарантій коректності побудованої таким способом моделі всієї системи. Модель, побудована без

урахування зв'язків системи із середовищем і її поведінки щодо цього середовища, може часто лише слугувати ще одним підтвердженням теореми Геделя, а точніше її наслідку який стверджує, що в складній формальній системі можуть існувати істини і висновки, які неможливо довести засобами самої системи, необхідно шукати засоби за її межами.

2. Багато дисциплін та наукових напрямів (геометрія, механіка) базуються на деякому наборі аксіом, які приймаються «на віру» і не вимагають доказів. Є такі аксіоми і в курсі моделювання.

Важливими також є основні загальні принципи моделювання, на основі яких будуються моделі. Вони відображають достатньо багатий досвід, накопичений нині у галузі розроблення і використання моделей.

3. На початковому етапі розвитку теорії систем для вирішення проблеми перекладу вербального опису проблемної ситуації у формальне відображення в різних сферах діяльності стали розвиватися спеціальні прийоми і методи. Так, виникли методи «мозкового штурму», «сценаріїв», експертних оцінок, «дерева цілей» тощо – методи, спрямовані на активізацію використання інтуїції і досвіду фахівців.

Поряд з детермінованими, аналітичними методами класичної математики виникла теорія ймовірностей і математична статистика (як засіб доказу адекватності моделі на основі представницької вибірки і поняття ймовірності правомірності використання моделі та результатів моделювання). Для задач з більшим ступенем невизначеності інженери стали залучати теорію множин, математичну логіку, математичну лінгвістику, теорію графів, що багато в чому стимулювало розвиток цих напрямів.

Між неформальним, образним мисленням людини і формальними моделями класичної математики склався «спектр» спеціальних методів, які допомагають отримувати й уточнювати (формалізувати) вербальний опис проблемної ситуації, з одного боку, й інтерпретувати формальні моделі, пов'язувати їх з реальною дійсністю – з іншого.

4. Моделювання як процес дослідження складних систем у загальному випадку передбачає вирішення таких взаємопов'язаних задач:

• розробка моделі;

• аналіз характеристик системи;

• синтез системи;

• детальний аналіз синтезованої системи.

5. За комп'ютерним моделюванням у широкому сенсі розуміється процес створення і дослідження моделей за допомогою комп'ютера.

6. Багато з питань, пов'язаних із системами підтримки ухвалення рішень, стосуються задач отримання і підготовки даних. Ці дані варто витягти з різних джерел, очистити, перетворити і консолідувати, після чого завантажити в базу даних підтримки ухвалення рішень. Згодом завантажені дані повинні підлягати періодичному оновленню. Кожна з цих операцій заслуговує окремого обговорення. Розглянемо їх за чергою, а потім завершимо розділ коротким обговоренням банків оперативних даних.

7. Процес створення моделі включає обов'язковий і важливий етап – ідентифікацію моделі. За ідентифікацією моделі об'єкта розуміється набір процедур, що забезпечують виявлення і розрахунок виду та параметрів моделі. У загальному випадку задача ідентифікації формулюється так: на основі результатів спостереження за вхідними та вихідними змінними системи потрібно побудувати оптимальну в деякому розумінні математичну модель.

2.12. Практикум: обговорення

Раніше було детально описано і визначено поняття моделі. Проте в подальшому виникає питання – а як же виникають моделі? Цілком зрозуміло, що процес створення моделі або процес моделювання – це складний процес, який повинен включати до себе ряд конкретних дій, заходів, процедур та ін. Процеси моделювання розпочинаються з постановок задач.

Питання 1. Що таке процедурна анімація?

Обговорення. Процедурна анімація (англ. procedural animation) – вид комп'ютерної анімації, який автоматично генерує анімацію в режимі реального часу відповідно до встановлених правил, законів і обмежень. На відміну від визначеної анімації, коли аніматор вручну визначає кожен кадр і всі параметри створюваної анімації, у разі процедурної анімації результат може бути деякою мірою непередбачуваний і за кожним запуском може генерувати різноманітну анімацію.

Процедурна анімація використовується для створення та моделювання системи частинок (дим, вогонь, вода, тканини й одяг, динаміка твердих тіл, динаміка волосся та хутра), а також для анімації гуманоїдних і негуманоїдних персонажів.

У комп'ютерних іграх процедурна анімація часто використовується для таких простих речей, як повертання голови персонажа, коли гравець озирається на всі боки (наприклад, у грі Quake III Arena).

Фізика Ragdoll (рос. фізика «тканинної ляльки») може вважатися видом процедурної анімації. Фізика Ragdoll використовує фізичний движок для створення анімації смерті персонажа і його реалістичного падіння на поверхню. Під час використання фізики Ragdoll персонаж складається з послідовності пов'язаних твердих тіл (руки, ноги, торс, голова тощо), які запрограмовані з використанням ньютонової фізики, що діє на них. Завдяки фізиці Ragdoll можуть бути створені досить реалістичні анімації, які складно створити, використовуючи традиційну зумовлену анімацію. Наприклад, з використанням фізики Ragdoll тіла персонажів можуть котитися або ковзати похилими поверхнями, перевертатися, перекидатися тощо, причому щоразу анімація буде іншою.

Процедурна анімація інтенсивно використовується в комп'ютерній грі Spore, в якій створені гравцем істоти автоматично анімуються для всіх дій, які має робити створена істота: ходьба, біг, плавання, підбирання речей тощо.

Ще одним прикладом процедурної анімації є технологія «Dynamic Motion Synthesis» (синтез динамічних рухів), яка розроблена Natural Motion і використовується в продуктах euphoria і

endorphin. «Dynamic Motion Synthesis» (DMS) заснований на моделюванні біомеханіки і моторної нервової системи в режимі реального часу. Також DMS використовує елементи з біології та теорії управління роботами. DMS дозволяє створювати моделі повністю інтерактивних тривимірних персонажів, які не використовують заздалегідь прораховану анімацію. «Euphoria» використовує DMS для генерації анімації «на льоту» в режимі реального часу в комп'ютерних іграх або інших інтерактивних додатках. Технологія «euphoria» використовується в іграх Star Wars: The Force Unleashed, Indiana Jones and the Staff of Kings, Max Payne 3, Grand Theft Auto IV і його аддонах, Grand Theft Auto V, а також у симуляторі американського футболу Backbreaker.

Питання 2. Які особливості ідентифікації об'єктів господарської діяльності?

Обговорення. Ідентифікація об'єктів господарської діяльності, на яких є реальна загроза виникнення надзвичайної ситуації техногенного характеру, проводиться з метою вдосконалення організації їхнього державного обліку в процесі паспортизації та реєстрації у Державному реєстрі потенційно небезпечних об'єктів, відповідно до Методики ідентифікації потенційно небезпечних об'єктів, затвердженої наказом МНС України від 23.02.2006 № 98 та зареєстрованим у Міністерстві юстиції України 20.03.2006 за № 286/12160.

Відповідальні особи об'єктів господарської діяльності, які проводять ідентифікацію, узгоджують результати ідентифікації з місцевими органами державного нагляду у сфері цивільного захисту.

Повідомлення про результати ідентифікації щодо визначення потенційної небезпеки надається до місцевого органу державного нагляду у сфері цивільного захисту для узагальнення результатів проведення ідентифікації.

Результати ідентифікації, отримані відповідно до зазначеної Методики, можуть використовуватися для розробки заходів щодо попередження НС та підготовки до реагування на них.

Ідентифікація передбачає аналіз структури об'єктів господарської діяльності та характер їхнього функціонування для встановлення факту наявності або відсутності джерел небезпеки, які за певних обставин можуть ініціювати виникнення НС, а також визначення рівнів можливих НС.

У процесі ідентифікації розглядаються і враховуються внутрішні та зовнішні чинники небезпеки. Внутрішні чинники небезпеки характеризують небезпеку будівель, споруд, обладнання, технологічних процесів об'єкта господарської діяльності та речовин, виробляються, переробляються, зберігаються або транспортуються на його території. Зовнішні чинники небезпеки безпосередньо не пов'язані з функціонуванням об'єкта господарської діяльності, але можуть ініціювати виникнення НС на ньому та негативно впливати на її розвиток (природні явища й аварії на об'єктах, розташованих поблизу).

Фахівці МНС, що мають достатній професійний досвід, швидко, вчасно і за розумною ціною проведуть усі необхідні роботи з ідентифікації потенційно небезпечних об'єктів для підприємств будь-якої галузі.

Питання 3. У чому полягає сутність криміналістичної ідентифікації?

Обговорення. Під час розслідування злочинів часто виникає необхідність за відбитками та іншими відображеннями визначити зв'язок людини, предмета чи іншого об'єкта з розслідуваною подією. Наприклад, за відбитками рук встановити особу, що залишила їх; відбитками транспортного засобу розшукати автомобіль.

Криміналістична ідентифікація (від лат. identifico – ототожнюю) означає встановлення тотожності об'єкта або особи за сукупністю загальних і часткових ознак. Ідентифікувати (ототожнити) об'єкт – означає шляхом порівняльного дослідження за відображеннями або фрагментами встановити його тотожність самому собі в різні моменти часу і в різних його станах.

Порівняння, будучи одним з методів пізнання, передбачає вивчення двох або кількох об'єктів з метою виявлення як загального,

що об’єднує їх, так і різного. Зміни, що викликають розбіжності, можуть закономірно випливати з дій будь-якого фактора (наприклад, вікові зміни ознак почерку) і виникати під дією не пов’язаних з ознаками об’єкта причин; можуть бути істотними (свідчать про серйозні якісні зміни, які докорінно змінили об’єкт) і несуттєвими (викликали зміни лише деяких властивостей предмета, що залишився, по суті, незмінним).

Виявлення й оцінку відмінностей між об’єктами, що належать до однієї або різних груп (родів), у криміналістиці і судовій експертизі прийнято називати розрізненням, або диференціацією. Позитивний результат ідентифікації означає встановлення тотожності, а диференціація – його відсутність. Диференціація може виступати і як самостійна задача.

Термін «криміналістична ідентифікація» вживається в таких значеннях:

• мета (завдання) і результат самого дослідження; процес дослідження як система дій, які виконуються в певній послідовності для вирішення задачі ототожнення;

• теоретична концепція (теорія) про загальні принципи і прийоми ототожнення матеріальних об’єктів як спосіб встановлення істини в процесі (кримінальному, адміністративному, цивільному, арбітражному).

Ідентичність (або тотожність) об’єкта означає, в першу чергу, його неповторність, індивідуальність, відмінність від інших подібних йому об’єктів. В основі теорії криміналістичної ідентифікації полягає вчення про діалектичну тотожність, яка виходить з визнання індивідуальності й неповторності об’єктів матеріального світу. Потрібно зазначити про наявність подібних об’єктів, які об’єднуються за ознакою подібності в класи, роди, види, але не може бути двох об’єктів, які збігаються повністю. Криміналістична ідентифікація – один із засобів, що сприяють встановленню істини в судочинстві.

Специфіка ідентифікації у криміналістиці (на відміну від ідентифікації у фізиці, хімії, біології та інших науках) полягає в тому, що мета криміналістичної ідентифікації – індивідуальне ототожнення, тобто встановлення тотожності конкретного

(одиничного) об’єкта, який є не таким же, а тим самим. Ідентифікацією ж в інших науках вважається встановлення класу, роду, виду об’єкта. Відмінність полягає як у самій сутності проведеного ототожнення, так і в формах, у яких воно здійснюється.

Основними умовами криміналістичної ідентифікації є: індивідуальна визначеність об’єктів; наявність стійких ознак, що характеризують їх; здійснення ідентифікації за відображеннями цих ознак; використання ідентифікації в судовому дослідженні справи.

Питання 4. Поставте завдання оптимізації для системи масового обслуговування (СМО) одноканальною системою з відмовами.

Обговорення. Простою одноканальною моделлю з імовірнісними вхідним потоком і процедурою обслуговування є модель, що характеризується показовим розподілом як тривалості інтервалів між надходженнями вимог, так і тривалості обслуговування. При цьому щільність розподілу тривалості інтервалів між надходженнями вимог має вигляд:

$$f_1(x) = \lambda\, e^{-\lambda t},$$

де λ – інтенсивність надходження заявок у систему.

Щільність розподілу тривалості обслуговування

$$f_2(x) = \mu\, e^{-\mu t},$$

де μ – інтенсивність обслуговування.

Хай система працює з **відмовами**. Необхідно визначити абсолютну і відносну пропускні спроможності системи.

Уявімо цю систему масового обслуговування у вигляді графа (рис. 2.2), у якого є два стани:

S_0 – канал вільний (очікування);

S_1 – канал зайнятий (іде обслуговування заявки).

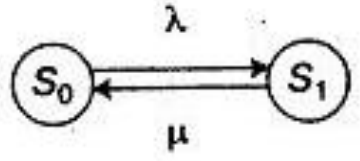


Рис. 2.2. Граф станів одноканальної СМО з відмовами

Позначимо ймовірність станів: $P_0(t)$ – імовірність стану «канал вільний»; $P_1(t)$ – імовірність стану «канал зайнятий». За розміченим графом станів (рис. 2.2) складемо систему диференціальних рівнянь Колмогорова для ймовірності станів:

$$\begin{cases} \dfrac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t), \\ \dfrac{dP_1(t)}{dt} = -\mu P_1(t) + \lambda P_0(t). \end{cases}$$

Система лінійних диференціальних рівнянь має розв'язок з урахуванням умови нормування $P_0(t) + P_1(t) = 1$. Розв'язок цієї системи називається нестаціонарним, оскільки він безпосередньо залежить від t і виглядає таким чином:

$$P_0(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda+\mu)t} + \frac{\mu}{\lambda + \mu},$$

$$P_1(t) = 1 - P_0(t) = 1.$$

Неважко переконатися, що для одноканальної СМО з відмовами імовірність $P_0(t)$ є не що інше, як відносна пропускна спроможність системи q.

Дійсно, $P_0(t)$ – імовірність того, що у момент t канал вільний і заявка, що надійшла до моменту t, буде обслугована, а отже, для цього моменту часу t середнє відношення числа обслугованих заявок до тих, що поступили, також дорівнює $P_0(t)$, тобто:

$$q = P_0(t).$$

Після закінчення великого інтервалу часу (при $t \to \infty$) досягається стаціонарний (сталий) режим:

$$q = P_0 = \mu / (\mu + \lambda).$$

Знаючи відносну пропускну спроможність, легко знайти абсолютну. Абсолютна пропускна спроможність (A) – середнє число заявок, яке може обслугувати система масового обслуговування за одиницю часу:

$$A = \lambda \times q = \lambda\mu/(\lambda + \mu).$$

Імовірність відмови в обслуговуванні заявки дорівнюватиме імовірності стану «канал зайнятий»:

$$P_{відм} = 1 - P_1 = 1 - \mu / (\mu + \lambda) = \lambda / (\mu + \lambda).$$

Ця величина $P_{відм}$ може бути інтерпретована як середня частка необслугованих заявок серед поданих.

Тепер поставимо **таке завдання**. Хай одноканальна СМО з відмовами є одним постом щоденного обслуговування (ЩО) для миття автомобілів. Заявка – автомобіль, що прибуває в момент, коли пост зайнятий, – дістає відмову в обслуговуванні. Інтенсивність потоку автомобілів $\lambda = 1{,}0$ (автомобіль на годину). Середня тривалість обслуговування – $t_c = 1{,}8$ години. Потік автомобілів і потік обслуговування є простими.

Потрібно визначити в сталому режимі граничні значення:

• відносної пропускної спроможності q;

• абсолютної пропускної спроможності A;

• імовірності відмови $P_{відм}$.

Порівняти фактичну пропускну спроможність СМО з номінальною, яка була б, якби кожен автомобіль обслуговувався точно 1,8 години й автомобілі слідували один за іншим без перерви.

1. Визначимо інтенсивність потоку обслуговування:

$$\mu = 1 / t_c = 1 / 1{,}8 = 0{,}555.$$

2. Обчислимо відносну пропускну спроможність:

$$q = \mu / (\mu + \lambda) = 0{,}555 / (1 + 0{,}555) = 0{,}356.$$

Величина q означає, що в сталому режимі система обслуговуватиме приблизно 35 %, що прибувають на пост ЩО автомобілів.

3. Абсолютну пропускну спроможність визначимо за формулою:

$$A = \lambda \times q = 1 \times 0{,}356 = 0{,}356.$$

Це означає, що система (пост ЩО) здатна здійснити в середньому 0,356 обслуговування автомобілів за годину.

4. Імовірність відмови:

$$P_{відм} = 1 - q = 1 - 0{,}356 = 0{,}644.$$

Це означає, що близько 65 % прибулих автомобілів на пост ЩО отримають відмову в обслуговуванні.

5. Визначимо номінальну пропускну спроможність системи:

$A_{ном} = 1/t_c = 1/1{,}8 = 0{,}555$ (автомобілів на годину).

Виявляється, що $A_{ном}$ в 1,5 раза ($0{,}555/0{,}356 \approx 1{,}5$) більше, ніж фактична пропускна спроможність, обчислена з урахуванням випадкового характеру потоку заявок і часу обслуговування.

Питання 5. Наведіть приклад використання логіко-лінгвістичних моделей.

Обговорення. Під час розробки планів стратегічного розвитку виробництва виникають задачі, які відрізняються такими особливостями:

– цілі розвитку виробництва не виражені у вигляді кількісних співвідношень;

– між рядом параметрів, що впливають на процес ухвалення рішень, не вдається встановити точних кількісних залежностей.

Розглянемо такий приклад: підприємство прагне зайняти на ринку таку нішу, яка дає можливість упродовж тривалого часу утримувати лідируюче положення за технічними характеристиками продукції, що випускається. Встановлено, що досягти високих технічних характеристик можливо, в першу чергу, за рахунок технологічних новацій, матеріальним втіленням яких є склад технологічного обладнання.

На вербальному рівні використовується висловлювання такого типу: «Унікальне технологічне обладнання дає можливість реалізувати такі конструктивно-технологічні рішення, які дозволяють підприємству зайняти й утримувати лідерство на ринку відповідної продукції».

З метою вбудовування подібного висловлювання в автоматизовану систему ухвалення рішень необхідно формалізувати та ввести наведене висловлювання і розробити алгоритм рішення.

Укрупнений алгоритм вирішення цієї задачі складається з таких етапів:

– формалізація понять, що входять у висловлювання, предикатною мовою;

– переклад висловлювання з вербального рівня в логічну формулу, структурно об’єднує посилки й укладання;

– логічний висновок укладення методом резольвент.

Питання 6. Наведіть приклад побудови математичної моделі задачі лінійного програмування для визначення оптимального асортименту продукції.

Обговорення. Підприємство виготовляє два види продукції – $П_1$ і $П_2$, яка поступає в оптовий продаж. Для виробництва продукції використовуються два види сировини – А і В. Максимально можливі запаси сировини на добу становлять 9 і 13 одиниць, відповідно. Витрата сировини на одиницю продукції виду $П_1$ і виду $П_2$ подана в табл. 2.1.

Таблиця 2.1

Витрати сировини продукції

Сировина	**Витрата сировини на 1 од. продукції**		**Запас сировини, од.**
	$П_1$	$П_2$	
А	2	3	9
В	3	2	13

Досвід роботи показав, що добовий попит на продукцію $П_1$ ніколи не перевищує попиту на продукцію $П_2$ більш ніж на 1 од. Крім того, відомо, що попит на продукцію $П_2$ ніколи не перевищує 2 од. на добу.

Оптові ціни одиниці продукції рівні: 3 г.о. (грошові одиниці) – для $П_1$ і 4 г.о. для $П_2$.

Яку кількість продукції кожного виду повинно виготовляти підприємство, щоб дохід від реалізації продукції був максимальним?

Процес побудови математичної моделі для вирішення цієї задачі починається з відповідей на такі запитання:

1. Для визначення яких величин повинна бути побудована модель, тобто як ідентифікувати змінні цієї задачі?

2. Які обмеження повинні бути накладені на змінні, щоб виконувалися умови, характерні для модельованої системи?

3. У чому полягає мета задачі, для досягнення якої з усіх допустимих значень змінних потрібно вибрати ті, які відповідатимуть оптимальному (якнайкращому) розв’язку задачі?

Відповіді на вищеперелічені запитання можуть бути сформульовані для цієї задачі так: фірмі потрібно визначити об’єми виробництва кожного виду продукції в тоннах, щоб максимізувати дохід у г.о. від реалізації продукції з урахуванням обмежень на попит і витрату початкових продуктів.

Для побудови математичної моделі залишається тільки ідентифікувати змінні і представити мету й обмеження у вигляді математичних функцій цих змінних.

Припустимо, що підприємство виготовить x_1 одиниць продукції $П_1$ і x_2 одиниць продукції $П_2$. Оскільки виробництво продукції $П_1$ і $П_2$ обмежено сировиною кожного виду, що є у розпорядженні підприємства, і попитом на цю продукцію, а також враховуючи, що кількість виробів, що виготовляються, не може бути негативною, повинні виконуватися такі нерівності:

$$2x_1 + 3x_2 \le 9;\ 3x_1 + 2x_2 \le 13;\ x_1 - x_2 \le 1;\ x_2 \le 2;\ x_1 \ge 0;\ x_2 \ge 0.$$

Дохід від реалізації x_1 одиниць продукції $П_1$ і x_2 одиниць продукції $П_2$ становитиме $F = 3x_1 + 4x_2$.

Таким чином, дійдемо до такої математичної задачі: серед усіх позитивних розв'язків цієї системи лінійних нерівностей потрібно знайти такий, при якому функція F приймає максимальне значення F_{max}.

Розглянута задача належить до розряду типових задач оптимізації виробничої програми підприємства. Як критерії оптимальності, в цих задачах можуть бути також використані: прибуток, собівартість, номенклатура вироблюваної продукції і витрати виробничого часу.

Питання 7. Якщо, як зазначено вище, статистичні (імітаційні) методи дослідження складних систем є універсальними, то наскільки актуальним є застосування аналітичних методів?

Обговорення. Дійсно, імітаційне моделювання може розглядатися як універсальний засіб дослідження складних систем із стохастичним характером функціонування, що дозволяє проводити аналіз ефективності функціонування систем будь-якого ступеня складності з будь-яким ступенем деталізації. Єдиним чинником, що обмежує застосування імітаційного моделювання, є продуктивність комп'ютера, на якому виконуються імітаційні експерименти. Природно, чим складніше досліджувана система, чим більше в ній елементів і зв'язків, тим потужніший потрібен комп'ютер, у межі можливо навіть суперЕОМ. При цьому потужність комп'ютера має на увазі не тільки швидкість процесорної

обробки, але і велику ємність оперативної пам'яті, а в деяких випадках – високі вимоги до продуктивності та ємності зовнішньої пам'яті.

Водночас імітаційне моделювання має недоліки, що обмежують його застосування. Одним з них є приватний характер результатів, що не розкриває залежностей характеристик функціонування системи від параметрів її структурно-функціональної організації, а лише визначає її в окремих точках.

Крім того, імітаційне моделювання може слугувати ефективним інструментом у процесі проектування тільки в тому випадку, якщо потрібно порівняти кілька варіантів побудови системи і вибрати з них найкращий. Однак практично неможливим (або це пов'язано з великими часовими і матеріальними витратами) виявляється рішення задачі оптимального синтезу складних систем, що характеризуються великою розмірністю, тобто наявністю великої кількості структурно-функціональних і навантажувальних параметрів.

Таким чином, аналітичні методи моделювання варто застосовувати в таких випадках:

• для виконання оціночних розрахунків на етапі попереднього аналізу і проектування, що не вимагають високої точності одержуваних результатів;

• для вивчення в широкому діапазоні зміни параметрів властивостей і закономірностей, властивих досліджуваній системі; отримані результати можуть слугувати основою для формування рекомендацій з проектування систем;

• для вирішення задач оптимального синтезу під час проектування нових систем.

Питання 8. У деяких літературних джерелах замість поняття «Оптимальна система» використовується поняття «раціональна система». Яке співвідношення між цими двома поняттями?

Обговорення. «Оптимальна система» означає, що значення параметрів структурно-функціональної організації визначені в процесі вирішення математичної оптимізаційної задачі і є оптимальними, тобто забезпечують екстремум обраного критерію

ефективності. На практиці може виявитися неможливим побудувати систему з такими значеннями параметрів, що може бути обумовлено різними причинами, в тому числі дискретним характером оптимізуючих параметрів.

Наприклад, у процесі синтезу деякої мережі передачі даних отримані такі оптимальні значення пропускних спроможностей трьох каналів зв'язку: 428 кбіт/с, 764 кбіт/с і 931 кбіт/с. Уявімо, що реальні канали зв'язку можуть мати пропускні спроможності в 256 кбіт/с, 512 кбіт/с і 1024 кбіт/с. Очевидно, що як остаточне рішення задачі проектування, будуть прийняті значення 512 кбіт/с, 512 кбіт/с (або 1024 кбіт/с) і 1024 кбіт/с. Оскільки ці значення відрізняються від оптимальних, спроектована система не може називатися оптимальною. Таку систему зазвичай називають «раціональною», маючи на увазі, що її параметри близькі, але нерівні оптимальних значень.

Інший випадок, коли в результаті оптимізації отримано значення пропускної здатності каналу 2 000 кбіт/с, яке істотно перевищує максимально допустиме значення в 1 024 кбіт/с. Очевидно, що в цьому випадку одне з можливих рішень полягає в установці двох каналів з пропускною спроможністю 1 024 кбіт/с, що також не буде відповідати оптимальному варіанту.

Іноді під «раціональною системою» мають на увазі деякий варіант її побудови, обраний з кількох можливих варіантів на основі аналізу характеристик функціонування. Зрозуміло, що в цьому випадку взагалі не йдеться про оптимізацію.

Питання 9. У чому відмінність між поняттями «синтез» і «проектування»?

Обговорення. Ці поняття досить близькі за змістом і часто використовуються як синоніми. Водночас між ними існує певна різниця, що випливає перш за все з їхнього іноземного походження.

Термін «ситез» (від грецького слова *synthesis* – з'єднання, поєднання, складання) означає з'єднання різних елементів в єдине ціле – систему і нерозривно пов'язане з терміном «аналіз».

Термін «проектування» (від латинського слова *projectus*, що буквально означає «кинутий вперед») означає процес створення проекту – прототипу нової системи.

У процесі проектування технічних систем основне завдання полягає у створенні проекту, на основі якого будується реальна система, а в процесі синтезу – тільки визначаються параметри і склад проектованої системи, які в остаточному проекті можуть значно відрізнятися від «синтезованих». Таким чином, синтез можна розглядати як один (може бути навіть основний) з етапів проектування реальних систем.

Можна також вважати, що «синтез» – поняття математичне, яке часто використовується в такому поєднанні, як «оптимальний синтез», а «проектування» – поняття швидше технічне і не завжди передбачає застосування будь-яких математичних методів для побудови системи. Іншими словами, синтез технічних систем реалізується з використанням математичних методів моделювання, водночас проектування передбачає перш за все застосування різних інженерно-технічних рішень, обґрунтування яких може здійснюватися математичними розрахунками.

Питання 10. Наскільки необхідний детальний аналіз спроектованої системи?

Обговорення. Настільки, наскільки важливо отримання якісного проекту системи, що синтезується. Задача синтезу зазвичай вирішується з використанням порівняно простих моделей, що дозволяють отримати рішення в чіткій аналітичній формі. При цьому похибка моделі, а також методів розрахунку характеристик системи в разі застосування наближених аналітичних залежностей може призвести до значних розбіжностей між розрахунковими і фактичними значеннями параметрів, які оптимізуються. У зв’язку з цим виникає необхідність перевірки й уточнення знайдених значень параметрів структурно-функціональної організації системи, для чого природно необхідно використовувати найбільш адекватні моделі, що дозволяють отримати результати, які в максимальному ступені відповідають реальним. Як такі моделі, зазвичай застосовуються імітаційні, які можуть бути побудовані з

максимальним наближенням до реальної системи за рахунок більшої деталізації порівняно з аналітичною моделлю.

Крім того, в процесі детального аналізу синтезованої системи повинні бути виявлені граничні можливості системи, вузькі місця в системі, а також визначено, наскільки добре (з яким запасом) виконуються задані вимоги до якості функціонування проектованої системи.

2.13. Самоконтроль

2.13.1. Перелік питань

1. Перерахувати основні етапи моделювання систем.

2. Який метод дослідження систем є найбільш точним?

3. Який метод дослідження систем є найбільш універсальним?

4. Який метод дозволяє виконувати дослідження систем на моделях будь-якого ступеня деталізації?

5. Наведіть приклади задач, які можна розв’язати за допомогою моделювання. В яких випадках задачі можна розв’язати лише у такий спосіб?

6. Сформулюйте задачу ідентифікації в широкому та вузькому розумінні для задачі про водопостачання.

7. Прокоментуйте сутність кожного з принципів побудови моделей.

8. Наведіть приклади, коли дані щодо завантаження обладнання модельованої виробничої дільниці, отримані зі стандартного звіту результатів моделювання (наприклад, мовою GPSS), будуть неінформативними.

9. Що дає анімація імітаційної моделі для замовника та розробника? Чи завжди анімація необхідна?

10. Чому класичні методи оптимізації не можна застосовувати під час імітаційного моделювання? Які переваги надає метод висування та перевірки гіпотез для ухвалення рішень?

11. Розкрийте сутність методу аналогій.

12. Сформулюйте три теореми подібності.

13. У чому полягає аксіоматичний метод побудови наукової теорії?

14. Сформулюйте основні задачі моделювання.

15. Проведіть загальний огляд методів оптимізації та проаналізуйте доцільність їхнього використання для ухвалення рішень за результатами моделювання.

16. Які проблеми виникають під час порівняння альтернативних варіантів реалізації системи за результатами моделювання? Як вирішують ці проблеми?

17. Що таке вербальний опис задачі?

18. Які процедури необхідно провести для підготовки даних для ухвалення рішень?

19. Наведіть основні етапи обчислювального експерименту.

20. Наведіть основні сфери застосування обчислювального експерименту.

2.13.2. Тестові питання

1. Інформаційною моделлю об’єкта можна вважати:

а) опис об’єкта-оригіналу за допомогою математичних формул;

б) інший об’єкт, який не відбиває істотних ознак і властивостей об’єкта-оригіналу;

в) сукупність даних у вигляді таблиці, що містять інформацію про якісні та кількісні характеристики об’єкта-оригіналу;

г) опис об’єкта-оригіналу природною або формальною мовою;

д) сукупність записаних мовою математики формул, що описують поведінку об’єкта-оригіналу.

2. Математична модель об’єкта – це:

а) створена з будь-якого матеріалу модель точно відображає зовнішні ознаки об’єкта-оригіналу;

б) опис у вигляді схеми внутрішньої структури досліджуваного об’єкта;

в) сукупність даних, що містять інформацію про кількісні характеристики об’єкта і його поведінки у вигляді таблиці;

г) сукупність записаних мовою математики формул, що відображають певні властивості об’єкта-оригіналу або його поведінку;

д) послідовність електричних сигналів.

3. До числа математичних моделей належить:

а) міліцейський протокол;

б) правила дорожнього руху;

в) формула знаходження коренів квадратного рівняння;

г) кулінарний рецепт;

д) інструкція зі збірки меблів.

4. До кількості документів, що являють собою інформаційну модель управління державою, можна віднести:

а) Конституцію України;

б) географічну карту України;

в) словник політичних термінів;

г) схему Білого дому;

д) список депутатів Верховної Ради України.

5. До інформаційних моделей, що описують організацію навчального процесу в школі, можна віднести:

а) класний журнал;

б) розклад уроків;

в) список учнів школи;

г) перелік шкільних підручників;

д) перелік наочних навчальних посібників.

6. Таблична інформаційна модель являє собою:

а) набір графіків, малюнків, креслень, схем, діаграм;

б) опис ієрархічної структури будови модельованого об’єкта;

в) опис об’єктів (або їхніх властивостей) у вигляді сукупності значень розміщуються в таблиці;

г) системи математичних формул;

д) послідовність пропозицій природною мовою.

7. Вкажіть помилкове продовження до вислову: «До інформаційного процесу пошуку інформації можна віднести ...»:

а) безпосереднє спостереження;

б) упродовж довідкової літератури;

в) запит до інформаційних систем;

г) побудову графічної моделі явища;

д) прослуховування радіопередач.

8. Вкажіть істинне висловлювання:

а) безпосереднє спостереження – це зберігання інформації;

б) читання довідкової літератури – це пошук інформації;

в) запит до інформаційних систем – це захист інформації;

г) побудова графічної моделі явища – це передача інформації;

д) прослуховування радіопередачі – це процес обробки інформації.

9. Що таке інформаційна модель:

а) реляційна база даних, яка відображає зв’язки між частинами зразка;

б) виражена за допомогою знаків вербальна модель, представлення відповідно до певних правил і максимально об’єкта;

в) представлена на комп’ютері інформація про зразок;

г) сукупність усієї інформації про досліджувані об’єкти, процеси, явища;

д) інструкція до використання пилососу.

10. Що таке зразок у моделюванні:

а) порядок дослідження, якого потрібно дотримуватися під час моделювання;

б) алгоритм побудови моделі;

в) об’єкт, процес, явище, що слугує основою для побудови теорії;

г) об’єкт, процес, явище, для якого будується модель і який вимагає вивчення;

д) креслення будівлі.

11. Процесом побудови моделей називається:

а) моделювання;

б) експериментування;

в) конструювання;

г) проектування;

д) інтегрування функцій.

12. Інструментом для комп'ютерного моделювання є:

а) сканер;

б) принтер;

в) комп'ютер;

г) монітор;

д) столярний верстат.

13. Подання істотних властивостей і ознак об'єкта моделювання в обраній формі називається:

а) моделюванням;

б) формалізацією;

в) систематизацією;

г) дослідженням;

д) кресленням.

14. У чому полягає побудова математичної моделі:

а) у визначенні зв'язків між певними процесами та явищами створення математичного апарату, що дозволяє висловити кількісно зв'язок між певними процесами та явищами, між важливими для фахівця фізичними величинами і факторами, що впливають на кінцевий результат;

б) у визначенні зв'язків між певними процесами та явищами створення математичного апарату, що дозволяє висловити кількісно і якісно зв'язок між певними процесами та явищами, між важливими для фахівця фізичними величинами і факторами, що впливають на кінцевий результат;

в) у визначенні зв'язків між певними процесами та явищами створення математичного апарату, що дозволяє висловити кількісно зв'язок між певними процесами та явищами, між важливими

для фахівця математичними величинами і факторами, що впливають на кінцевий результат;

г) у визначенні зв’язків між певними процесами та явищами створення математичного апарату, що дозволяє висловити кількісно і якісно зв’язок між певними процесами та явищами, між важливими для фахівця математичними величинами і факторами, що впливають на кінцевий результат;

д) у розробці креслення будівлі.

15. Вкажіть правильну відповідь:

Трійка понять, що у відношенні «об’єкт – інформаційна модель – матеріальна модель»:

а) людина – медична карта – фотографія;

б) людина – анатомічний скелет – манекен;

в) літак – малюнок літака – макет літака;

г) стіл – кімната – будівля;

д) район – область – країна.

РОЗДІЛ 3
ВИДИ МОДЕЛЮВАННЯ

Збери всередині себе свої думки
і в собі самому шукай справжніх благ.
Копай всередині себе криницю для тої води,
яка зросить і твою оселю, і сусідську.
Григорій Сковорода

Види моделювання. Концептуальне моделювання. Інформаційне моделювання. Імітаційне моделювання. Поняття імітаційного моделювання. Процес імітаційного моделювання. Планування імітаційних експериментів. Питання проектування імітаційних моделей. Наукове імітаційне моделювання. Переваги та недоліки імітаційного моделювання. Комп'ютерне моделювання. Сутність комп'ютерного моделювання. Види комп'ютерного моделювання. Сфери застосування комп'ютерного моделювання. Приклади комп'ютерного моделювання. Статистичне моделювання. Математичне моделювання. Визначення математичного моделювання. Класифікація математичних моделей у природничих науках. Пряма і зворотна задачі математичного моделювання. Лінійні моделі. Аналогове моделювання. Резюме. Практикум: обговорення. Самоконтроль. Перелік питань. Тестові питання.

3.1. Види моделювання

Унаслідок багатозначності поняття «модель» у науці і техніці не існує єдиної класифікації видів моделювання: класифікацію можна проводити за характером моделей, модельованих об'єктів, сферами застосування моделювання (в техніці, фізичних науках, кібернетиці та ін.) тощо. Наприклад, можна виділити такі види моделювання:

• інформаційне;

• комп’ютерне;
• математичне;
• математико-картографічне;
• молекулярне;
• цифрове;
• логічне;
• педагогічне;
• психологічне;
• статистичне;
• структурний;
• фізичне;
• економіко-математичне;
• імітаційне;
• еволюційний;
• тощо.

Нині важко вказати сферу людської діяльності, де не застосовувалося б моделювання. Розроблено, наприклад, моделі виробництва автомобілів, вирощування пшениці, функціонування окремих органів людини, життєдіяльності Азовського моря, наслідків атомної війни тощо. У перспективі для кожної системи можуть бути створені свої моделі, перед реалізацією кожного технічного або організаційного проекту має проводитися моделювання.

Кожен з наведених видів моделювання можна розписати більш детально. Наприклад, що таке психологічне моделювання?

Психологічне моделювання – створення формальної моделі психічного або соціально-психологічного процесу, тобто формалізованої абстракції цього процесу, що відтворює його деякі основні, ключові, на думку дослідника, моменти з метою його експериментального вивчення або з метою екстраполяції відомостей про нього на те, що дослідник вважає окремими випадками цього процесу.

На початку XX століття в психології широко використовувалися моделі «гідравлічного типу», засновані на принципі компенсації – «в одному місці поменшало, в іншому додалося» (на цьому ж застарілому принципі заснована так звана модель А, що

використовується в соціоніці). Подібні моделі донині використовуються в популярній психології (наприклад, модель трьох станів ЕГО, запропонована Е. Берном).

Сьогодні в психології усе частіше використовуються моделі, засновані на ймовірнісно-статистичній оцінки явищ і алгоритмічному підході.

Неважко зрозуміти, що наведений вище перелік можливих видів моделювання не є їхньою класифікацією – зазвичай класифікація проводиться за певними ознаками.

Тут неможливо охопити всі перераховані види моделювання, а отже, наведемо лише деякі види:

• **концептуальне моделювання**, у разі якого сукупність уже відомих фактів або подань щодо досліджуваного об'єкта або системи тлумачиться за допомогою деяких спеціальних знаків, символів, операцій над ними або за допомогою природної чи штучної мов (URL: www.tlookup.ru);

• **фізичне моделювання**, у разі якого модель і модельований об'єкт є реальними об'єктами або процесами єдиної чи різної фізичної природи, причому між процесами в об'єкті оригіналу і в моделі виконуються деякі співвідношення подібності, що випливають з подібності фізичних явищ;

• **структурно-функціональне моделювання**, у разі якого моделями є схеми (блок-схеми), графіки, креслення, діаграми, таблиці, малюнки, доповнені спеціальними правилами їхнього об'єднання і перетворення;

• **математичне (логіко-математичне) моделювання**, яке здійснюється засобами математики і логіки;

• **імітаційне (програмне) моделювання**, у разі якого логіко-математична модель досліджуваного об'єкта є алгоритмом функціонування об'єкта, реалізованим у вигляді програмного комплексу для комп'ютера;

• **комп'ютерне (обчислювальне) моделювання**, яке здійснюється засобами комп'ютерних технологій (засобами обчислювальної техніки).

Перераховані вище види моделювання не є взаємовиключними і можуть застосовуватися під час дослідження складних

об’єктів або окремо, або в деякій комбінації. При цьому варто додати, що і самі визначення кожного з наведених видів у багатьох випадках наводяться зовсім по-іншому.

Зокрема, якщо розглянути більш детально наведене **комп’ютерне моделювання**, то багато з авторів включають до нього:

• математичне моделювання;

• імітаційне моделювання;

• стохастичне моделювання.

Під терміном «**комп’ютерна модель**» розуміють умовний образ об’єкта чи деякої системи об’єктів (або процесів), описаний за допомогою рівнянь, нерівностей, логічних співвідношень, взаємопов’язаних комп’ютерних таблиць, графів, діаграм, графіків, малюнків, анімаційних фрагментів, гіпертекстів тощо, і відображають структуру і взаємозв’язки між елементами об’єкта. Комп’ютерні моделі, описані за допомогою рівнянь, нерівностей, логічних співвідношень, взаємопов’язаних комп’ютерних таблиць, графів, діаграм, графіків, називатимемо **математичними**. Комп’ютерні моделі, описані за допомогою взаємопов’язаних комп’ютерних таблиць, графів, діаграм, графіків, малюнків, анімаційних фрагментів, гіпертекстів тощо, відображаючи структуру і взаємозв’язки між елементами об’єкта, називатимемо **структурно-функціональними**.

Комп’ютерні моделі (окрему програму, сукупність програм, програмний комплекс), що дозволяють за допомогою послідовності обчислень і графічного відображення результатів її роботи відтворювати (імітувати) процеси функціонування об’єкта (системи об’єктів) за умови впливу на об’єкт різних, як правило, випадкових факторів (**стохастичне моделювання**), називатимемо **імітаційними**.

Сутність комп’ютерного моделювання полягає в отриманні кількісних і якісних результатів за наявної моделі. Якісні результати аналізу виявляють невідомі раніше властивості складної системи: її структуру, динаміку розвитку, стійкість, цілісність та ін. Кількісні висновки в основному носять характер аналізу існуючої системи або прогнозу майбутніх значень деяких

змінних. Можливість отримання не тільки якісних, а й кількісних результатів становить істотну відмінність імітаційного моделювання від структурно-функціонального.

Далі, як уже зазначалося, більш детально будуть розглядатися лише деякі з видів моделювання, які відрізняються важливістю, популярністю, розповсюдженістю та актуальністю.

3.2. Концептуальне моделювання

Концептуальною називається абстрактна модель, яка виявляє причинно-наслідкові зв'язки, властиві досліджуваному об'єкту в межах, визначених цілями дослідження. Це формальний опис об'єкта моделювання, який відображає концепцію (погляд дослідника на проблему). Ця модель існує в уяві розробника, тобто вона суб'єктивна за своєю природою і відображає загальні властивості та закономірності у світі об'єктів.

Концептом називають деяку структуру, що необхідна для визначення об'єктів. Останні можна визначити через перелік їхніх атрибутів (властивостей). З позиції аналізу системи, яка моделюється, це – найважливіший етап, бо неправильно сформульована концепція призведе до побудови неправильної моделі.

Є інше визначення концептуальної моделі (термінологічний словник, який розроблено Міністерством оборони США). **Концептуальна модель** – це формулювання змістовного і внутрішнього зображення процесу або системи, яке поєднує концепцію користувача і розробника моделі. Вона включає в чіткому вигляді логіку, алгоритми, припущення й обмеження стосовно моделі.

Під час розроблення концептуальної моделі необхідно:

• визначити цілі моделювання;

• сформулювати цільові функції (критерії якості) системи, яка моделюється;

• вибрати ступінь деталізації зображення моделі;

• описати вихідні, вхідні змінні і параметри моделі;

• подати функціональні залежності, які описують поведінку змінних і параметрів;

• описати обмеження на можливі зміни величин;

• розробити структурну схему концептуальної моделі та скласти опис її функціонування.

Розроблення концептуальної моделі починається зі складання змістовного опису процесу функціонування об'єкта відповідно до принципів системного аналізу. З урахуванням зазначених цілей та обмежень формулюються критерії функціонування системи або цільові функції, визначаються структура системи, вхідні, вихідні змінні, зовнішні впливи, внутрішні параметри системи, функціональні залежності, які описують змінні і параметри, обмеження на змінні. Якщо формулювати зміст цього етапу з позицій теорії керування, то фактично вирішується задача структурної та параметричної ідентифікації в широкому розумінні. Клас і структура математичної моделі вибираються на основі результатів теоретичного аналізу об'єкта з урахуванням загальних закономірностей процесів, які відбуваються в системі, або на підставі апріорної інформації. Математичною моделлю може бути й алгоритм.

Під час побудови концептуальної моделі об'єкта суттєвим є виділення та опис станів об'єкта. Стан системи визначається неперервними або дискретними значеннями характеристик елементів системи. Важливість поняття стану під час моделювання систем і керування ними полягає у забезпеченні можливості пов'язати з кожною вхідною змінною єдину вихідну змінну, використовуючи стан системи як параметр. Отже, динамічну поведінку системи задають шляхом описування переходів її з одного стану до іншого в просторі станів.

Стани системи можуть змінюватись безперервно або в дискретні моменти часу, що, у свою чергу, визначає клас неперервних або дискретних математичних моделей, які використовуються для опису поведінки системи. Імітаційне моделювання, по суті, полягає у динамічному відображенні станів системи упродовж певного проміжку часу.

Важливим є визначення ступеня точності опису реального процесу для отримання ймовірної інформації шляхом моделювання, тобто вибір необхідного рівня деталізації опису процесів

функціонування системи. Цей рівень залежить від цілей моделювання, заданих обмежень і можливості отримати вхідні дані з потрібною точністю. Більш детальна модель буде точнішою, однак вона буде складнішою і дорожчою, бо для її побудови, перевірки, документування та використання необхідні більші затрати. Водночас детальніша модель – точніша і тому частіше застосовуватиметься. Отже, доводиться встановлювати рівновагу між вимогами дослідження та вартістю моделі. На рис. 3.1 показано, як змінюються показники моделі залежно від обраної точності.

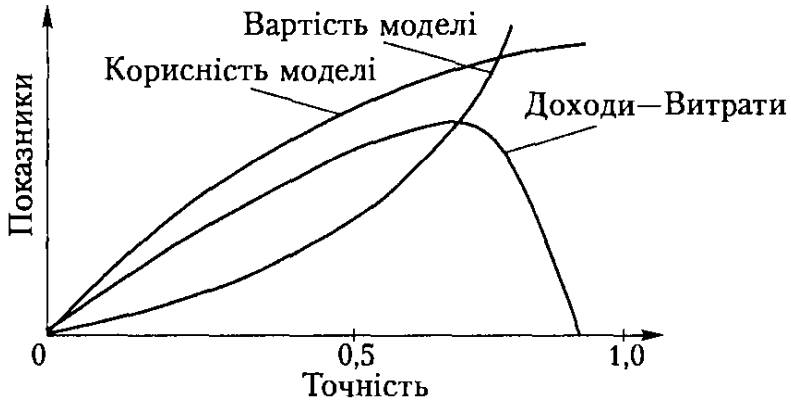


Рис. 3.1. Залежність показників моделі від обраної точності

Для оцінювання рівня деталізації моделі можна використовувати показники ступеня деталізації. Одним з них є відношення реального часу до модельного, тобто співвідношення між часом моделювання імітаційної моделі із заданим набором даних і часом роботи реальної системи з тим самим набором даних. Іншим важливішим показником є часова розрізнювальна здатність моделі, яка визначається як найкоротший інтервал часу між послідовними подіями, що фіксуються під час моделювання, тобто найменша ідентифікована порція інформації в моделі.

Рівень деталізації може бути неоднаковим для всієї моделі. Часто він підвищується для тих частин, для яких передбачається велика залежність точності результатів моделювання від обраної точності опису цих частин.

Від обраного рівня деталізації моделі залежить і її стійкість, тобто здатність точно відтворювати поведінку системи, конфігурація якої або вхідні дані для якої не було передбачено на етапі

побудови моделі. Стійкість, як звичайно, зростає зі збільшенням деталізації моделі. Наприклад, під час побудови моделі комп'ютера з метою визначення середнього часу виконання програм, які надходять до нього, можна використати СМО з одним пристроєм. Ця модель відтворюватиме вхідний потік програм із заданим розподілом імовірності часу надходження їх до комп'ютера. Час виконання цих програм буде заданим деякою функцією розподілу ймовірностей. Ця модель буде досить узагальненою, але вона дасть змогу знайти середній час виконання програм комп'ютером.

Ступінь деталізації системи під час побудови моделі має визначатися на основі принципів доцільності, тобто з урахуванням вигоди від використання моделі та затрат на її створення.

На етапі розроблення концептуальної моделі визначаються вимоги до вхідних даних. Для цього можуть використовуватися різні методи вимірювань, якщо модельована система реально існує. Частину даних можна отримати з технічної та конструкторської документації системи, офіційних звітів, статистичних збірників, довідників. Під час моделювання виробничих систем важливими джерелами вхідних даних, крім фінансової, технічної і технологічної документації, є також анкетування.

Вхідні та внутрішні змінні вибираються відповідно до ступеня деталізації різних частин моделі з урахуванням можливих змін і доступності первинних даних. У разі побудови стохастичної імітаційної моделі доводиться ухвалювати рішення, які далі доцільно використовувати в моделі – емпіричні, теоретико-ймовірнісні або ті, що були отримані на основі результатів статистичного аналізу. Під час вибору способу задання стохастичних змінних потрібно враховувати такі особливості.

1. Використання необроблених емпіричних даних дає змогу імітувати тільки процеси і події, що вже відбулися, тому важливо знати, що цей розподіл буде незмінним у часі.

2. Застосування випадкових розподілів імовірностей визначає закономірності модельованих процесів, а методи їхнього моделювання ефективніше, ніж використання табличних значень, з погляду на економію ресурсів комп'ютера.

У подальшому під час моделювання надзвичайно важливо провести випробування моделі на чутливість результатів моделювання до зміни видів розподілів та їх параметрів, тобто до вхідних даних.

Щоб отримати вхідні дані, необхідні для моделювання обчислювальних комплексів, які входять до складу технічного забезпечення інформаційних систем, використовують спеціальні програмні засоби вимірювання (тести), які дають змогу визначити продуктивність комп'ютерних систем. Для технічних і виробничих систем використовують зазвичай засоби хронометражу виконання операцій або технологічні карти.

Найскладнішим є збирання статистичних даних про зовнішні впливи на систему. Це пов'язано з великою трудомісткістю та вимагає значних витрат часу, особливо коли деякі події трапляються рідко.

Для новостворюваних систем вихідні дані можуть взагалі не існувати. У цьому разі для отримання даних застосовують експертні оцінки, які одержують шляхом опитування групи експертів і фахівців у цій сфері.

До отримуваних вхідних даних потрібно підходити з великою відповідальністю, оскільки від них залежать майбутні результати моделювання. Використання неточних даних призводить до неправильних результатів моделювання.

Побудова концептуальної моделі – найвідповідальніший етап моделювання. Неправильна концепція, покладена в основу моделі, неправильні припущення про взаємозв'язки змінних і параметрів призводять до того, що виконання подальших етапів побудови імітаційної моделі виявляється безглуздим і часто спричиняє невиправдані затрати.

Після побудови концептуальної моделі перевіряють її відповідність об'єкта моделювання, використовуючи метод оберненого перетворення. Розглядається побудована модель, здійснюється перехід до ухвалених припущень, апроксимацій та спрощень і повернення до реальних процесів та явищ системи, що моделюється.

Побудована концептуальна модель подається на обговорення експертам, які повинні визначити її відповідність цілям

моделювання з погляду вирішення поставленої проблеми. У деяких випадках після створення концептуальної моделі й аналізу її функціонування фахівці можуть отримати достатню інформацію для суттєвого поліпшення роботи системи, яка моделюється, без побудови імітаційної моделі.

3.3. Інформаційне моделювання

Коли людина чує слова «модель» і «моделювання», перед її уявою зазвичай пробігають картинки з дитинства: зменшені копії автомобілів і літаків, глобус, манекен, макети будівель тощо. Ці та багато інших речей часто відображають будь-які загальні властивості або функції справжніх предметів чи об'єктів, тільки в більш спрощеному вигляді. Використовуючи такі моделі, можна простіше пояснити особливості оригіналу. Інформаційна модель, приклади якої наочно і зрозуміло пояснюють багато складних для розуміння процесів, також підпорядковується основним вимогам моделювання.

Вищесказане може привести нас до такого висновку: моделі, будучи подобою реальних предметів або процесів, не повинні відображати всі властивості оригіналів, а тільки ті характеристики, які в певній ситуації більш затребувані для їх застосування. Немає необхідності відображати все різноманіття властивостей об'єкта – це може призвести до ускладнення моделі і незручності її використання. Тому досить важливо розуміти, з якою метою була створена модель, які її параметри повинні бути відображені в цьому конкретному випадку. Під час моделювання необхідно чітко дотримуватися такого логічного ланцюжка: «об'єкт – мета – модель».

3.3.1. Поняття інформаційної моделі

Під час формування мети моделювання постає питання правильності і повноти створення списку якостей і характеристик майбутньої моделі. Опис об'єкта моделювання часто називають терміном «інформаційна модель». Приклади її використання

можна бачити в різних формах: графічних, словесних, табличних, математичних і багатьох інших. Чим точніше інформаційна модель, тим якісніше і повно вона відображає сукупність властивостей оригінального об'єкта. Тому необхідно виділити тільки найнеобхідніші параметри для моделювання та встановити зв'язки між ними. Цей процес називається системним аналізом.

Однією з характеристик інформаційної моделі є форма її подання, яка тісно пов'язана з метою створення образу. Якщо однією з вимог до проекту є його наочність, то використовується графічна інформаційна модель. Приклади такої знайти нескладно: електричні схеми, карти місцевості, різні графіки і креслення. Причому одні й ті ж дані, наприклад графік зміни температури упродовж місяця, можна уявити в різних формах, наприклад у табличній або текстовій.

Коли інформаційна модель сформована, її параметри можна використовувати для вивчення реального об'єкта, прогнозування його поведінки в різних умовах, проведення розрахунків. Часто задіють змішані інформаційні моделі. Приклади використання такої форми моделювання можна зустріти в будівництві, коли формуються і відображаються окремі характеристики складного об'єкта, наприклад будівлі, у вигляді креслень, математичних розрахунків міцності і допустимих навантажень. Ще одним яскравим прикладом змішаної інформаційної моделі слугує географічна карта з її топографічними символами, написами, таблицями. Така модель може також представлятися у вигляді графіків, діаграм, таблиць, схем. Останні умовно поділяються на карти, блок-схеми і графи.

Для зручності роботи з інформаційними моделями їх умовно поділяють на декілька великих блоків: за сферою використання, фактором часу, галуззю знань і формою подання. Також їх ще можна розділити за типом побудови (табличні, ієрархічні і мережні), формою подання даних (знакові й образно-знакові) й об'єктом (опис властивостей об'єкта або процесу).

Форми інформаційних моделей відрізняються графічним зображенням об'єкта, зафіксованим на будь-якому носії інформації (плівці, папері, дошці). До такого типу моделей можна зарахувати

різні фотографії, малюнки, графіки. Приклади подібної інформаційної моделі часто зустрічаються в навчальних закладах, де на плакатах надається багато інформації в графічному вигляді. Ще один варіант її використання – ілюстрації в будь-якому шкільному підручнику, такі як схема побудови військ на битві. Приклади подібної інформаційної моделі можна побачити і в наукових організаціях.

Інформаційні моделі можуть бути статичними і динамічними. Характеристики об'єкта певного зрізу часу описують статичні інформаційні моделі. Приклади їх використання можна зустріти під час будівництва будинку, коли розглядаються його міцність і стійкість до статичного навантаження; або в стоматології, де описується стан порожнини рота пацієнта під час поточного прийому: кількість пломб, наявність дефектів тощо.

Якщо розглядати динаміку зміни стану пацієнта за декілька прийомів або упродовж декількох років, то під час опису тих самих характеристик буде використовуватися динамічна модель. Приклади динамічних інформаційних моделей зустрічаються під час роботи з факторами або характеристиками, які змінюються в часі. Серед них: зміни температур, сейсмічні коливання та ін.

До інформаційних відносять і **вербальні моделі**, які представляються в розмовній або уявній формі. Вони ще мають назву «словесні інформаційні моделі». Приклади такого моделювання можна спостерігати у разі управління автомобілем: ситуація на дорозі, показання світлофорів, швидкість сусідніх автомобілів тощо, які аналізуються людиною. При цьому виробляється певна модель поведінки. Якщо поточна ситуація змодельована правильно, то цей відрізок шляху буде безпечним. Якщо її немає, велика ймовірність аварії. Також до вербальних моделей відносять риму, яку вигадав поет, або досі ще не нанесений на полотно образ пейзажу перед уявним поглядом художника. До вербального типу відносять і описову інформаційну модель, яка являє собою письмовий або усний опис об'єкта засобами мови. Приклад описової інформаційної моделі: проза в художніх книгах, опис у художній літературі, текстовий опис подій і об'єктів.

Якщо характеристики об’єкта постають у вигляді спеціальних знаків, відображені засобами формальної мови, то вони являють собою **знакові інформаційні моделі**. Приклади їхні оточують нас з усіх боків: графіки, схеми, тексти тощо.

Знакові і вербальні моделі тісно взаємопов’язані між собою: уявний образ можна втілити у знакову форму, а знакова модель формує певний уявний образ. Наприклад, прочитавши опис будь-якого явища, людина створює собі його модель, і та, зустрівши це явище в житті, може його впізнати за сформованою моделлю. Знакові інформаційні моделі можна розділити на геометричні, словесні, математичні, структурні, логічні, спеціальні.

Як варіант знакової, можна розглянути **математичну інформаційну модель**. Її особливість у тому, що характеристики, параметри або процеси представлені математичними формулами. Також цей вид описує співвідношення між кількісними характеристиками об’єктів. Наприклад, знаючи масу тіла, можемо обчислити швидкість його вільного падіння в певний момент часу. При цьому інформаційні об’єкти зазвичай представлені у формі математичних. Математичні моделі можна розділити на безліч типів: статичні, динамічні, дискретні, безперервні, імітаційні, імовірнісні, логічні, множинні, алгоритмічні, ігрові тощо.

Модель, об’єкти або властивості якої представляються у вигляді списку, а їхні значення розташовуються в осередках прямокутної таблиці, називають **табличною**. Це один з типів передачі інформації, що найбільш часто зустрічаються. За допомогою таблиць є можливість сформувати статичні та динамічні інформаційні моделі в різних прикладних сферах. У житті використовуємо це, наприклад, коли створюємо розклад транспорту, програму телепередач тощо.

Табличні інформаційні моделі бувають трьох видів: виконавчі, «об’єкт-властивість», «об’єкт-об’єкт». Для того щоб навести приклади табличних інформаційних моделей, потрібно розібрати їхню структуру. У таблицях типу «об’єкт-об’єкт» у першому рядку і в першому стовпці перераховуються об’єкти. В інших осередках відбивається взаємовідношення між ними. Таблиця, у шпальтах і рядках якої містяться назви міст, а інформаційне

наповнення показує наявність якісного характеру зв'язку між ними (наявність прямої дороги), може слугувати зразком типу «об'єкт-об'єкт». У таблицях типу «об'єкт-властивість» у кожному рядку розміщуються параметри одного об'єкта або події, а у стовпчиках міститься інформація про їхні характеристики або властивості. Прикладом структури такого типу може бути інформація про зміну стану погоди в різні дні.

Табличні моделі зручні для невеликих систем об'єктів. Під час створення складної системи модель може стати занадто великою і незручною для використання саме тому, що вона представлена у вигляді прямокутної таблиці. Наприклад, якщо створити в табличному вигляді схему ліній метрополітену з об'єктами-станціями і зазначенням, чи є між ними перехід або перетин, то така таблиця матиме величезну надмірність – більше десяти тисяч значень, і користуватися нею виявиться досить складно. Отже, тому потрібно використовувати ієрархічні та мережеві інформаційні моделі.

3.3.2. Ієрархічні та мережеві інформаційні моделі

Ієрархічні системи зазвичай представлені в графічному вигляді, у формі графів – зв'язків між об'єктами, розподіленими за рівнями. Усі елементи верхніх рівнів складаються з елементів нижніх, а елементи нижнього рівня належать тільки одному елементу більш високого рівня. Окремий приклад моделі такого типу – генеалогічне древо.

Мережеві моделі більш компактні, оскільки відображають найбільш важливі зв'язки між об'єктами. Найчастіше вони представлені в наочному графічному вигляді. Прикладом такої мережевої моделі є схема ліній метрополітену. Використання інформаційних моделей у процесі моделювання здійснюється на комп'ютері.

Здійснювати моделювання зручно з використанням обчислювальної техніки. Сам процес можна умовно розбити на декілька етапів.

Спочатку **на першому етапі** проводиться побудова інформаційної моделі: визначення проведеного дослідження, виділення

важливих параметрів об’єкта, відповідних цієї мети, видалення несуттєвих параметрів.

На **другому етапі** відбувається створення формалізованої моделі: проводиться вираз описової інформаційної моделі засобами формальної мови, фіксуються відносини між величинами і ставляться необхідні обмеження на їхню зміну.

На **наступному етапі** здійснюється перетворення формалізованої моделі в комп’ютерну, тобто складання алгоритму, проведення розрахунків, написання програм або використання спеціалізованого програмного забезпечення.

Після перевірки правильності створення моделі і її відповідності призначеній меті починається безпосереднє використання. Під час виникнення необхідності проводиться корекція.

Застосування обчислювальної техніки помітно спрощує створення інформаційних моделей, їх зміну, виправлення. Є можливість помістити змодельований об’єкт у будь-яке оточення і перевірити його поведінку або трансформацію характеристик у різних умовах, не піддаючи його при цьому впливу цих факторів.

3.4. Імітаційне моделювання

3.4.1. Поняття імітаційного моделювання

Термін «моделювання» відповідає англійському слову «modeling», тобто побудові моделі та її аналізу. Англійський термін «simulation» відповідає прийнятому терміну «імітаційне моделювання», але часто вони використовуються разом, коли йдеться про технологічні або системні етапи моделювання, пов’язані з ухваленням рішень за допомогою моделей.

Коли зазначають про імітаційне моделювання, то припускають використання деякої структурної схеми, математичного забезпечення, а також обчислювального пристрою для створення відповідної програми. Звідси випливає визначення імітаційного моделювання.

Імітаційною моделлю називають абстрактну динамічну модель, реалізовану, як правило, на ЕОМ і яка б відтворювала в

рамках встановлених обмежень поведінку оригіналу в хронологічному порядку.

Імітаційне моделювання – це метод конструювання моделі системи та проведення експериментів. Однак під таке визначення підпадають майже всі види моделювання. Тому варто виділити суттєві особливості імітаційного моделювання. Перш за все слід подати в моделі структуру системи, тобто загальний опис елементів і зв'язків між ними, потім визначити засоби відтворення в моделі поведінки системи. Здебільшого поведінку системи описують за допомогою станів і моментів переходів між ними. Стан системи в момент часу t визначають як множина значень певних параметрів системи у цей самий момент часу t. Будь-яку зміну цих значень можна розглядати як перехід до іншого стану. І нарешті, імітаційна модель має відобразити властивості середовища, в якому функціонує досліджувана система. Зовнішнє середовище задають вхідними впливами на модель.

Уся інформація про імітаційну модель загалом має логіко-математичний характер і подається у вигляді сукупності алгоритмів, які описують процес функціонування системи. Отже, здебільшого імітаційною моделлю є її програмна реалізація на комп'ютері, а імітаційне моделювання зводиться до проведення експериментів з моделлю шляхом багаторазового прогону програми з деякою множиною даних – середовищем системи. Під час імітаційного моделювання може бути задіяно не тільки програмні засоби, але й технічні, люди та реальні системи.

З математичної точки зору імітаційну модель можна розглядати як сукупність рівнянь, які розв'язують з використанням чисельних методів у разі кожної зміни модельного часу. Окремі рівняння можуть бути простими, але їхня кількість і частота розв'язання досить великими. Розв'язання таких рівнянь під час імітаційного моделювання означає встановлення хронологічної послідовності подій, які виникають у системі і відображають послідовність її станів. Отже, імітаційна модель функціонує так само, як система.

За влучним висловом Р. Шеннона (1978), імітаційне моделювання це щось проміжне між мистецтвом і наукою, напрям,

поява якого цілком зобов’язана бурхливому зростанню можливостей обчислювальної техніки.

Імітаці́йне моделюва́ння – це метод, що дозволяє будувати моделі процесів, що описують, як ці процеси проходили б насправді.

Таку модель можна «програти» в часі як для одного випробування, так і заданої їхньої кількості. При цьому результати визначатимуться випадковим характером процесів. За цими даними можна отримати достатньо стійку статистику.

Імітаційне моделювання – це метод дослідження, заснований на тому, що система, яка вивчається, замінюється імітатором і з ним проводяться експерименти з метою отримання інформації про цю систему. Експериментування з імітатором називають імітацією (імітація – це збагнення сутності явища, не вдаючись до експериментів на реальному об’єкті).

Імітаційне моделювання – це окремий випадок математичного моделювання. Існує клас об’єктів, для яких з різних причин не розроблені аналітичні моделі або методи розв’язування задач про такі моделі. У цьому випадку математична модель замінюється імітатором або імітаційною моделлю.

Імітаційна модель – (у вузькому значенні) логіко-математичний опис об’єкта, який може бути використаний для експериментування на комп’ютері в цілях проектування, аналізу й оцінки функціонування об’єкта.

Імітація як метод розв’язування нетривіальних задач отримала початковий розвиток у зв’язку із створенням ЕОМ в 1950 – 1960-х роках.

Можна виділити такі різновиди імітації:

• метод Монте-Карло (метод статистичних випробувань);

• метод імітаційного моделювання (статистичне моделювання);

• імітаційне ігрове моделювання;

• агентне моделювання;

• метод дискретного моделювання;

• системна динаміка.

Переваги застосування імітаційного моделювання найбільш помітно виявляються у разі моделювання виробничих і технологічних процесів, процесів матеріально-технічного забезпечення виробництва, у логістиці, а також під час проведення бізнес-планування, екологічних і соціологічних досліджень. Важливо, що імітаційне моделювання використовується швидше як спосіб для осмислення проблеми і допомагає в цьому більше, ніж простий текстовий або математичний опис проблеми. Воно дає змогу побачити складний процес ухвалення рішення більш масштабно з погляду процесів, які відбуваються всередині системи, що моделюється.

Часто моделювання припиняють ще до того, як будуть отримані конкретні результати. Визначення моменту, в який зацікавлені сторони, зрозуміють, що ж насправді відбувається в системі, уже може бути рішенням проблеми. Тому навіть не завжди потрібно провадити статистичну обробку результатів експерименту. Звичайно, це не є правилом, адже імітаційні моделі взагалі використовуються саме для експериментальних цілей, але безсумнівно те, що імітаційне моделювання – це технологічний процес, який проходить безліч стадій, вимагаючи від фахівців великих розумових і часових витрат.

Питання доцільності використання імітаційного моделювання розглядалось упродовж багатьох років різними дослідниками. Проаналізувавши ряд праць, можна зробити такі висновки.

1. Імітаційне моделювання дає змогу досліджувати внутрішні взаємодії у складних системах або підсистемах у межах складної системи, а також експериментувати з ними.

2. Моделюючи інформаційні, організаційні впливи і впливи зовнішнього середовища, можна оцінити ефекти цих впливів на поведінку (функціонування) системи.

3. На основі знань, отриманих під час проектування імітаційної моделі, можна визначити способи вдосконалення системи, яка моделюється.

4. Змінюючи вхідні дані під час моделювання і спостерігаючи за вихідними даними, можна виявити, які змінні найбільш важливі та як вони взаємодіють.

5. Імітаційне моделювання можна використовувати як метод для поліпшення рішень, отриманих під час аналітичного аналізу, а також для перевірки аналітичних рішень.

6. Імітаційне моделювання можна використовувати для проведення експериментів з новими проектами або стратегіями їхнього упровадження, щоб заздалегідь спрогнозувати результати.

7. Імітаційне моделювання можна застосовувати для визначення вимог, яким має відповідати пристрій або система.

8. Імітаційні моделі можна використовувати для навчання операторів складних технологічних процесів без зайвих затрат на придбання обладнання, яке може пошкоджуватись, і запобігаючи нещасним випадкам.

9. Для імітаційного моделювання можна використовувати засоби анімації, які дають змогу спостерігати за операціями, що моделюються.

10. Сучасне виробництво настільки складне, що взаємозв'язки в ньому можна інтерпретувати тільки шляхом проведення імітаційного моделювання.

Аналізуючи праці Р. Шенона і Дж. Банкса, можна визначити також ситуації, коли провадити імітаційне моделювання не варто, а саме:

• проблему можна вирішити шляхом логічного аналізу ситуації;

• проблему можна розв'язати аналітичними методами, наприклад за допомогою теорії СМО;

• результати можна отримати шляхом проведення прямих експериментів з об'єктом без втручання в технологічний процес, наприклад за допомогою хронометражу на робочих місцях;

• для розроблення імітаційного проекту за визначений строк немає достатньої кількості ресурсів;

• не можна отримати необхідні вхідні дані (імітаційне моделювання потребує великої кількості різноманітних даних, які досить важко збирати, більш того, вони можуть бути просто недоступними);

• менеджери організації, яка замовляє проект, бажають отримати забагато від імітаційного моделювання і досить швидко;

• поведінка (режими функціонування) модельованої системи досить складна або невизначена.

Перш ніж розпочати побудову моделі потрібно мати певну схему її проектування, за якою визначають основні принципи і методи розроблення імітаційної моделі. Сукупність правил виявлення та застосування системних принципів і методів визначає методологію проектування. Її можна розглядати на різних рівнях деталізації залежно від обраних засобів розроблення програмних реалізацій імітаційної моделі. За допомогою обраних програмних засобів визначають і можливі методи їхнього застосування.

Для створення імітаційних програм на рівні мовних засобів побудови моделей потрібно розробити алгоритми імітації, які можна подати у вигляді наборів типових обчислювальних схем. За обчислювальною схемою імітаційного алгоритму розуміють спосіб його організації, який дає змогу відтворити в модельному часі динаміку функціонування системи.

Імітаційне моделювання доцільно провадити, наприклад, для виконання таких задач:

• вибір та обґрунтування технологічного маршруту виготовлення виробів;

• оцінювання страхових запасів на дільницях комплектації складального виробництва;

• дослідження роботи автоматизованого складу;

• вибір складу технологічного устаткування на дільниці за критерієм мінімізації часу обробки;

• вибір організаційної структури керування цехом підприємства;

• аналіз роботи системи збирання, передавання та обробки інформації;

• аналіз часу доступу користувачів до інформаційної бази;

• вибір комплексу технічних засобів для оброблення інформації в організації або на підприємстві.

З наведеного вище переліку задач видно, що одна й та сама імітаційна модель має будуватись як багатоцільова, яка дає змогу розв’язувати декілька різних задач, тобто вирішувати деяку проблему. Проблема відрізняється від задачі тим, що точні методи її

розв’язування невідомі. Проблема завжди є комплексною і складається з кількох задач. Тому, формулюючи проблему, для розв’язання якої розробляється модель, потрібно, в першу чергу, визначити цілі моделювання, потім обстежити об’єкт моделювання (систему або процес), визначити межі, в яких провадитиметься дослідження. На цьому етапі моделювання широко залучаються фахівці, що мають досвід роботи з експлуатації системи і виступають експертами з розробки змістовної постановки задачі.

Після завершення цього етапу на змістовному рівні описуються основні характеристики системи, вхідні та вихідні змінні, їх взаємозв’язок, зовнішні впливи на систему, визначаються основні критерії функціонування системи та обмеження. Подальше уточнення та формалізацію моделі здійснюють на етапі створення концептуальної моделі.

Імітаційні моделі не здатні формувати рішення в такому вигляді, як в аналітичних моделях, а слугують лише засобом для аналізу поведінки системи (оригіналу) в умовах, які визначаються експериментатором. По суті, імітаційне моделювання є експериментальною і прикладною методологією, яка має такі цілі:

1) описати поведінку системи;

2) побудувати теорії і гіпотези, які можуть пояснити, власне, поведінку;

3) використовувати дані теорії для передбачення майбутнього поведінки системи.

Вважається, що імітаційне моделювання є «силовим заходом».

3.4.2. Процес імітаційного моделювання

Побудова імітаційної моделі так само, як і будь-яке дослідження, вимагає проведення робіт за такими етапами:

1. Визначення меж моделі.
2. Розробка концептуальної моделі.
3. Підготовка вихідних даних.
4. Створення концептуальної моделі у вигляді діаграми.
5. Трансляція моделі.
6. Оцінка адекватності моделі.

7. Планування машинних експериментів:

а) стратегічне планування;

б) тактичне планування.

8. Моделювання – проведення експерименту.

9. Аналіз (інтерпретація) результатів.

10. Документування та реалізація.

Межі системи визначаються таким чином, щоб охопити ті компоненти, взаємодія яких визначає важливі сторони поведінки системи. При цьому система повинна бути здатна сама генерувати будь-яку ситуацію, будь-які труднощі, які, можливо, буде потрібно проаналізувати.

Розробка **концептуальної схеми** об’єкта (системи) – один з найважливіших етапів дослідження. На цьому етапі здійснюється формалізація системи, тобто перехід від реального об’єкта до деякої логічної схеми (абстракції). Така формалізація починається зі словесного опису реальності в системі прийнятих термінів і формальних понять. Тут наводяться відомості про природу і параметри (характеристики) елементарних явищ досліджуваної системи, про вид і ступені взаємодії між ними, про місце і значення кожного елементарного явища в загальному процесі функціонування системи. Завершується формалізація побудовою загальної схеми процесів, що підлягають дослідженню.

Надалі отримана схема уточнюється і доповнюється відповідно до того рівня деталізації, який визначається (стратифікується) постановкою задачі. Дії, які дозволяють представити модель у вигляді сукупності частин (підсистем, елементів), називають декомпозицією системи. Складові частини моделі повинні забезпечувати збереження цілісності системи, з одного боку, а з іншого – досягнення поставлених цілей моделювання.

Процес побудови концептуальної схеми системи завершується структуризацією (зазначенням і загальним описом зв’язків між виділеними елементами системи), а також укрупнених описом динаміки функціонування системи і її можливих станів. Від того, як буде побудована концептуальна схема імітаційної моделі, залежить результат дослідження.

Наступний не менш важливий етап імітаційного моделювання – **підготовка вихідних даних**. У деяких випадках він проходить паралельно з побудовою концептуальної схеми. Фактично на цьому етапі формується інформаційний простір системи. Тут виявляються кількісні характеристики (параметри) функціонування системи і її елементів, чисельні значення яких складуть вихідні дані для моделювання.

Коли підготовлені вихідні дані і концептуальна схема моделі, остання оформляється у вигляді діаграми, що складається зі стандартних блоків. Це технічний етап, завдяки якому схема моделі стає доступною для розуміння широкого кола фахівців, які володіють відповідною методикою. Як правило, діаграма оформляється за допомогою спеціалізованих прикладних програмних засобів, таких як BP Win, Microsoft Project, Visio.

На етапі **трансляції моделі** здійснюється перетворення діаграми моделі в окрему комп'ютерну програму або сценарій спеціалізованої системи моделювання. У сучасних версіях таких систем цей етап виконується автоматично завдяки наявності візуальних засобів побудови моделей.

Оцінка адекватності отриманої моделі здійснюється шляхом її експертизи і програвання на тестових даних. На цьому етапі модель перевіряється на коректність, тобто на відповідність реальному об'єкту в рамках поставленого завдання (границь системи). Коли модель неадекватна, то вона піддається виправленням і коригуванням до прийнятного рівня ступеня впевненості, з якою можна судити про коректність висновків, що стосуються реальної системи.

Домігшись адекватності моделі, дослідники здійснюють стратегічне і **тактичне планування експерименту**. Коли свідчать про стратегічне планування, то передбачають схему отримання бажаних результатів за допомогою імітаційної моделі. На тактичному ж рівні планують спосіб проведення кожної серії випробувань, передбачених планом експерименту.

На етапі експериментування здійснюється програвання запланованих сценаріїв з метою отримання бажаного результату.

Після того, як отримано результати моделювання, настає важливий етап дослідження – **інтерпретація результатів**.

За отриманими вихідних даних експерименту будуються висновки про поведінку досліджуваної системи. При цьому досить важливо не пропустити ефект двоякого прочитання одних і тих самих результатів. У цьому випадку варто доопрацьовувати модель.

На етапі інтерпретації результатів також дається висновок про корисність або марність моделі. У разі корисності моделі здійснюється її реалізація, тобто практичне використання. На цьому етапі виконуються допоміжні дії, такі як реєстрація ходу здійснення дослідження та його результатів, документування процесу створення і використання моделі.

3.4.3. Планування імітаційних експериментів

Для досягнення поставлених цілей моделі необхідно розробити план проведення експериментів з моделлю. Основна мета планування експериментів – вивчення поведінки модельованої системи за найменшими витратами під час експериментів. Зазвичай провадять такі експерименти:

• порівнюють середні значення і дисперсії різних альтернатив;

• визначають важливість урахування впливу змінних та обмежень, які накладаються на ці змінні;

• визначають оптимальні значення з деякої множини можливих значень змінних.

Проведення експериментів планують для пошуку незначущих факторів. У випадку оптимізації будь-якого числового критерію формулюють гіпотези щодо вибору найкращих варіантів структур модельованої системи або режимів її функціонування, визначають діапазон значень параметрів (режимів функціонування) моделі, у межах якого міститься оптимальне рішення. Визначають кількість реалізацій та час прогону моделі кожної реалізації. Провадять екстремальний експеримент, за результатами якого знаходять оптимальне значення критерію і відповідні значення параметрів. Для оцінювання точності стохастичних моделей будують довірчі інтервали для одержуваних вихідних змінних.

За отриманими результатами формулюють висновки з проведених досліджень і визначають рекомендації щодо використання моделі й ухвалення рішень.

Будь-яке наукове дослідження, що проводиться за допомогою моделі, передбачає планування та проведення експериментів, у ході яких збираються необхідні дані. Ці дані підлягають аналізу, і на його основі визначають, чи можна під час моделювання досягти поставлених цілей. Якщо експеримент не спланновано належним чином, існує небезпека того, що не буде отримано бажаних результатів або результати виявляться помилковими. Це може призвести до ухвалення неправильних рішень чи необхідності повторного проведення експерименту (найбільш трудомістка операція) і навіть до перебудови моделі. Разом з тим повинна існувати можливість повторення іншими дослідниками експерименту, результати якого вважаються значущими.

Імітаційні моделі відтворюють процеси, що протікають у реальній системі. У тому випадку, коли в моделі враховуються випадкові фактори, під час моделювання необхідно провести велику кількість прогонів моделі як з різними вхідними даними, так і з різними послідовностями випадкових чисел. Для моделей детермінованих систем, у яких не враховуються випадкові фактори, зазвичай досить лише одного прогону моделі для всіх допустимих комбінацій вхідних даних і параметрів моделі. Однак на практиці такі моделі майже не зустрічаються.

У ході експерименту з моделлю одержують множину даних, які мають бути структуровані та інтерпретовані для використання під час ухвалення рішень стосовно структури та параметрів системи чи моделі. Для того щоб правильно інтерпретувати отримані вихідні дані, необхідно планувати проведення експериментів з моделлю. Планування експерименту – це розроблення такого плану експерименту, який дає можливість за мінімальної кількості прогонів моделі і за мінімальних затрат ресурсів зробити статистично значимі висновки або знайти оптимальні рішення щодо функціонування системи. Під час планування експериментів, як правило, визначають:

• вхідні дані для кожного експерименту і кількість прогонів імітаційної моделі;

• тривалість одного прогону моделі і перехідного процесу моделювання;

• стратегію збирання даних під час кожного прогону моделі;

• методи оцінювання точності вихідних даних і побудови довірчих інтервалів;

• чутливість моделі до вхідних даних, різних видів розподілів випадкових величин, сценаріїв поведінки модельованої системи;

• умови і сценарії проведення експерименту;

• умови генерування потоків випадкових чисел у системі моделювання та імовірнісних вхідних даних;

• стратегію досягнення мети експерименту (наприклад, порівняння альтернативних варіантів системи або оптимізація цільової функції).

Кінцева мета проведення експериментів – це одержання статистичної інформації, достатньої для ухвалення рішень відповідно до результатів моделювання. Моделювання здебільшого провадиться з метою визначення деяких екстремальних значень характеристик модельованої системи (оптимізуючий експеримент) або для виявлення важливих факторів, які впливають на модельовану систему (відсіяний експеримент). Під час експериментів обох типів використовують факторні плани й будують поліноми різного порядку, які апроксимують поверхню відгуку. Для пошуку екстремальних значень застосовуються методи оптимізації. Під час таких експериментів визначається функціональна залежність вихідної змінної (функції відгуку чи просто відгуку) від вхідних змінних або факторів; ця залежність відображає критерій ефективності модельованої системи. Таким чином, пошук найкращого рішення характеризується числовим значенням цього критерію, і для знаходження екстремальних значень необхідно досліджувати по верхні відгуку (провадити експерименти) у різних точках факторного простору. Ефективність проведення експериментів багато в чому залежить від початкової точки у факторному просторі. Один із найважливіших видів експериментів,

проваджуваних з моделлю, – це структурна оптимізація, під якою будемо розуміти пошук найкращої структури модельованої системи. У цьому випадку аналізується кілька моделей, причому вони можуть відрізнятися структурою, параметрами й алгоритмами функціонування. Для таких експериментів не існує єдиного числового критерію оптимізації, що ускладнює використання класичних методів. Однак під час такого дослідження кількість моделей, як правило, невелика, тому для структурної оптимізації можна скористатися методом висування гіпотез або простим перебиранням варіантів. Оптимізація єдиного варіанта модельованої системи провадиться за допомогою пошуку вузьких місць і їхнього усунення, тобто балансування модельованої системи. Вузькі місця визначають пропускну здатність усієї системи, і пошук найкращого рішення здійснюється шляхом порівняння розглянутих варіантів. Перелічимо основні проблеми, які виникають під час проведення експериментів з імітаційними моделями.

1. Важливою проблемою є **визначення початкових умов проведення експерименту**.

Зазвичай експеримент починають, коли модель перебуває в стані «пусто і вільно», тобто в моделі немає динамічних об’єктів або транзактів і всі пристрої та ресурси вільні. Якщо розглядається досить тривалий період моделювання, то можна задати так званий період «розігріву» чи «розгону» моделі, або перехідний процес, після якого модель переходить у сталий (стаціонарний) режим роботи. Урахування даних перехідного процесу для оцінювання вихідних змінних моделі спричинює зміщення статистичних оцінок параметрів.

Щоб зменшити вплив вихідних даних перехідного процесу на кінцеві результати, моделювання варто починати з використання модальних (найбільш імовірних) або середніх значень сталого режиму. Такий спосіб запуску моделі забезпечує зменшення тривалості перехідного процесу моделі, але застосування цього способу ефективне лише в тому випадку, коли завантаження пристроїв обслуговування в моделі невелике. У разі наближення коефіцієнтів завантаження пристроїв до одиниці на виході моделі

можна спостерігати стаціонарний процес, під час якого неможливо чітко визначити дані перехідного процесу.

У разі оцінювання статистичних параметрів вихідних величин рекомендується не враховувати дані перехідного процесу, оскільки вони можуть викликати істотне зміщення шуканих оцінок. Усунення зміщення досягається шляхом відкидання даних перехідного процесу (мовою GPSS це можна зробити, використавши команду RESET). Найскладнішим є встановлення моменту досягнення сталого стану системи. Досі не існує цілком надійних методів визначення цього моменту. Однак ця проблема може бути вирішена за допомогою діалогових та інтелектуальних систем моделювання, які дають змогу контролювати і графічно відображати хід моделювання. Найефективніший спосіб визначення початку сталого режиму – це спостереження за графіками зміни вихідного процесу в часі.

2. Наступна проблема – **зупинення процесу моделювання**.

Правила зупинення процесу моделювання дозволяють визначити тривалість прогону імітаційної моделі, а від цього залежить точність результатів. Наприклад, якщо потрібно провести моделювання роботи виробничої дільниці упродовж робочого тижня, то час прогону моделі можна визначити саме цим терміном. Дослідник сам ухвалює рішення, чи буде досягнуто за вказаний період моделювання сталий режим роботи моделі. Він також обирає метод збирання вихідних даних і оцінювання точності результатів моделювання. Точність оцінювання параметрів системи в цьому випадку визначається за одним досить тривалим прогоном моделі. Визначають два типи імітаційного моделювання: скінченне і нескінченне. Для першого процес моделювання закінчується, коли відбувається «природна» подія, яка дає змогу визначити тривалість прогону моделі. Така подія часто відбувається в той момент, коли система звільняється від вимог, чи в момент, після якого вже не можна одержати корисної інформації, або моделювання закінчується за показниками таймера. Така подія визначається до виконання прогонів моделі, її настання має бути детермінованою (згідно з таймером) або випадковою величиною. Оскільки початкові умови скінченного моделювання, як

правило, впливають на критерії оцінювання, вони мають являти собою умови, характерні для роботи реальної системи. Під час виконання нескінченного імітаційного моделювання не існує події, настання якої давало б змогу визначати тривалість прогону моделі. Моделювання цього типу використовується у разі дослідження поведінки системи за умов сталого режиму її роботи упродовж тривалого часу. Параметри, що оцінюються в цьому випадку, вважаються сталими, якщо вони залежать від характеристик сталих законів розподілів імовірностей деякого вихідного процесу.

3. Що робити для припинення обчислень – **стан моделі в момент припинення прогону**.

Під час моделювання завжди виникає питання щодо доцільності використання динамічних компонентів або транзактів, які залишилися в моделі після закінчення її роботи. Урахування характеристик цих компонентів може призвести до збільшення зміщення статистичних оцінок параметрів моделі. Наприклад, під час моделювання роботи дільниці цеху було зроблено припущення, що найменш тривалі роботи виконуються в першу чергу. Тоді на момент закінчення моделювання може виникнути ситуація, коли в моделі залишаться тільки роботи, термін виконання яких великий. Якщо їх не враховувати, оцінка середньої тривалості виконання робіт у цеху буде заниженою.

4. Скільки часу необхідно для прогону моделі – **визначення тривалості прогону моделі** за наявності в ній процесів з різними швидкостями протікання.

Для оцінювання точності результатів моделювання здебільшого використовують параметри найповільнішого процесу в моделі. У цьому випадку оцінки для більш швидких процесів будуть набагато кращими й ефективнішими, ніж для повільних, тобто довірчі інтервали для останніх будуть більшими. Під час розроблення імітаційної моделі обирають такий ступінь її деталізації, щоб швидкості процесів, які протікають у моделі, не відрізнялися більш ніж на два порядки. У разі необхідності моделювання рідких подій або повільних процесів, наприклад відмов устаткування, потрібно укрупнювати стани для швидких процесів. Для цього використовують аналітико-імітаційні моделі.

Оцінити **точність результатів моделювання** можна шляхом побудови довірчих інтервалів для вихідних змінних (відгуків) моделі. Точність результатів залежить насамперед від кількості реалізацій (прогонів моделі) і тривалості прогону для кожної реалізації моделі. Якщо модель детермінована, то для отримання точних результатів моделювання достатньо одного прогону. У загальному випадку ці спостереження одного прогону моделі являють собою одиничну вибірку або часовий ряд. Часовий ряд – це реалізація випадкового процесу. У результаті кожного прогону моделі утворюються часові ряди для кожного значення відгуку моделі досліджуваних випадкових процесів. Під час моделювання стохастичних систем потрібно розглядати два режими роботи моделей: перехідний і стаціонарний. Стаціонарний режим визначається сталим процесом на виході моделі. Варто зазначити, що для більшості реальних систем характеристики стохастичних процесів, у тому числі й закони розподілу, з часом змінюються. За наявності нової інформації відносно параметрів системи потрібно повторно проаналізувати сталі параметри моделі.

Для більшості виробничих систем неможливо гарантувати, що вони працюватимуть у стаціонарному режимі. Винятком є системи роботизованого автоматичного виробництва. Якщо модель працює в **перехідному режимі**, то необхідну кількість прогонів моделі можна розрахувати за тими ж формулам, що і для методу статистичних випробувань; при цьому під час кожного прогону моделі з використанням однакових вхідних даних і параметрів формується своя послідовність випадкових чисел. Оскільки випадкові величини незалежні, то незалежними мають бути й отримані вихідні дані для кожного прогону моделі. Це дає змогу побудувати довірчий інтервал, скориставшись центральною граничною теоремою.

Після проведення прогонів моделі розраховуються оцінки загального середнього значення вихідної змінної та середньоквадратичного відхилення і будується довірчий інтервал для середнього значення. Більшість програмних засобів імітаційного моделювання забезпечують автоматичне проведення таких розрахунків. Наприклад, якщо модель реалізовано мовою GPSS World,

то після останнього прогону достатньо викликати процедуру ANOVA, яка і побудує довірчі інтервали для вихідних змінних. Якщо кількість прогонів невелика (менше ніж 30), то для побудови довірчого інтервалу використовують розподіл Стьюдента (*t*-розподіл). За наявності більшого числа прогонів для визначення значення можна використовувати нормальний розподіл. Процедура повторних прогонів (реплікацій) має важливу властивість – незалежність вибірок. Ця властивість є універсальною і може застосовуватись для моделювання як перехідного, так і стаціонарного режиму роботи моделі. Варто зауважити, що в разі моделювання стаціонарного режиму ця процедура дає змогу зібрати дані й перехідного періоду, які не використовуються під час аналізу стаціонарного режиму.

Під час моделювання деяких систем, наприклад комп'ютерних та комунікаційних, виникає потреба аналізувати їхню роботу в сталому, **стаціонарному режимі**. Існування такого режиму в системі дає змогу побудувати довірчий інтервал для оцінок параметрів за результатами небагатьох прогонів моделі, а лише одного, досить тривалого. Основна проблема, пов'язана з побудовою довірчого інтервалу, обумовлена тим, що вихідні дані імітаційної моделі є корельованими. Крім того, наявність перехідних процесів у моделі призводить до зміщення статистичних оцінок. На жаль, не існує надійних методів виявлення моменту завершення перехідного періоду роботи моделі. Якщо критерієм оцінювання є вартісна характеристика (прибуток, витрати та ін.), яка визначається для стаціонарного режиму роботи моделі, тривалість прогону може бути визначена на основі результатів спостереження за зміною величини, що дорівнює відношенню оцінюваного показника за весь період моделювання до тривалості моделювання (наприклад, витрати за одиницю часу), для якої будують графік зміни в модельному часі. Оскільки тривалість перехідного періоду може змінюватись залежно від комбінацій вхідних змінних моделі і послідовностей випадкових чисел, потрібно визначити найдовший перехідний період. Статистичні дані перехідного періоду роботи моделі не повинні враховуватись під час розрахунків статистичних оцінок для вихідних змінних.

Необхідно, щоб тривалість прогону відповідала сталому режиму функціонування моделі.

На практиці діють таким чином. За графіком вихідної змінної моделі визначають час моделювання, коли закінчується перехідний період $t_{пер}$. Статистичні дані, зібрані за цей період, не враховуються під час статистичного аналізу. Наприклад, мовою GPSS це робиться за допомогою команди RESET, яка видаляє накопичені статистичні дані, але залишає транзакти в моделі, фіксує поточні значення довжин черг і максимальний вміст блоків STORAGE. Після цього повторно викликається команда START, що задає тривалість прогону моделі не менше ніж $100t_{пер}$.

Розглянутий вище спосіб є наближеним, але він широко використовується на практиці. Існують інші методи, застосування яких дає змогу отримати більш надійні оцінки для характеристик стаціонарних процесів. У книзі А. Лоу і В. Келтона описується шість методів для обчислення оцінки стаціонарного середнього випадкового процесу, серед яких основну увагу приділено методу реплікації і вилучення.

Серед особливостей планування експериментів визначимо послідовність дій, які необхідно виконувати під час планування експериментів.

1. Визначення відгуків (вихідних змінних) системи.

2. Визначення факторів, які впливають на відгук системи. Більшість систем підпорядковуються принципу Парето – з огляду на характеристики системи істотними є лише деякі з множини факторів. У більшості систем 20 % факторів визначають 80 % властивостей системи.

3. Визначення рівнів факторів. Мінімальна кількість рівнів для кожного фактора – два: нижня і верхня межі значення фактора. У разі використання цієї кількості рівнів можна визначити тільки лінійні ефекти. Для врахування квадратичних ефектів необхідно використовувати три рівні, для кубічних ефектів – чотири тощо. Аналіз значно спрощується, якщо брати тільки рівновіддалені одне від одного значення рівнів. У цьому випадку маємо так зване ортогональне планування, або ортогональний експеримент.

Для множинних експериментів з кількістю факторів більше однієї дисперсійний аналіз передбачає використання для заключного аналізу ортогонального експерименту. Це означає, що оцінки відгуків у межах аналізу мають бути некорельованими. На практиці ортогональність гарантує використання тих самих випадкових послідовностей чисел під час виконання експериментів у межах кожної комбінації рівнів обробки.

3.4.4. Питання проектування імітаційних моделей

Важливим етапом побудови моделі є оцінка можливості побудови програмної реалізації імітаційної моделі за допомогою певних програмних або інших засобів та проведення експериментів з моделлю. Для цього необхідно відповісти на такі запитання:

• Які існують засоби генерування випадкових чисел і змінних?

• Як здійснюється збирання статистичних даних моделювання?

• Які можливості засобу щодо налагодження моделі?

• Наскільки засіб відповідає можливості відображення структури модельованої системи, яка моделюється?

• Які можливості засобу щодо зміни структури моделі?

• Наскільки просто вносити зміни в програмну реалізацію моделі?

• Чи легко обробляти отриманий статистичний матеріал за результатами прогонів моделі?

• Чи існує інтерфейс з іншими програмними засобами (графічними, анімаційними, статистичними, оптимізаційними пакетами)?

• Наскільки зручний інтерфейс між користувачем і програмою?

• Чи дає засіб можливість формувати звіт про роботу моделі в зручному для користувача вигляді?

• Чи можна використовувати засоби планування проведення експериментів та оптимізації для ухвалення рішень?

Із множини можливих засобів моделювання перевагу належить віддавати тим засобам, що добре зарекомендували себе як

перевірені та використання яких потребує мінімальних витрат на створення моделі й експериментування з нею.

Технологія імітаційного моделювання охоплює всі етапи життєвого циклу моделі – від її створення до впровадження та супроводження. Перш за все під час перевірки моделі потрібно відповісти на два основних запитання:

♦ Чи правильно побудовано імітаційну модель?

♦ Чи побудовано правильну імітаційну модель?

Перше запитання стосується **верифікації** (*verification*) – перевірки достовірності моделі, яка доводить, що модель правильно і з достатньою точністю переведено від однієї форми в іншу. Перевірка достовірності моделі пов'язана з правильною побудовою моделі. Точність перетворення формулювання проблеми в модельний опис і точність перетворення модельного зображення з логічної блок-схеми у розроблену комп'ютерну програму оцінюються під час перевірки достовірності моделі.

Друге запитання стосується **валідації** (*validation*), тобто обґрунтованості моделі, відповідності її задуму, або доказу правильності моделі. Модель повинна в межах галузі використання працювати з потрібною точністю, і її використання повинне відповідати цілям моделювання. Це стосується порівняння поведінки моделі з поведінкою системи.

Останнім часом використовують ще один термін – **акредитація** (accreditation), тобто офіційне свідчення того, що імітаційна модель прийнятна для застосування в межах деякої сфери, обумовленої цілями моделювання.

Існує багато методів для перевірки достовірності та правильності імітаційної моделі й довіри до неї. Відомо понад 100 методів для дослідження звичайних і об'єктно-орієнтованих імітаційних моделей та загальні принципи перевірки моделей. Перевірка достовірності і правильності моделі, тестування, адекватність, легалізація та дії щодо оцінювання довіри насамперед пов'язані з вимірюванням і оцінюванням точності під час моделювання та імітації. Обґрунтування адекватності моделі доводить, що модель працює у межах використання із задовільною точністю, сумісною з метою імітаційного моделювання.

Ітераційна процедура проектування імітаційної моделі передбачає порівняння результатів моделювання та вихідних змінних реальної системи за умови, що вхідні дані однакові, у результаті чого визначається точність моделі. Модель вважається досить точною, якщо її вихідні змінні відрізняються від вихідних даних модельованої системи менш ніж на задані граничні значення. Отже, точність моделі визначається різницею між вихідними даними системи та моделі. Під час порівняння двох варіантів моделі для визначення кращого необхідно використовувати однакові послідовності випадкових чисел. За показник якості критерію оцінювання точності можна брати похибку, яка визначається як різниця між середніми значеннями вихідних величин системи та моделі. Якщо для деякої вихідної змінної системи y_i (i = 1, ..., m) знайдено n значень, то

$$E_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_{ij} - y'_{ij}),\ i = 1,\ldots,m;\ j = 1,\ldots,n,$$

де y'_{ij} – i-та вихідна змінна моделі.

У разі використання похибки як показника якості критерію E_1 можливий значний розкид конкретних i-х значень для величин y_{ij} та y'_{ij}. Тому такий критерій буде кращим у тому разі, якщо в ньому використовуються функції розподілу для y_{ij} та y'_{ij}, тобто, відповідно, $F_i(y)$ та $F_i(y')$. Тоді можна визначити похибку як

$$E_2 = \int_0^{+\infty} \left|F_i(y) - F_i(y')\right| dy.$$

Доцільніше використовувати оцінку E_2, ніж E_1, бо перша дає змогу порівнювати локально, або поточково, ці дві функції і підсумовувати абсолютні значення їх різниць. Завдяки цьому можна уникнути часткової компенсації похибок через різницю знаків. Здобуття результатів моделювання, розподіли яких ідентичні або близькі, є необхідною, але не достатньою умовою для того, щоб модель була точною в межах сфери розумних значень вхідних змінних. У цьому разі цілком можливо, що поведінка деяких процесів у моделі відрізнятиметься від поведінки цих самих процесів у системі, навіть якщо модель за деяких вхідних умов

демонструє такі самі вихідні розподіли, як і система. Причому ефективнішим критерієм оцінювання, ніж E_1 та E_2, буде той, в якому використовується розподіл різниці значень для y_{ij} та y'_{ij}. Як такий критерій, можна застосувати середнє арифметичне квадратів різниць значень:

$$E_3 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_{ij} - y'_{ij})^2,\ i = 1,\ldots,m;\ j = 1,\ldots,n.$$

Отже, ітераційне проектування імітаційної моделі має мінімізувати обрані критерії E_1, E_2, E_3. Критерії E_2, E_3 можуть використовуватись і для детермінованих моделей, хоча вони мають вигляд випадкових і визначають розкид значень вихідної величини.

Складності під час оцінювання точності моделі виникають тоді, коли модельованої системи не існує або вона є недоступною для проведення експериментів. У цьому разі необхідно використовувати ті самі методи, що й під час перевірки правильності моделі з використанням контрольних завдань і залученням експертів.

Порівнюючи два або більше варіантів імітаційної моделі, звичайно, не цікавляться абсолютними показниками для кожної моделі, а тільки звертають увагу на характеристики, які порівнюють. Для порівняння потрібно знати діапазони змін основних вхідних змінних і провести якісний аналіз варіантів порівнюваних моделей, як, наприклад, зображено на рис. 3.2. Передбачається, що розглядаються два варіанти моделі мережі обробки інформації *A* та *B*, для яких основним критерієм вибору системи є час її реакції на запит користувача $t_{\text{від}}$, який залежить від кількості увімкнутих терміналів *N*. На рис. 3.2 *(а)* показано, що варіант *A* в цьому діапазоні зміни навантаження кращий за варіант *B*. Якщо маємо графіки, зображені на рис. 3.2 *(б)*, то необхідне уточнення значень параметрів.

Показники якості імітаційних моделей, звичайно, залежать від кількох параметрів, для визначення яких потрібно будувати складну поверхню в багатовимірному просторі. Тому досить важливо ретельно планувати проведення експериментів для такої моделі.

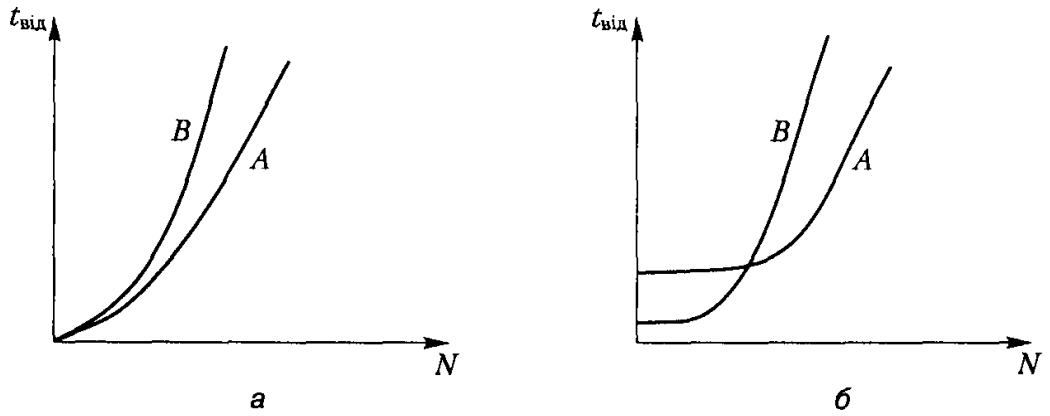


Рис. 3.2. Графіки часу реакції для різних варіантів моделей

Важливе значення має тестування моделі, за результатами якого встановлюють, чи існують у моделі похибки або помилки, а також визначають, чи функціонує вона належним чином. Деякі тести призначено для оцінювання точності поведінки (тобто обґрунтованості) моделі, а деякі – для перевірки точності модельного перетворення з однієї форми в іншу (перевірку достовірності). Наведемо принципи, за якими потрібно здійснювати тестування моделі.

1. Перевірка повинна провадитись упродовж усього життєвого циклу моделювання.

2. Результати перевірки не повинні розглядатись як бінарна змінна, де модель абсолютно правильна або неправильна.

3. Імітаційна модель, побудована відповідно до деякої мети, і рівні довіри до неї також повинні бути оцінені щодо тієї ж мети.

4. Перевірка повинна провадитись без упередженості до розробника.

5. Достовірність моделі можна вимагати тільки за умов, щодо яких модель перевірена, підтверджена і буде використовуватись.

6. Повне тестування імітаційної моделі неможливе.

7. Перевірка і тестування моделі повинні бути заплановані ще під час її розроблення.

8. Помилки мають бути виявлені якомога раніше в життєвому циклі моделі.

9. Успішне тестування кожної підмоделі (модуля) не означає повної довіри до моделі.

10. Обґрунтованість імітаційної моделі не гарантує довіри до отриманих результатів імітації.

Життєві цикли моделі не повинні інтерпретуватись як чітко послідовні. Наявність неточностей, виявлених під час перевірки моделі, може бути зумовлена повернення до більш раннього етапу і проведення повторних багаторазових дій з метою удосконалення моделі. Технологія моделювання починається з визначення проблеми і закінчується отриманням результатів. Перевірки і тестування моделі дають змогу ідентифікувати і виправляти якісні неточності на усіх технологічних етапах моделювання за допомогою циклічного повторення етапів, де їх було знайдено.

Під час досліджень модель повинна математично і логічно з визначеним ступенем наближення відтворювати модельовану систему, процес або явище. Логічні елементи моделей мають відповідати логічним елементам системи, а математичний апарат має відображати функції, реалізовані в модельованій системі. Вхідні дані повинні бути інформативними, тобто містити всю необхідну інформацію про модельовану систему. Під час оцінювання правильності побудови імітаційної моделі потрібно розглядати весь ланцюжок її перетворення, починаючи з вхідних даних та формального представлення і закінчуючи результатами моделювання. Тому оцінку достовірності моделі зазвичай розглядають на рівнях концепції і реалізації імітаційної моделі. Концептуальна модель розробляється й описується під час неперервного спостереження за об’єктом моделювання і навколишнього середовища, тому для перевірки достовірності концептуальної моделі використовують метод обернених перетворень моделі.

Враховуючи те, що розробка концептуальної моделі починається з постановки задачі і закінчується створенням концептуальної моделі, перевірку починають з аналізу концептуальної моделі, повертаються до прийнятих апроксимацій і спрощень, а потім розглядають реальний процес. Для перевірки концептуальної моделі залучають експертів, які не брали участі в розробленні моделі.

Перевірка достовірності моделі на рівні її реалізації пов’язана з розглядом такого ланцюжка її перетворень. Починають з логічної схеми (алгоритму роботи моделі), переходять до схеми

програми і потім розглядають саму програму моделі. Фактично на цьому етапі потрібно відповісти на такі запитання:

♦ Чи дає можливість модель виконати поставлену задачу?

♦ Чи точно відтворена модель у логічній схемі?

♦ Чи є повною запропонована логічна схема і чи притаманна їй необхідна послідовність?

♦ Чи правильно використано математичні рівняння?

Далі переходять до перевірки програмної реалізації. Для цього порівнюються функції, виконувані програмою, і логічні схеми. Для перевірки достовірності програми її знову переводять у логічну схему, потім перевіряють окремі модулі програми і всю програму в цілому, використовуючи для цього засоби тестування і налагодження (трасування) зі спеціально підібраними тестами.

На заключному етапі перевірки правильності моделі здійснюються контрольні прогони, а потім робочі розрахунки. Контрольні прогони використовуються для оцінювання чутливості моделі до зміни вхідних даних, а також для перевірки правильності роботи моделі.

Аналіз чутливості тісно пов’язують з точністю результатів порівняння статистичних гіпотез. Для цього можна використати планування проведення експерименту і статистичні критерії для оцінювання відгуків у різних варіантах моделей.

Остаточне налагодження моделі здійснюється на контрольних задачах, які готуються незалежно від засобів реалізації моделі. Збіг результатів моделювання і контрольних варіантів свідчить про відповідність і коректність моделі до задач цього типу. Контрольні варіанти можна побудувати зі спрощеними вхідними даними, для яких заздалегідь відомо, як повинна поводитись модельована система і які результати мають бути на виході.

З цією ж метою імітаційну модель може бути спрощено до такого рівня, який дозволить побудувати аналітичну модель. Тоді можна порівнювати результати імітаційного моделювання й аналітичні розрахунки, але тільки в межах спрощеної моделі.

Для іншого методу перевірки адекватності використовують контрольні задачі, визначені за результатами роботи реальної системи, якщо вона існує. У разі виявлення чутливості моделі до

деяких вхідних даних необхідно уточнити ці дані і відкоригувати ті блоки моделей, на які вони впливають більшою мірою, тобто перейти до детальнішого опису цих блоків. Чим детальніше побудовано модель, тим ширша сфера її застосування і стійкіша вона до зміни вхідних даних.

3.4.5. Наукове імітаційне моделювання

Імітаційне комп'ютерне моделювання давно й активно використовується для наукових досліджень властивостей і особливостей поведінки соціально-економічних систем. Відображенням результативності цього підходу є виділення в останні роки у складі різних громадських наукових дисциплін самостійних напрямів типу «обчислювальна економіка» (*computational economics*), «обчислювальна соціологія» (*computational sociology*) тощо. Сучасний напрям розвитку імітаційного моделювання в суспільних науках в істотному ступені виглядає як формування агентних підходів до подання поведінки соціально-економічних систем і створення відповідних моделюючих комплексів. Уже став досить популярним новий науковий напрям «Agent-based Computational Economics» (ACE), що розвиває методологію комп'ютерних модельних досліджень економічних процесів у вигляді динамічних систем взаємодіючих агентів. У статті [Robert Axelrod, Leigh Tesfatsion] виділяються чотири основні цілі застосування ACE в наукових дослідженнях:

1) емпіричне вивчення поведінки систем і процесів соціально-економічного регулювання (макрорівень), що виникають у результаті специфічної діяльності великої кількості агентів з власною поведінкою на мікрорівні;

2) нормативне вивчення функціонування штучних соціально-економічних систем шляхом комп'ютерних імітацій, що являє собою один з елементів сучасного організаційного та інституціонального дизайну для конструювання соціально-економічних систем з наперед заданими властивостями;

3) якісний аналіз і теоретичне узагальнення процесів самоорганізації соціально-економічних систем;

4) розвиток методології та наукового інструментарію для дослідження соціально-економічних систем і процесів розвитку в сучасних умовах.

Для отримання систематичної картини про наукові додатки імітаційного моделювання можна ознайомитися зі статтею [Axelrod, R.; Tesfatsion, L.], в якій наведено великий список публікацій і джерел, що ілюструють різноманітність форм і додатків агентного імітаційного моделювання в суспільних науках і економіці зокрема.

Список джерел розбитий на групи за такими темами:

• Complexity and ABM (складні системи й агентне моделювання);

• Emergence of Collective Behavior (виникнення колективної поведінки);

• Evolution (еволюція);

• Learning (навчання);

• Norms (норми);

• Markets (ринки);

• Institutional Design (інституційний дизайн);

• Networks (мережі);

• Modeling Techniques (підходи до моделювання).

Відомі також інновації, що відбулися в останні роки в методичному і програмному інструментарії для імітаційного моделювання, які відкрили нові можливості як для прикладного моделювання, так і для його використання в наукових дослідженнях.

3.4.6. Переваги та недоліки імітаційного моделювання

Імітаційне моделювання доцільно застосовувати за наявності умов:

1) не існує закінченої математичної постановки цієї задачі (наприклад, модель багатофазних, багатоканальних систем масового обслуговування);

2) аналітичні методи є, але досить складні і трудомісткі, а імітаційне моделювання дає більш простий спосіб вирішення;

3) аналітичні рішення є, але їх реалізація неможлива через недостатню підготовку наявного персоналу. У цьому випадку порівнюються витрати на роботу з імітаційним моделюванням і запрошення фахівців з боку;

4) крім оцінки певних параметрів необхідно здійснювати спостереження за ходом процесу впродовж певного (іноді досить тривалого) періоду;

5) імітаційне моделювання може бути єдиноможливим унаслідок труднощів постановки експерименту і спостереження явищ в реальних умовах (наприклад, спостереження за поведінкою космічних кораблів);

6) може знадобитися стиснення шкали часу (як уповільнення, так і прискорення; наприклад, дослідження проблеми розвитку міст).

Перераховані вище умови можна визначати як значущі переваги застосування імітаційних моделей. Також можна помітити, що імітаційне моделювання – неперевершений засіб створення засобів навчання у вигляді тренажерів, симуляторів та іншого. За допомогою імітаційного моделювання можна розіграти реальні процеси і ситуації, які допоможуть досліднику зрозуміти та відчути проблему, що стимулює процес пошуку нововведень. Завдяки цьому близько 30 % з усіх використовуваних на практиці моделей – імітаційні моделі.

Разом з тим імітаційне моделювання має ряд **недоліків**.

По-перше, імітаційне моделювання являє собою досить дорогий процес, що вимагає істотних витрат часових ресурсів і залучення висококваліфікованих фахівців.

По-друге, в процесі моделювання не є можливим отримати точний результат. При цьому оцінка точності може бути виконана шляхом аналізу чутливості моделі до зміни певних параметрів.

По-третє, імітаційне моделювання в дійсності не відображає повного стану речей. Цей факт необхідно враховувати під час аналізу досліджуваного об’єкта (процесу).

3.5. Комп'ютерне моделювання

Комп'ютерне моделювання є одним з ефективних методів вивчення складних систем. Комп'ютерні моделі простіше і зручніше досліджувати внаслідок їхньої можливості проводити так звані обчислювальні експерименти в тих випадках, коли реальні експерименти ускладнені через фінансові або фізичні перешкоди чи можуть надати непередбачуваний результат. Логічність і формалізованість комп'ютерних моделей дозволяє виявити основні фактори, що визначають властивості досліджуваного об'єкта-оригіналу (або класу об'єктів), зокрема, моделюється досліджувати відгук фізичної системи на зміни її параметрів і початкових умов.

Комп'ютерне моделювання включає в себе створення математичної або іншої моделі з подальшим складанням комп'ютерної програми. Потім здійснюється робота цієї програми на комп'ютері за заданими параметрами. Після чого дається тлумачення отриманих результатів. Комп'ютерне моделювання може мати різне призначення. Наприклад: комп'ютерне моделювання економіки проводиться для розуміння причинно-наслідкових зв'язків в економіці, прогнозування, ухвалення рішень менеджерами. Тематика ж моделювання охоплює: дослідження процесів ринкової рівноваги, проектування оптимальної ставки оподаткування бізнесу, аналіз динаміки циклів і криз, оптимальне планування у фірмах, банках, страхових компаніях і пенсійних фондах. Моделі реалізовані на персональних комп'ютерах у популярних програмних системах фінансистів Excel, Matlab і SIMULINK, а також Project Expert. Широко поширені комп'ютерні програми створення власної обстановки в квартирі, стилю зачісок, іміджу. Існує безліч моделей для вивчення фізичних, технологічних процесів, руху планет у Сонячній системі, роботи людського серця тощо. Комп'ютерне моделювання набирає темпи. Багато істориків теж займаються моделюванням історичних процесів (у тому числі комп'ютерним) з метою їхньої реконструкції і вивчення проблеми варіативності історичного розвитку. Моделювання може застосовуватися і в навчальних цілях: для з'ясування

закономірностей історичних процесів і впливу випадкових факторів на їх розвиток і вихід, а також для навчання методиці проведення експериментів на моделях. Історичні процеси мало піддаються алгоритмізації, їхнє комп'ютерне моделювання вимагає створення коштовного програмного забезпечення. Але вихід з цієї ситуації є. Історичну модель можна реалізувати у формі імітаційної (ділової) гри подібно моделі соціологічній. Основна перевага таких ігор у тому, що вони наочно демонструють причинно наслідкові зв'язки і дозволяють простежити зміни процесу, який моделюється, залежно від вихідних даних і впливу випадкових чинників.

Ефективним способом вивчення явищ навколишньої дійсності є **науковий експеримент**, що складається у відтворенні досліджуваного явища природи в керованих і контрольованих умовах. Однак часто проведення експерименту неможливо або вимагає занадто великих економічних витрат і може призвести до небажаних наслідків. У цьому випадку досліджуваний об'єкт замінюють **комп'ютерною моделлю** і досліджують її поведінку за різними зовнішніми впливами. Повсюдне поширення персональних комп'ютерів, інформаційних технологій, створення потужних суперЕОМ зробило комп'ютерне моделювання одним з результативних методів вивчення фізичних, технічних, біологічних, економічних та інших систем.

Комп'ютерне моделювання вимагає абстрагування від конкретної природи явищ, побудови спочатку якісної, а потім і кількісної моделі. Після цього відбувається проведення серії обчислювальних експериментів на комп'ютері, інтерпретація результатів, зіставлення результатів моделювання з поведінкою досліджуваного об'єкта, подальше уточнення моделі тощо. Обчислювальний експеримент фактично є експериментом над математичною моделлю досліджуваного об'єкта, що проводиться за допомогою ЕОМ. Часто він значно дешевше і доступніше натурного експерименту, його виконання вимагає меншого часу, він дає більш детальну інформацію про величини, що характеризують стан системи.

3.5.1. Сутність комп'ютерного моделювання

Сутність комп'ютерного моделювання системи полягає у створенні комп'ютерної програми (пакету програм), яка описує поведінку елементів досліджуваної системи в процесі її функціонування, що враховує їхню взаємодію між собою і зовнішнім середовищем, і проведенні на ЕОМ серії обчислювальних експериментів. Це робиться з метою вивчення природи і поведінки об'єкта, його оптимізації та структурного розвитку, прогнозування нових явищ. Перерахуємо вимоги, яким повинна задовольняти модель досліджуваної системи:

1. **Повнота** моделі, тобто можливість обчислення всіх характеристик системи з необхідною точністю і достовірністю.

2. **Гнучкість** моделі, що дозволяє відтворювати і програвати різні ситуації і процеси, змінювати структуру, алгоритми і параметри досліджуваної системи.

3. **Загальна тривалість розробки і реалізації**, що характеризує часові витрати на створення моделі.

4. **Блочність структури**, яка припускає додавання, виняток і заміну деяких частин (блоків) моделі. Крім того, інформаційне забезпечення, програмні та технічні засоби повинні дозволяти моделі обмінюватися інформацією з відповідною базою даних і забезпечувати ефективну машинну реалізацію і зручну роботу користувача.

До основних етапів комп'ютерного моделювання належать:

1) **постановка задачі**, опис досліджуваної системи і виявлення її компонентів та елементарних актів взаємодії;

2) **формалізація**, тобто створення математичної моделі, що являє собою систему рівнянь і відбиває сутність досліджуваного об'єкта;

3) **розробка алгоритму**, реалізація якого дозволить вирішити поставлену задачу;

4) **написання програми** конкретною мовою програмування;

5) **планування та виконання обчислень** на ЕОМ, доробка програми й отримання результатів;

6) **аналіз та інтерпретація результатів**, їх зіставлення з емпіричними даними.

Потім усе це повторюється на наступному рівні.

Розробка комп'ютерної моделі об'єкта являє собою послідовність ітерацій: спочатку на основі наявної інформації про систему *S* будується модель, проводиться серія обчислювальних експериментів, результати аналізуються. Під час отримання нової інформації про об'єкт *S* враховуються додаткові чинники, виходить модель, поведінка якої теж досліджується на ЕОМ. Після цього створюються моделі, доки не вийде модель, яка з необхідною точністю відповідає системі *S*.

У загальному випадку поведінка досліджуваної системи описується законом функціонування залежності вектора вхідних впливів (стимулів) від вектора впливів зовнішнього середовища та вектора власних параметрів системи. Закон функціонування може мати вигляд словесного правила, таблиці, алгоритму, функції, сукупності логічних умов тощо. У разі коли закон функціонування містить час, свідчать про динамічні моделі та системи. Наприклад, розгін і гальмування асинхронного двигуна, перехідний процес у ланцюзі, що містить конденсатор, функціонування обчислювальної мережі, системи масового обслуговування. У всіх цих випадках стан системи, а отже, і її моделі, змінюється з плином часу.

Якщо поведінка системи описується законом, що не містить час чітко, то йдеться про статичні моделі та системи, вирішення стаціонарних задач тощо. Наведемо кілька прикладів: розрахунок нелінійного ланцюга постійного струму, знаходження стаціонарного розподілу температури у стержні за постійними температурами його кінців, форми пружної плівки, натягнутої на каркас, профілю швидкостей в сталому перебігу в'язкої рідини тощо.

Функціонування системи можна розглядати як послідовну зміну станів, яким відповідають деякі точки в багатовимірному фазовому просторі. Множину всіх точок, що відповідають будь-яким станам системи, називають **простором станів об'єкта** (або моделі). Кожній реалізації процесу відповідає одна фазова траєкторія, що проходить через деякі точки з множини. Якщо математична модель містить елемент випадковості, то виходить

стохастична комп'ютерна модель. В окремому випадку, коли параметри системи і зовнішні впливи однозначно визначають вихідні сигнали, свідчать про детерміновану модель.

3.5.2. Види комп'ютерного моделювання

Під комп'ютерним моделюванням у найширшому сенсі розумітимемо процес створення і дослідження моделей за допомогою комп'ютера. Виділяють такі види комп'ютерного моделювання:

1. **Фізичне моделювання: комп'ютер** – частина експериментальної установки або тренажера, він сприймає зовнішні сигнали, здійснює відповідні розрахунки і видає сигнали, що керують різними маніпуляторами. Наприклад, навчальна модель літака, що являє собою кабіну, встановлену на відповідних маніпуляторах, з'єднаних з комп'ютером, який реагує на дії пілота і змінює нахил кабіни, показання приладів, вид з ілюмінатора тощо, імітуючи політ реального літака.

2. **Динамічне,** або **чисельне моделювання**, що припускає чисельне рішення системи алгебраїчних і диференціальних рівнянь методами обчислювальної математики і проведення обчислювального експерименту за різними параметрами системи, початковими умовами і зовнішніми впливами. Використовується для моделювання різних фізичних, біологічних, соціальних та інших явищ: коливання маятника, поширення хвилі, зміна чисельності населення, популяції цього виду тварин тощо.

3. **Імітаційне моделювання** полягає у створенні комп'ютерної програми (або пакета програм), що імітує поведінку складної технічної, економічної чи іншої системи на ЕОМ з необхідною точністю. Імітаційне моделювання передбачає формальний опис логіки функціонування досліджуваної системи з плином часу, яке враховує суттєві взаємодії її компонентів і забезпечує проведення статистичних експериментів. Об'єктно-орієнтовані комп'ютерні симуляції використовуються для дослідження поведінки економічних, біологічних, соціальних та інших систем, для створення комп'ютерних ігор, так званого

«віртуального світу», навчальних програм і анімацій. Наприклад, модель технологічного процесу, аеродрому, деякої галузі виробництва тощо.

4. **Статистичне моделювання** використовується для вивчення стохастичних систем і полягає в багаторазовому проведенні випробувань з подальшою статистичною обробкою результатів. Подібні моделі дозволяють вивчати поведінку різних систем масового обслуговування, багатопроцесорних систем, інформаційно-обчислювальних мереж, різних динамічних систем, на які впливають випадкові чинники. Статистичні моделі застосовуються під час вирішення ймовірнісних задач, а також обробки великих масивів даних (інтерполяція, екстраполяція, регресія, кореляція, розрахунок параметрів розподілу тощо). Вони відрізняються від детермінованих моделей, використання яких передбачає кількісне рішення систем алгебраїчних або диференціальних рівнянь чи заміну досліджуваного об’єкта детермінованим автоматом.

5. **Інформаційне моделювання** полягає у створенні інформаційної моделі, тобто сукупності спеціальним чином організованих даних (знаків, сигналів), що відображають найбільш суттєві сторони досліджуваного об’єкта. Розрізняють наочні, графічні, анімаційні, текстові, табличні інформаційні моделі. До них належать різні схеми, графи, графіки, таблиці, діаграми, малюнки, анімації, виконані на ЕОМ, у тому числі цифрова карта зоряного неба, комп’ютерна модель земної поверхні тощо.

6. **Моделювання знань** передбачає побудову системи штучного інтелекту, в основі якої полягає база знань деякої предметної сфери (частини реального світу). Бази знань складаються з **фактів** (даних) і **правил**. Наприклад, комп’ютерна програма, яка вміє грати в шахи, повинна оперувати інформацією про «здібності» різних шахових фігур і «знати» правила гри. До цього виду моделей відносять семантичні мережі, логічні моделі знань, експертні системи, логічні ігри тощо. **Логічні моделі** використовуються для представлення знань в експертних системах, створення систем штучного інтелекту, здійснення логічного висновку, доведення теорем, математичних перетворень, побудови роботів,

використання природної мови для спілкування з ЕОМ, створення ефекту віртуальної реальності в комп'ютерних іграх тощо.

Виходячи з **цілей моделювання** комп'ютерні моделі поділяють на групи:

1) **дискриптивні моделі**, використовувані для розуміння природи досліджуваного об'єкта, виявлення найбільш істотних факторів, що впливають на його поведінку;

2) **оптимізаційні моделі**, що дозволяють вибрати оптимальний спосіб управління технічною, соціально-економічною чи іншою системою (наприклад, космічною станцією);

3) **прогностичні моделі**, які допомагають прогнозувати стан об'єкта в наступні моменти часу (модель земної атмосфери, що дозволяє передбачити погоду);

4) **навчальні моделі**, що застосовуються для навчання, тренінгу і тестування учнів, студентів, майбутніх фахівців;

5) **ігрові моделі**, що дозволяють створити ігрову ситуацію, яка імітує управління армією, державою, підприємством, людиною, літаком тощо, або грають у шахи, шашки та інші логічні ігри.

У теорії моделювання систем комп'ютерні моделі підрозділяються на чисельні, імітаційні, статистичні та логічні. Під час комп'ютерного моделювання, як правило, використовують одну з типових математичних схем: диференціальні рівняння, детерміновані й імовірнісні автомати, системи масового обслуговування, мережі Петрі тощо.

За **типом математичної схеми** розрізняють:

1. **Безперервно-детеміновані моделі**, які використовуються для моделювання динамічних систем і передбачають вирішення системи диференціальних рівнянь. Математичні схеми цього виду називаються *D*-схемами (від англ. dynamic).

2. **Дискретно-детерміновані моделі** використовуються для дослідження дискретних систем, які можуть перебувати в одній з множини внутрішніх станів. Вони моделюються абстрактним кінцевим автоматом, що задається схемою (від англ. finite automata), а також множинами вхідних і вихідних сигналів, множиною внутрішніх станів, функціями переходів та виходів.

3. **Дискретно-стохастичні моделі** припускають використання схеми імовірнісних автоматів, функціонування яких містить елемент випадковості. Вони також називаються *P*-схемами (від англ. probabilistic automat). Переходи такого автомата з одного стану в інший визначаються відповідною матрицею ймовірностей.

4. **Безперервно-стохастичні моделі,** як правило, застосовуються для вивчення систем масового обслуговування і називаються *Q*-схемами (від англ. queueing system). Функціонуванню деяких економічних, виробничих, технічних систем притаманна випадкова поява вимог (заявок) на обслуговування і випадковий час обслуговування.

5. **Мережеві моделі** використовуються для аналізу складних систем, в яких одночасно протікає кілька процесів. У цьому випадку свідчать про мережі Петрі і *N*-схеми (від англ. petri nets). Мережа Петрі задається четвіркою множин: множина позицій, множина переходів, множина вхідних функцій, множина вихідних функцій. Маркована *N*-схема дозволяє промоделювати паралельні та конкуруючі процеси в різних системах.

6. **Комбіновані схеми** ґрунтуються на понятті агрегативной системи і називаються *A*-схемами (від англ. *aggregate system*). Цей універсальних підхід, розроблений Н. П. Бусленко, дозволяє досліджувати різні системи, які розглядаються як сукупність взаємопов’язаних між собою агрегатів. Кожен агрегат характеризується векторами станів, параметрів, впливу зовнішнього середовища, вхідних впливів (керуючих сигналів), початкових станів, вихідних сигналів, оператором переходів, оператором виходів.

Дослідження імітаційної моделі проводиться на цифрових і аналогових обчислювальних машинах. Використовувана імітаційна система включає в себе математичне, програмне, інформаційне, технічне та ергономічне забезпечення. Ефективність імітаційного моделювання характеризується точністю і достовірністю результатів, які утворюються, вартістю і часом створення моделі та роботи з нею, витратами машинних ресурсів (часу обчислень і необхідної пам’яті). Для оцінки ефективності моделі необхідно результати, що виходять, порівняти з результатами натурного експерименту, а також результатами аналітичного моделювання.

3.5.3. Сфери застосування комп'ютерного моделювання

Удосконалення інформаційних технологій зумовило використання комп'ютерів практично у всіх сферах діяльності людини. Розвиток наукових теорій припускає висунення основних принципів, побудову математичної моделі об'єкта пізнання, отримання з неї наслідків, які можуть бути зіставлені з результатами експерименту. Використання ЕОМ дозволяє виходячи з математичних рівнянь розрахувати поведінку досліджуваної системи в певних умовах. Часто це єдиний спосіб отримання наслідків з математичної моделі.

Удосконалення обчислювальної техніки, поява ЕОМ, що дозволяє швидко і досить точно здійснювати обчислення за заданою програмою, ознаменувало якісний стрибок на шляху розвитку науки. У першу чергу, здається, що винахід обчислювальних машин не може безпосередньо впливати на процес пізнання навколишнього світу. Однак це не так: рішення сучасних задач вимагає створення комп'ютерних моделей, проведення величезної кількості обчислень, що стало можливим лише після появи електронно-обчислювальних машин, здатних виконувати мільйони операцій за секунду. Істотним є і те, що обчислення здійснюються автоматично відповідно до заданих алгоритмів і не вимагають втручання людини. Якщо ЕОМ належить до технічної бази проведення обчислювального експерименту, то її теоретичну основу складають прикладна математика, чисельні методи рішення систем рівнянь.

Успіхи комп'ютерного моделювання тісно пов'язані з розвитком чисельних методів, що почався з фундаментальних робіт Ісаака Ньютона, який ще в XVII столітті запропонував їх використовувати для наближеного рішення алгебраїчних рівнянь. Леонард Ейлер розробив метод розв'язання звичайних диференціальних рівнянь. Із сучасних вчених вагомий внесок у розвиток комп'ютерного моделювання зробив академік А. А. Самарський, основоположник методології обчислювального експерименту у фізиці. Саме їм була запропонована знаменита тріада «модель – алгоритм – програма» і розроблена технологія комп'ютерного

моделювання, яка успішно використовується для вивчення фізичних явищ. Одним з перших видатних результатів комп'ютерного експерименту у фізиці є відкриття 1968 року температурного струмового шару в плазмі, що створюється в МГД-генераторах (ефект Т-шару). Воно було виконано на ЕОМ і дозволило передбачити результат реального експерименту, проведеного через декілька років. Нині обчислювальний експеримент використовується для виконання досліджень у таких напрямах:

1) розрахунок ядерних реакцій;

2) рішення задач небесної механіки, астрономії і космонавтики;

3) вивчення глобальних явищ на Землі, моделювання погоди, клімату, дослідження екологічних проблем, глобального потепління, наслідків ядерного конфлікту тощо;

4) рішення задач механіки суцільного середовища, зокрема гідродинаміки;

5) комп'ютерне моделювання різних технологічних процесів;

6) розрахунок хімічних реакцій і біологічних процесів, розвиток хімічної і біологічної технології;

7) соціологічні дослідження, зокрема моделювання виборів, поширення відомостей, зміна громадської думки, військових дій;

8) розрахунок і прогнозування демографічної ситуації в країні і світі;

9) імітаційне моделювання роботи різних технічних, зокрема електронних, пристроїв;

10) економічні дослідження розвитку підприємства, галузі, країни.

3.5.4. Приклади комп'ютерного моделювання

Приклад 3.1. Робочі групи: «Дирекція», «Бухгалтерія», «Канцелярія». Комп'ютерна мережа організації може об'єднувати декілька робочих груп. У кожного комп'ютера робочої групи є ідентифікатор, ім'я в групі, наприклад ПІП людини, яка на ньому працює. У робочій групі «Бухгалтерія» може існувати комп'ютер (робоче місце) «Головбух» або «Іванов Сергій Миколайович».

Робоча група може бути і тимчасовою – для роботи над конкретним проектом у межах певного проміжку часу.

Приклад 3.2. Технології комп'ютерної (комп'ютеризованої) компанії колективної роботи в офісі. Комп'ютерний офіс – це офіс, в якому є високий рівень комп'ютеризації, впровадження АРМ, систем діловодства, тому вся професійна діяльності офісу може бути успішно автоматизована.

Приклад 3.3. Технологія електронної пошти і телекомунікаційного доступу до віддаленої від користувача інформації, носія інформації, співрозмовника – людини або комп'ютера. Електронна пошта – система передачі повідомлень за допомогою комп'ютера відправника і прийому їх за допомогою комп'ютера одержувача. При цьому повідомлення відправника перетвориться із цифрових кодів (наприклад, за допомогою модему) в коди електромагнітних коливань, що передаються телефонними каналами, а ЕОМ адресата здійснює зворотне перетворення.

Приклад 3.4. Розвиток мереж зв'язку – віртуальні локальні обчислювальні мережі, які об'єднують користувачів не за територіальним принципом, а за професійними інтересами.

Приклад 3.5. Телеконференція – обмін повідомленнями (доповідями) між учасниками (передплатниками) конференції, оголошеної на електронній дошці оголошень у мережі Інтернет. За допомогою телеконференцій можна проводити консалтинг, навчання, нараду, автоматизацію офісу та ін. Базова система проведення відеоконференцій зазвичай включає: потужну робочу мультимедійну станцію, відеокамеру і спеціальну плату для стиснення відеоінформації; мікрофон і відеомагнітофон; засоби сполучення з використовуваною для проведення конференції мережею.

Приклад 3.6. АРМ секретаря-референта повинен включати редактор текстів, електронну таблицю, перекладачі, органайзер та

ін. АРМ студента-економіста повинен включати електронні підручники з дисциплін, що вивчаються, навчальні програми і середовища, електронні довідники та енциклопедії, перекладачі, органайзер тощо. АРМ адміністратора бази даних повинен включати СУБД електронний журнал адміністратора та ін. АРМ керівника повинен включати засоби опису управлінської діяльності у вигляді мережевого графіка, систему контролю виконання, систему погодження документів, систему електронного підпису, систему ведення наради та ін. АРМ банківського службовця і банківських систем – систем, що нині найбільш розвиваються. Вони включають програмне та технічне забезпечення як спеціального призначення (наприклад, для банківських розрахунків і операцій з банкоматами), так і для забезпечення безпеки таких систем.

3.6. Статистичне моделювання

Метод статистичного моделювання (або метод Монте-Карло) – це спосіб дослідження поведінки ймовірнісних систем (економічних, технічних тощо) в умовах, коли невідомі повною мірою внутрішні взаємодії в цих системах.

Цей метод полягає у відтворенні досліджуваного фізичного процесу за допомогою ймовірнісної математичної моделі й обчисленні характеристик цього процесу. Одне таке відтворення функціонування системи називають реалізацією або випробуванням. Після кожного випробування реєструють сукупність параметрів, що характеризують випадковий результат реалізації. Метод заснований на багатократних випробуваннях побудованої моделі з подальшою статистичною обробкою отриманих даних з метою визначення числових характеристик цього процесу у вигляді статистичних оцінок його параметрів. Процес моделювання функціонування економічної системи зводиться до машинної імітації процесу, що вивчається, який ніби копіюється на ЕОМ з усіма супроводжуючими його випадковостями.

Перші відомості про метод Монте-Карло були опубліковані наприкінці 40-х рр. XX ст. Авторами методу є американські математики Дж. Нейман і С. Улам. Відомі також роботи 1955–1956 рр. В. В. Чавчанідзе, Ю. А. Шрейдера і В. С. Владімірова.

Основою методу статистичного моделювання є закон великих чисел. Закон великих чисел у теорії імовірності доводить для різних умов збіжність за імовірністю середніх значень результатів великого числа спостережень до деяких постійних величин.

Під законом великих чисел розуміють ряд теорем. Наприклад, одна з **теорем П. Л. Чебишева** формулюється так: «Під час необмеженого збільшення числа незалежних випробувань n середнє арифметичне вільних від систематичних помилок і рівноточних результатів спостережень ξ_i випадкової величини ξ, що має кінцеву дисперсію $D(\xi)$, сходиться за імовірністю до математичного очікування $m_\xi = M(\xi)$ цієї випадкової величини». Це можна записати таким чином:

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\frac{\sum_{i=1}^{n}\xi_i}{n} - M(\xi)\right| < \varepsilon\right\} = 1,$$

де ε – скільки завгодно мала позитивна величина.

Теорема Бернуллі формулюється так: «У разі необмеженого збільшення числа незалежних випробувань за одних і тих же умов частота $P^*(A)$ настання випадкової події A сходиться за імовірністю до його імовірності P, тобто

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\frac{m_i}{n} - P^*(A)\right| < \varepsilon\right\} = 1.$$

Згідно з цією теоремою для отримання імовірності будь-якої події, наприклад імовірність станів деякої системи, обчислюють частоти для однієї реалізації (випробування), далі проводять подібні обчислення для числа реалізацій, яке дорівнює n. Результати усереднюють і тим самим з деяким наближенням отримують шукану імовірність станів системи. На підставі обчисленої імовірності визначають інші характеристики системи. Варто зазначити, що чим більше число реалізацій n, тим точніше

результати обчислення шуканих величин (імовірності станів системи).

Розв'язок будь-якої задачі методом статистичного моделювання полягає у:

• розробці і побудові структурної схеми процесу, виявленні основних взаємозв'язків;

• формалізованому описі процесу;

• моделюванні випадкових явищ (випадкових подій, випадкових величин, випадкових функцій), супроводжуючих функціонування досліджуваної системи;

• моделюванні (з використанням даних, отриманих на попередньому етапі) функціонування системи – відтворенні процесу відповідно до розробленої структурної схеми і формального опису;

• накопиченні результатів моделювання, їхній статистичній обробці, аналізі й узагальненні.

На відміну від описаних раніше математичних моделей, результати яких відображали стійку в часі поведінку системи, результати, що отримуються під час статистичного моделювання, схильні до експериментальних помилок. Це означає, що будь-яке твердження, що стосується характеристик модельованої системи, повинно ґрунтуватися на результатах відповідних статистичних перевірок.

Експериментальні помилки під час статистичного моделювання значною мірою залежать від точності моделювання випадкових явищ, супроводжуючих функціонування досліджуваної системи.

Відомо, що у разі вивчення ймовірносних систем випадкові явища можуть інтерпретуватися у вигляді випадкових подій, випадкових величин і випадкових функцій. Отже, моделювання випадкових явищ зводиться до моделювання випадкових подій, випадкових величин і випадкових функцій. Оскільки випадкові події і випадкові функції можуть бути представлені через випадкові величини, то і моделювання випадкових подій і випадкових функцій проводиться за допомогою випадкових величин. У зв'язку з цим розглянемо спочатку способи моделювання випадкових величин.

Для моделювання випадкової величини необхідно знати її закон розподілу. Найбільш загальним способом отримання послідовності випадкових чисел, розподілених за довільним законом, є спосіб, в основі якого полягає їхнє формування з початкової послідовності випадкових чисел, розподілених в інтервалі [0, 1] за рівномірним законом.

Рівномірно розподілені в інтервалі [0, 1] послідовності випадкових чисел можна отримати трьома способами:

• використання таблиць випадкових чисел;

• застосування генераторів випадкових чисел;

• метод псевдовипадкових чисел.

У процесі розв'язку задачі без застосування ЕОМ найчастіше використовують **таблиці випадкових чисел**. У таблицях випадкових чисел випадкові цифри імітують значення дискретної випадкової величини з рівномірним розподілом.

x_i	0	1	2	3	…	9
p_i	0,1	0,1	0,1	0,1	…	0,1

Під час складання таких таблиць виконується вимога, щоб кожна з цих цифр від 0, 1, ..., 9 зустрічалася приблизно однаково часто і незалежно від інших з імовірністю $p_i = 0{,}1$.

Найбільша з опублікованих таблиць випадкових чисел містить 1 000 000 цифр. Таблиці випадкових чисел скласти не так просто. Вони вимагають ретельної перевірки за допомогою спеціальних статистичних тестів.

У процесі розв'язку задач на ЕОМ для вироблення випадкових чисел, рівномірно розподілених в інтервалі [0, 1], можуть застосовуватися **генератори випадкових чисел**. Ці генератори перетворюють результати випадкового фізичного процесу у двійкові числа. Як випадковий фізичний процес, зазвичай використовують власні шуми (випадковим чином змінна напруга).

Недоліки цього способу отримання випадкових чисел такі:

1. Важко перевірити якість чисел, що виробляються.

2. Випадкові числа не відтворні (якщо їх не запам'ятовувати), і, як наслідок, не можна повторити розрахунок на ЕОМ для виключення випадкового збою.

Отримання псевдовипадкових чисел з рівномірним законом розподілу полягає у виробленні псевдовипадкових чисел. **Псевдовипадкові числа** – це числа, отримані за будь-якою формулою та імітують значення випадкової величини. Під словом «імітують» мається на увазі, що ці числа задовольняють ряд тестів так, ніби вони були значеннями цієї випадкової величини.

Перший алгоритм для отримання псевдовипадкових чисел запропонував Дж. Нейман. Це так званий метод середини квадратів, який полягає в такому:

$$\gamma_0 = 0{,}9876,\ \gamma^2_0 = 0{,}97535376,$$
$$\gamma_1 = 0{,}5353,\ \gamma^2_1 = 0{,}28654609,$$
$$\gamma_2 = 0{,}6546 \text{ тощо.}$$

Тобто виділяється тільки середина квадрата числа, а початок і кінець його квадрата відкидаються. Алгоритм себе не виправдав: вийшло більше, ніж потрібно, малих значень γ_i – випадкових чисел. Нині розроблено безліч алгоритмів для отримання псевдовипадкових чисел.

Назвемо достоїнства методу псевдовипадкових чисел.

1. На отримання кожного випадкового числа витрачається декілька простих операцій, отже, швидкість генерування випадкових чисел має той самий порядок, що і швидкість роботи ЕОМ.

2. Малий об’єм пам’яті ЕОМ для програмування.

3. Будь-яке з чисел легко відтворити.

4. Якість випадкових чисел, що генеруються, досить перевірити один раз.

Переважна кількість розрахунків за методом Монте-Карло здійснюється з використанням псевдовипадкових чисел. Від послідовності випадкових чисел, рівномірно розподілених в інтервалі [0, 1], неважко перейти до послідовності випадкових чисел з довільним заданим законом розподілу.

Нехай потрібно розіграти дискретну випадкову величину, тобто отримати послідовність її можливих значень x_i (i = 1, 2, 3 ... n), знаючи закон розподілу X:

X	x_1	x_2	...	x_n
P	P_1	P_2	...	P_n

Позначимо через R безперервну випадкову величину. Величина R розподілена рівномірно в інтервалі [0, 1]. Через r_j (j = 1, 2 ...) позначимо можливі значення випадкової величини R. Розіб'ємо інтервал $0 < R < 1$ на осі $0r$ точками з координатами P_1, $P_1 + P_2$, $P_1 + P_2 + P_3$, $P_1 + \ldots + P_{n-1}$ на n часткових інтервалів Δ_1, Δ_2,…,Δ_n.

Тоді отримаємо:

довжина $\Delta_1 = P_1 - 0 = P_1$;

довжина $\Delta_2 = (P_1 + P_2) - P_1 = P_2$;

довжина $\Delta_n = 1 - (P_1 + P_2 + \ldots + P_{n-1})$.

Видно, що довжина часткового інтервалу з індексом i дорівнює імовірності P_i з тим самим індексом, тобто $\Delta_i = P_i$.

Таким чином, у разі попадання випадкового числа r_i в інтервал Δ_i випадкова величина X приймає значення x_i з імовірністю P_i.

Існує така теорема: **якщо кожному випадковому числу, яке потрапило в інтервал, поставити у відповідність можливе значення x_i, то розігрувана величина матиме заданий закон розподілу.**

Алгоритм розігрування дискретної випадкової величини задано законом розподілу:

X	x_1	x_2	…	x_n
P	P_1	P_2	…	P_n

1. Потрібно розбити інтервал [0, 1] осі $0r$ на n часткових інтервалів:

$\Delta_1 - (0; P_1)$, $\Delta_2 - (P_2; P_1 + P_2)$,…, $\Delta_n - (P_1 + P_2 + \ldots + P_{n-1}; 1)$.

2. Вибрати (наприклад, з таблиці випадкових чисел або в комп'ютері) випадкове число r_j.

Якщо число r_j потрапило в інтервал, то розігрувана дискретна випадкова величина прийняла можливе значення x_i.

Як бачимо, можна отримати множину значень випадкової величини X із заданим законом розподілу.

Нехай потрібно розіграти безперервну випадкову величину X, тобто отримати послідовність її можливих значень x_i (i = 1, 2 ...). При цьому функція розподілу $F(X)$ відома.

Існує така теорема: **якщо r_i – випадкове число, то можливе значення x_i розігруваної безперервної випадкової величини X з відомою функцією розподілу F(X), відповідне r_i, є коренем рівняння:**

$$F(x_i) = r_i.$$

Алгоритм розігрування безперервної випадкової величини:

1. Необхідно вибрати випадкове число r_i.

2. Прирівняти вибране випадкове число відомої функції розподілу $F(X)$ і отримати рівняння $F(x_i) = r_i$.

3. Розв'язати це рівняння відносно x_i. Набуте значення x_i відповідатиме одночасно і випадковому числу r_i, і заданому закону розподілу $F(X)$.

Складемо суму n незалежних випадкових величин R_j (j = 1, 2, ..., n), які розподілені рівномірно в інтервалі [0, 1].

Пронормуємо цю суму. Для цього знайдемо спочатку її математичне очікування і дисперсію. Відомо, що математичне очікування суми випадкових величин дорівнює сумі математичних очікувань доданків. Сума R_i містить n доданків. Математичне очікування кожного доданку дорівнює 1/2. Отже, математичне очікування суми дорівнює:

$$M\left(\sum_{j=1}^{n} R_j\right) = \frac{n}{2}.$$

Аналогічно для дисперсії суми R_j отримаємо:

$$D\left(\sum_{j=1}^{n} R_j\right) = \frac{n}{12}.$$

Звідси середнє квадратичне відхилення суми R_j:

$$\sigma = \sqrt{\frac{n}{12}}.$$

Тепер пронормуємо суму R_j.

Для цього віднімемо від суми R_j математичне очікування цієї суми і розділимо на середнє квадратичне відхилення суми R_j. Отримаємо:

$$\frac{\sum_{j=1}^{n} R_j - \frac{n}{2}}{\sqrt{\frac{n}{12}}} \text{ (тобто } \frac{x-a}{\sigma}\text{)}.$$

На підставі **центральної граничної теореми** теорії імовірності за $n \to \infty$ розподіл цієї нормованої випадкової величини прагне до нормального закону з параметрами $a = 0$ і $\sigma = 1$.

У разі кінцевого n розподіл можна розглядати як приблизно нормальний. Наприклад, за $n = 12$ отримаємо достатньо точне для практики наближення:

$$\frac{\sum_{j=1}^{12} R_j - 6}{\sqrt{\frac{12}{12}}} = \sum_{j=1}^{12} R_j - 6.$$

Таким чином, отримуємо, що для того щоб розіграти можливе значення x_i нормальної випадкової величини X з параметрами $a = 0$ і $\sigma = 1$, потрібно скласти 12 незалежних випадкових чисел і з отриманої суми відняти 6, тобто:

$$x_i = \sum_{j=1}^{12} r_j - 6 = S_i - 6.$$

Якщо потрібно розіграти значення нормальної ненормованої випадкової величини з математичним очікуванням α, відмінним від нуля і відмінним від одиниці, то спочатку розігрують можливі значення x нормованої випадкової величини, а потім знаходять шукане значення за формулою:

$$z_i = \sigma x_i + a,$$

яка отримана із співвідношення:

$$x_i = \frac{z_i - a}{\sigma}.$$

Таблиця 3.1

Формули для моделювання випадкових величин

Закон розподілу випадкової величини	**Щільність розподілу**	**Формула для моделювання випадкової величини**
Експоненційний	$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$	$x_i = -\frac{1}{\lambda} \ln r_i$
Вейбула	$f(x) = \frac{a}{b}\left(\frac{x}{a}\right)^{a-1} \exp\left(-\left(\frac{x}{b}\right)^{a}\right)$	$x_i = -b(\ln r_i)^{\frac{1}{a}}$

Продовження таблиці 3.1

Гама-розподіл (*n*-цілі числа)	$f(x)=\frac{\lambda^n}{\Gamma(n)}e^{-\lambda x}x^{n-1}$	$x_i=-\frac{1}{\lambda}\sum_{i=1}^{n}\ln(1-r_i)$
Нормальний	$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x-\bar{x}}{2\sigma}}$	$x_i=\bar{x}+\sigma(\sum_{i=1}^{n}r_i-6$

3.7. Математичне моделювання

3.7.1. Визначення математичного моделювання

Жодне визначення не може повним обсягом охопити реально існуючу діяльність до математичного моделювання. Незважаючи на це, визначення корисні тим, що в них здійснюється спроба виділити найбільш істотні риси.

Якщо розглядати це питання в історичному аспекті, то потрібно розпочати з визначення моделі за А. А. Ляпуновим: **моделювання** – це опосередковане практичне або теоретичне дослідження об’єкта, у разі якого безпосередньо вивчається не сам цікавий для нас об’єкт, а деяка допоміжна штучна або природна система (модель), яка:

1) перебуває в деякій об’єктивній відповідності до пізнаваного об’єкта;

2) здатна заміщати його в певних відносинах;

3) дає під час її дослідження в кінцевому підсумку інформацію про сам об’єкт, який моделюється.

Звичайно, тут ідеться про математичну модель. За підручником Советова і Яковлєва: «Модель (лат. *modulus* – міра) – це об’єкт-заступник об’єкта-оригіналу, що забезпечує вивчення деяких властивостей оригіналу». «Заміщення одного об’єкта іншим з метою отримання інформації про найважливіші властивості об’єкта-оригіналу за допомогою об’єкта-моделі називається моделюванням». «Під математичним моделюванням будемо розуміти процес встановлення відповідності цьому реальному об’єкту деякого математичного об’єкта, званого математичною моделлю, і дослідження цієї моделі, яке дозволяло б отримувати характеристики

розглянутого реального об’єкта. Вид математичної моделі залежить як від природи реального об’єкта, так і задач дослідження об’єкта і необхідної достовірності та точності вирішення цієї задачі».

За Самарським та Михайловим, математична модель – це «еквівалент об’єкта, що відображає в математичній формі найважливіші його властивості – закони, яким він підпорядковується, зв’язки, властиві складових його частин, тощо» й існує в тріаді «модель-алгоритми-програма». «Створивши тріаду «модель-алгоритм-програма», дослідник отримує в руки універсальний, гнучкий і недорогий інструмент, який спочатку налагоджується, тестується в пробних обчислювальних експериментах. Після того, як адекватність (достатня відповідність) тріади вихідному об’єкту встановлена, з моделлю проводяться різноманітні і докладні «досліди», що дають усі необхідні якісні та кількісні властивості і характеристики об’єкта».

За монографією Мишкіса: «Перейдемо до загального визначення. Нехай ми збираємося досліджувати деяку сукупність *S* властивостей реального об’єкта *a* за допомогою математики (тут термін «об’єкт» розуміється в найбільш широкому сенсі: об’єктом може слугувати не тільки те, що зазвичай іменується цим словом, а й будь-яка ситуація, явище, процес тощо). Для цього вибираємо (або, як свідчать, будуємо) «математичний об’єкт» *a* – систему рівнянь, або арифметичних співвідношень, або геометричних фігур, або комбінацію того й іншого тощо, дослідження якого засобами математики і повинно відповісти на поставлені запитання про властивості *S*. У цих умовах *a* називається математичною моделлю об’єкта *a* щодо сукупності *S* його властивостей».

Трохи менш загальне визначення математичної моделі, засноване на ідеалізації «вхід – вихід – стан», запозиченої з теорії автоматів, дає Wiktionary: «Абстрактне математичне уявлення процесу, пристрою або теоретичної ідеї; воно використовує набір змінних, щоб являти собою входи, виходи і внутрішні стани, а також множини рівнянь і нерівностей для опису їх взаємодії».

Нарешті, найбільш лаконічне визначення математичної моделі: «Рівняння, що виражає ідею».

Формальна класифікація моделей (математичних) ґрунтується на класифікації використовуваних математичних засобів. Часто будується у формі дихотомій. Наприклад, один з популярних наборів дихотомій:

• лінійні або нелінійні моделі;

• зосереджені або розподілені системи;

• детерміновані або стохастичні;

• статичні або динамічні;

• дискретні або безперервні тощо.

Кожна побудована модель є лінійною або нелінійною, детермінованою або стохастичною тощо. Природно, що можливі і змішані типи: в одному відношенні зосереджені (за частиною параметрів), в іншому – розподілені моделі тощо.

Поряд з формальною класифікацією моделі розрізняються за **способом подання об'єкта**:

• структурні або функціональні моделі.

Структурні моделі являють собою об'єкт як систему зі своїм пристроєм і механізмом функціонування. Функціональні моделі не використовують таких подань і відбивають тільки поведінку (функціонування) об'єкта. У їхньому граничному вираженні вони називаються також моделями «чорної скриньки». Можливі також комбіновані типи моделей, які іноді називають моделями «сірої скриньки».

Практично всі автори, що описують процес математичного моделювання, вказують, що спочатку будується особлива ідеальна конструкція, змістовна модель. Усталеної термінології тут немає, й інші автори називають цей ідеальний об'єкт концептуальною моделлю, умоглядною моделлю або предмоделлю. При цьому фінальна математична конструкція називається формальною моделлю або просто математичною моделлю, отриманою в результаті формалізації цієї змістовної моделі (передмоделі). Побудова змістовної моделі може проводитися за допомогою набору готових ідеалізацій, як у механіці, де ідеальні пружини, тверді тіла, ідеальні маятники, пружні середовища тощо дають готові структурні елементи для змістовного моделювання. Однак у сферах знання, де не існує повністю завершених формалізованих

теорій (передній край фізики, біологія, економіка, соціологія, психологія і більшість інших сфер), створення змістовних моделей різко ускладнюється.

3.7.2. Класифікація математичних моделей у природничих науках

Тут розглядається ще одна класифікація – класифікація суто математичних моделей з точки зору їхнього використання в природничих науках. Фактично це – послідовність етапів, які проходить модель від наукової гіпотези до змістовної конкретної моделі. Такий погляд на моделювання є досить повчальним, особливо зважаючи на те, що він зроблений відомим вченим-фізиком.

Саме у роботі Р. Пайерлса (англ. R. Peierls) ця класифікація математичних моделей, що використовуються у фізиці і ширше в природничих науках. У книзі А. Н. Горбаня і Р. Г. Хлебопроса ця класифікація проаналізована і розширена, вона сфокусована, в першу чергу, на етапі побудови змістовної моделі. Чим же відрізняються гіпотези одна від одної? Як вони виникають взагалі?

Тип 1. Гіпотеза (таке могло б бути)

Ці моделі «є пробним описом явища, причому автор або вірить у його можливість, або вважає навіть його істинним». За Р. Пайерлсом, це, наприклад, модель Сонячної системи за Птолемеєм і модель Коперника (вдосконалена Кеплером), модель атома Резерфорда і модель Великого Вибуху.

Ніяка гіпотеза в науці не буває доведена назавжди. Досить чітко це сформулював Річард Фейнман:

«У нас завжди є можливість спростувати теорію, але зверніть увагу, ми ніколи не можемо довести, що вона правильна. Припустимо, що ви висунули вдалу гіпотезу, розрахували, до чого це веде, і з’ясували, що всі її наслідки підтверджуються експериментально. Чи означає це, що ваша теорія правильна? Ні, просто-напросто це означає, що вам не вдалося її спростувати».

Якщо модель першого типу побудована, то це означає, що вона тимчасово визнається за істину і можна сконцентруватися на інших проблемах. Однак це не може бути точкою в дослідженнях,

але тільки тимчасовою паузою: статус моделі першого типу може бути тільки тимчасовим.

Тип 2. Феноменологічна модель (поводимося так, як якщо б ...)

Феноменологічна модель уже містить механізм для опису явища. Однак цей механізм ще недостатньо переконливий, не може бути достатньо підтверджений наявними даними або погано узгоджується з наявними теоріями і накопиченим знанням про об'єкт. Тому феноменологічні моделі також мають статус тимчасових рішень. Вважається, що відповідь усе ще невідома і необхідно продовжити пошук «істинних механізмів». До другого типу Пайерлс відносить, наприклад, моделі теплорода і кваркової моделі елементарних частинок.

Роль моделі в дослідженні може змінюватися з часом, може трапитися так, що нові дані і теорії підтвердять феноменологічні моделі і ті будуть підвищені до статусу гіпотези. Аналогічно нове знання може поступово дійти до суперечності з моделями-гіпотезами першого типу і ті можуть бути переведені до другого. Так, кваркова модель поступово переходить у розряд гіпотез; атомізм у фізиці виник як тимчасове рішення, але з ходом історії перейшов у перший тип. А ось моделі ефіру пройшли шлях від типу 1 до типу 2, а нині перебувають поза наукою.

Ідея спрощення досить популярна у процесі побудови моделей. Але спрощення буває різним. Пайерлс виділяє три типи спрощень у моделюванні.

Тип 3. Наближення (щось вважаємо досить великим або значно малим)

Якщо можна побудувати рівняння, що описують досліджувану систему, то це не означає, що їх можна вирішити навіть за допомогою комп'ютера. Загальноприйнятий прийом у цьому випадку – використання наближень (моделей типу 3). Серед них моделі лінійного відгуку. Складні рівняння замінюються лінійними. Стандартний приклад – закон Ома.

Якщо використовуємо модель ідеального газу для опису досить розріджених газів, то це – модель типу 3 (наближення). За більш високою щільністю газу теж корисно уявляти собі більш

просту ситуацію з ідеальним газом для якісного розуміння й оцінок, але тоді це вже тип 4.

Тип 4. Спрощення (опустимо для зрозумілості деякі деталі)

У моделі типу 4 відкидаються деталі, які можуть помітно і не завжди контрольовано вплинути на результат. Одні і ті ж рівняння можуть слугувати моделлю типу 3 (наближення) або 4 (опустимо для зрозумілості деякі деталі) – це залежить від явища, для вивчення якого використовується модель. Так, якщо моделі лінійного відгуку застосовуються за відсутності більш складних моделей (тобто не проводиться лінеаризація нелінійних рівнянь, а просто шукаються лінійні рівняння, які описують об'єкт), то це вже феноменологічні лінійні моделі, і належать вони до наступного типу 4 (усі нелінійні деталі «для зрозумілості» опускаємо).

Приклади: застосування моделі ідеального газу до неідеального, рівняння стану Ван-дер-Ваальса, більшість моделей фізики твердого тіла, рідин і ядерної фізики. Шлях від мікроопису до властивостей тіл (або середовищ), які складаються із значної кількості частинок, досить довгий. Доводиться відкидати багато деталей. Це призводить до моделей 4-го типу.

Тип 5. Евристична модель (кількісного підтвердження немає, але модель сприяє більш глибокому проникненню у сутність справи)

Евристична модель зберігає лише якісну подобу реальності і дає передбачення тільки «за порядком величини». Типовий приклад: наближення середньої довжини вільного пробігу в кінетичній теорії. Воно дає прості формули для коефіцієнтів в'язкості, дифузії, теплопровідності, узгоджуються з реальністю за порядком величини.

Але у разі побудови нової фізики далеко не відразу виходить модель, що дає хоча б якісний опис об'єкта – модель 5-го типу. У цьому випадку часто використовують модель за аналогією, яка відображатиме дійсність хоч у будь-якій межі.

Тип 6. Аналогія (врахуємо тільки деякі особливості)

Р. Пайерлс наводить історію використання аналогій у першій статті В. Гейзенберга про природу ядерних сил. «Це сталося після відкриття нейтрона, і хоча сам В. Гейзенберг розумів, що

можна описувати ядра, що складаються з нейтронів і протонів, він не міг усе ж позбутися думки, що нейтрон повинен у кінцевому підсумку складатися з протона й електрона. При цьому виникала аналогія між взаємодією в системі нейтрон – протон і взаємодією атома водню і протонів. Ця аналогія і привела його до висновку, що повинні існувати обмінні сили взаємодії між нейтроном і протоном, які аналогічні обмінним силам, обумовленим переходом електрона між двома протонами. ... Пізніше було все-таки доведено існування обмінних сил взаємодії між нейтроном і протоном, хоча ними не вичерпувалася повністю взаємодія між двома частинками. Але за тією самою аналогією В. Гейзенберг дійшов висновку про відсутність ядерних сил взаємодії між двома протонами і постулювання відштовхування між двома нейтронами. Обидва останніх висновки перебувають у протиріччі з даними пізніших досліджень».

Тип 7. Уявний експеримент (основне полягає у спростуванні можливості)

А. Ейнштейн був одним з великих майстрів уявного експерименту. Ось один з них. Він був придуманий в юності і, врешті-решт, привів до побудови спеціальної теорії відносності. Припустимо, що в класичній фізиці рухаємося за пучком зі швидкістю світла. Будемо спостерігати електромагнітне поле, що періодично змінюється в просторі і постійне в часі. Згідно з рівнянням Максвелла цього бути не може. Звідси юний Ейнштейн уклав: або закони природи змінюються під час зміни системи відліку, або швидкість світла не залежить від системи відліку. Він обрав другий – більш красивий варіант. Інший знаменитий уявний експеримент Ейнштейна: парадокс Ейнштейна – Подільського – Розена.

А ось і тип 8, широко поширений у математичних моделях біологічних систем.

Тип 8. Демонстрація можливості (основне – показати внутрішню несуперечливість можливості)

Це теж уявні експерименти з уявними сутностями, які демонструють, що передбачуване явище узгоджується з базовими принципами і внутрішньо несуперечливе. У цьому основна

відмінність від моделей типу 7, які розкривають приховані протиріччя.

Один з найзнаменитіших таких експериментів – геометрія Лобачевського (Лобачевський називав її «уявною геометрією»). Інший приклад – масове виробництво формально-кінетичних моделей хімічних і біологічних коливань, автохвиль та ін. Парадокс Ейнштейна – Подільського – Розена був задуманий як модель 7 типу для демонстрації суперечливості квантової механіки. Абсолютно незапланованим чином він з часом перетворився на модель 8 типу – демонстрацію можливості квантової телепортації інформації.

В основі змістовної класифікації – етапи, які передують математичному аналізу й обчисленням. Вісім типів моделей за Р. Пайерлсом мають сутність восьми типів дослідницьких позицій у процесі моделювання.

Приклад 3.7. Розглянемо механічну систему, що складається з пружини, закріпленої з одного кінця, і вантажу масою m, прикріпленого до вільного кінця пружини. Вважатимемо, що вантаж може рухатися тільки в напрямку осі пружини (наприклад, рух відбувається уздовж стрижня). Побудуємо математичну модель цієї системи. Будемо описувати стан системи відстанню x від центру вантажу до його положення рівноваги. Опишемо взаємодію пружини і вантажу за допомогою закону Гука ($F = -kx$), після чого скористаємося другим законом Ньютона, щоб виразити його у формі диференціального рівняння:

$$m\ddot{x} = -kx,$$

де $\ddot{x}$ означає другу похідну від x за часом: $\ddot{x} = \dfrac{d^2x}{dt^2}$.

Отримане рівняння описує математичну модель розглянутої фізичної системи. Ця модель називається «гармонічним осцилятором».

За формальною класифікацією ця модель лінійна, детермінована, динамічна, зосереджена, безперервна. У процесі її побудови ми зробили безліч припущень (про відсутність зовнішніх

сил, відсутність тертя, малість відхилень тощо), які в реальності можуть не виконуватися.

Щодо реальності, це частіше за все модель типу 4 спрощення («опустимо для зрозумілості деякі деталі»), оскільки опущені деякі істотні універсальні особливості (наприклад, диссіпація). У деякому наближенні (наприклад, доки відхилення вантажу від рівноваги невелике у разі малого тертя, упродовж не значно великого часу і дотримання деяких інших умов) така модель досить добре описує реальну механічну систему, оскільки відкинуті фактори здійснюють такий малий вплив на її поведінку, що їм нехтуємо. Однак модель можна уточнити, взявши до уваги якісь з цих факторів. Це приведе до нової моделі з більш широкою (хоча і знову обмеженою) сферою застосовності.

Втім у разі уточнення моделі складність її математичного дослідження може істотно зрости і зробити модель фактично марною. Найчастіше більш проста модель дозволяє краще і глибше дослідити реальну систему, чим складніша (і формально «більш правильна»).

Якщо застосовувати модель гармонічного осцилятора до об'єктів, далеких від фізики, її змістовний статус може бути зовсім іншим. Наприклад, під час застосування цієї моделі до біологічних популяцій її варто віднести швидше за все до типу 6 аналогії («врахуємо тільки деякі особливості»).

Приклад 3.8. Гармонічний осцилятор – приклад так званої «жорсткої» моделі. Вона отримана в результаті сильної ідеалізації реальної фізичної системи. Для вирішення питання про її застосування необхідно зрозуміти, наскільки істотними є фактори, якими знехтували. Іншими словами, потрібно досліджувати «м'яку» модель, яка утворюється малим обуренням «жорсткої». Вона може здаватися, наприклад, таким рівнянням:

$$m\ddot{x} = -kx + \varepsilon f(x, \dot{x}).$$

Тут $f(x, \dot{x})$ – деяка функція, в якій може враховуватися сила тертя або залежність коефіцієнта жорсткості пружини від ступеня її розтягування, – деякий малий параметр. Явний вигляд функції f нас у цей момент не цікавить. Якщо доведемо, що поведінка

м’якої моделі принципово не відрізняється від поведінки жорсткої (незалежно від чіткого виду факторів, що обурюють, якщо вони досить малі), задача зведеться до дослідження жорсткої моделі. В іншому випадку застосування результатів, отриманих під час вивчення жорсткої моделі, зажадає додаткових досліджень. Наприклад, рішенням рівняння гармонічного осцилятора є функція виду $x(t) = A\sin(\sqrt{k}t) + B\cos(\sqrt{k}t)$, тобто коливання з постійною амплітудою. Чи випливає з цього, що реальний осцилятор буде нескінченно довго коливатися з постійною амплітудою? Ні, оскільки розглядаючи систему як завгодно з малим тертям (завжди присутнім у реальній системі), отримаємо затухаючі коливання. Поведінка системи якісно змінилася.

Якщо система зберігає свою якісну поведінку під час малого обурення, зазначають, що вона структурно стійка. Гармонічний осцилятор – приклад структурно-нестійкої (негрубої) системи. Проте цю модель можна застосовувати для вивчення процесів на обмежених проміжках часу.

Найважливіші математичні моделі зазвичай володіють важливою властивістю універсальності: принципово різні реальні явища можуть описуватися однією і тією ж математичною моделлю. Наприклад, гармонічний осцилятор описує не тільки поведінку вантажу на пружині, а й інші коливальні процеси, які часто мають зовсім іншу природу: малі коливання маятника, коливання рівня рідини в U-подібній посудині або зміну сили струму в коливальному контурі. Таким чином, вивчаючи одну математичну модель, фактично вивчаємо відразу клас описуваних нею явищ. Саме цей ізоморфізм законів, які висловлюються математичними моделями в різних сегментах наукового знання, посунув Людвіга фон Берталанфі на створення «Загальної теорії систем».

3.7.3. Пряма і зворотна задачі математичного моделювання

Існує безліч задач, пов’язаних з математичним моделюванням.

Спочатку треба вигадати основну схему модельованого об’єкта, відтворити його в рамках ідеалізацій цієї науки. Так, вагон поїзда перетворюється в систему пластин і більш складних тіл з різних матеріалів, кожен матеріал задається як його стандартна

механічна ідеалізація (щільність, модулі пружності, стандартні характеристики міцності), після чого складаються рівняння, шляхом якісь деталі відкидаються як несуттєві, проводяться розрахунки, порівнюються з вимірюваннями, модель уточнюється тощо. Однак для розробки технологій математичного моделювання корисно розібрати цей процес на основні складові елементи.

Традиційно виділяють два основні класи задач, пов'язаних з математичними моделями: прямі і зворотні.

Пряма задача: структура моделі і всі її параметри вважаються відомими, основна задача – провести дослідження моделі для вилучення корисного знання про об'єкт. Яке статичне навантаження витримає міст? Як він реагуватиме на динамічне навантаження (наприклад, на крокування роти солдат або на проходження поїзда за різними швидкостями), як літак подолає звуковий бар'єр, чи не розвалиться він від флатера – ось типові приклади прямої задачі. Постановка правильної прямої задачі (задача правильного питання) вимагає спеціальної майстерності. Якщо не поставлені правильні запитання, то міст може обвалитися, навіть якщо була побудована хороша модель для його поведінки. Так, 1879 р. в Англії розвалився металевий міст через річку Тей, конструктори якого побудували модель моста, розрахували його на 20-кратний запас міцності на дію корисного навантаження, але забули про вітри, що постійно віють у тих місцях. І через півтора роки він впав.

У найпростішому випадку (одне рівняння осцилятора, наприклад) пряма задача досить проста і зводиться до чіткого вирішення цього рівняння.

Зворотна задача: відома множина можливих моделей, треба вибрати конкретну модель на підставі додаткових даних про об'єкт. Найчастіше структура моделі відома, і необхідно визначити деякі невідомі параметри. Додаткова інформація може складатися в додаткових емпіричних даних або у вимогах до об'єкта (задача проектування). Додаткові дані можуть надходити незалежно від процесу розв'язання оберненої задачі (пасивне спостереження) або бути результатом спеціально запланованого у ході рішення експерименту (активне спостереження).

Одним з перших прикладів віртуозного розв'язання оберненої задачі з максимально повним використанням доступних даних був побудований І. Ньютоном, це – метод відновлення сил тертя за спостережуваними загасаючими коливаннями.

Приклад 3.9. Модель Мальтуса – швидкість зростання популяції пропорційна поточному розміру популяції. Вона описується диференціальним рівнянням:

$$\dot{x} = \alpha x,$$

де α – деякий параметр, який визначається різницею між народжуваністю і смертністю. Рішенням цього рівняння є експоненціальна функція $x(t) = x_0 e^{\alpha t}$. Якщо народжуваність перевищує смертність ($\alpha > 0$), розмір популяції необмежено і досить швидко зростає. Зрозуміло, що в дійсності цього не може відбуватися через обмеженість ресурсів. Під час досягнення деякого критичного обсягу популяції модель перестає бути адекватною, оскільки не враховує обмеженість ресурсів. Уточненням моделі Мальтуса може слугувати логістична модель, яка описується диференціальним рівнянням Ферхюльста:

$$\dot{x} = \alpha(1 - \frac{x}{x_s})x,$$

де x_s – «рівноважний» розмір популяції, у ході якого народжуваність за точністю компенсується смертністю. Розмір популяції в такій моделі прагне до рівноважного значення x_s, причому така поведінка структурно стійка.

Приклад 3.10. Система хижак-жертва: припустимо, що на деякій території мешкають два види тварин – кролики (харчуються рослинами) і лисиці (харчуються кроликами). Нехай кількість кроликів x, лисиць – y. Використовуючи модель Мальтуса з необхідними поправками, які враховують поїдання кроликів лисицями, доходимо до такої системи, що носить ім'я моделі Вольтерра – Лотки:

$$\begin{cases} \dot{x} = (\alpha - cy)x, \\ \dot{y} = (-\beta + dx)y. \end{cases}$$

Ця система має рівноважний стан, коли кількість кроликів і лисиць постійна. Відхилення від цього стану призводить до коливань чисельності кроликів і лисиць, аналогічних коливанням гармонічного осцилятора. Як і у випадку гармонічного осцилятора, ця поведінка не є структурно стійкою: мала зміна моделі (наприклад, що враховує обмеженість ресурсів, необхідних кроликам) може привести до якісної зміни поведінки. Наприклад, рівноважний стан може стати стійким і коливання чисельності затухатимуть. Можлива і протилежна ситуація, коли будь-яке мале відхилення від положення рівноваги призведе до катастрофічних наслідків, аж до повного вимирання одного з видів. На запитання про те, який з цих сценаріїв реалізується, модель Вольтерра – Лотки відповіді не дає: тут потрібні додаткові дослідження.

3.7.4. Лінійні моделі

Тут у подальшому розглядаються конкретні приклади опису різноманітних процесів, які з успіхом можна представляти у вигляді досить простих співвідношень. Як відомо, запас різноманітних функціональних співвідношень величезний, тому за логікою розгляд можливих залежностей потрібно починати з найпростіших функцій.

Як відомо, найпростішою елементарною функцією є лінійна або прямо пропорційна залежність, яка має вигляд:

$$y = kx + b,$$

де k, b – коефіцієнти функції, x – незалежна змінна (аргумент).

Чи має така проста залежність якісь практичні застосування? Як виявляється, рідко, але все таки-має. Так, в іхтіології досить надійно встановлено, що на ранніх стадіях розвитку вага більшості риб досить точно лінійно залежить від їхнього віку, тобто:

$$w = at,$$

де a – коефіцієнт пропорційності – той самий параметр моделі, значення якого необхідно визначити для конкретного випадку (вид риби, пора року тощо). Звичайно, для його визначення необхідно провести експерименти з визначення (тобто розв’язати задачу ідентифікації цієї моделі) ваги риби за певний проміжок

часу. У цьому випадку таку задачу розв'язати досить легко. Отже, якщо, наприклад, за один рік ($t = 1$) її вага стане $w = 0{,}24$ кг, то $a = 0{,}24/1 = 0{,}24$ і $w = 0{,}24t$, де t вимірюється в роках. Проте виявилося також, що і довжина риби лінійно залежить від віку риби, тобто:

$$L = bt,$$

де b – коефіцієнт пропорційності, значення якого визначається аналогічно. Звернему увагу на те, що дані залежності є справедливими лише в певному інтервалі часу і в певних умовах – для загальних випадків їх потрібно ускладнювати.

Тепер перейдемо до використання в моделюванні більш складного математичного апарату, який надає ще більше можливостей щодо опису різноманітних процесів, – це диференціальні рівняння.

Поняття лінійності моделі застосовується не лише у випадку кінцевих співвідношень (як у прикладі пропорційної залежності), а і випадку застосувань диференціальних рівнянь.

Лінійним диференціальним рівнянням називається рівняння вигляду:

$$x^{(n)} + p_1(t)x^{(n-1)} + \ldots + p_n(t)x = f(t),$$

де $p_i(t)$, $i = 1, 2, \ldots, n$, $f(t)$ – задані функції, неперервні на відрізку (a, b).

За цих умов це диференціальне рівняння має єдиний розв'язок $x = x(t)$, який задовольняє початковим умовам:

$$x(t_0) = x_0, \quad x''(t_0) = x_0'', \quad \ldots \quad , x^{(n-1)}(t_0) = x_0^{n-1}.$$

Цей розв'язок визначений і n раз неперервно диференційований на (a, b).

Особливих розв'язків диференціальне рівняння не має. Будь-який розв'язок за конкретними початковими умовами є частинним. Якщо у разі $x^{(n)}$ стоїть $p_0(t)$, то точки, в яких $p_0(t) = 0$, називаються особливими.

Якщо $f(t) = 0$, то диференціальне рівняння називають однорідним:

$$x^{(n)} + p_1(t)x^{(n-1)} + \ldots + p_n(t)x = 0.$$

Приклад 3.11. Одним з найпростіших прикладів у цьому напрямі є опис процесу напіврозпаду радіоактивних елементів. Відомо, що швидкість розпаду будь-якого радіоактивного елемента прямо пропорційна його наявній масі, тобто якщо в момент часу $t_0 = 0$ була маса x_0, то через час t буде x, причому:

$$\frac{dx}{dt} = -kx,$$

де k – коефіцієнт пропорційності, $k > 0$. Отримано найпростіше звичайне лінійне диференціальне рівняння, яке легко розв'язується розділенням змінних і дає відповідь:

$$x = x_0 e^{-kt}.$$

Зазвичай фізики використовують такий параметр, як час, за який розпалася половина речовини, тобто період напіврозпаду:

$$\frac{x_0}{2} = x_0 e^{-kt},$$

звідки легко отримати формулу:

$$k = \frac{\ln 2}{T}.$$

Таким чином, якщо відомо k, то можна визначити період напіврозпаду T, і навпаки. Останнє співвідношення широко використовується в археології та геології.

Приклад 3.12. Іншим цікавим прикладом застосування диференціальних рівнянь у моделюванні є задача визначення часу злочину. Вона базується на законі випромінювання Ньютона, який стверджує, що швидкість охолодження тіла в певному середовищі (наприклад, у повітрі) пропорційна різниці температур тіла і середовища, тобто

$$\frac{dx}{dt} = -k(x - a),$$

де k – коефіцієнт пропорційності, $k > 0$, x – поточна температура тіла, a – температура середовища (повітря). Цей закон широко використовується в техніці і, зокрема, судовій медицині для точного визначення часу злочину. Йдеться про випадок, коли в деякий момент часу скоєно вбивство і труп виявлено до того часу, коли він ще охолоджений не до температури середовища.

Після інтегрування останнього рівняння отримаємо формулу:

$$\ln \frac{x-a}{x_0-a} = -kt,$$

де x_0 – температура тіла в момент часу $t = 0$. Якщо, наприклад, у момент виявлення тіла його власна температура дорівнювала $x_0 = 31^0$, через годину ($t = 1$) 29^0, а температура повітря дорівнювала $a = 21^0$, то за цими даними можна визначити значення коефіцієнта пропорційності k:

$$k = -\frac{1}{t}\ln \frac{x-a}{x_0-a} = -\ln \frac{29-21}{31-21} = \ln 1{,}25 \approx 0{,}22314.$$

Тоді зважаючи на те, що в момент смерті було $x = 37^0$, можна визначити час злочину:

$$t = -\frac{1}{k}\ln \frac{x-a}{x_0-a} = -\frac{1}{0{,}22314}\ln \frac{37-21}{31-21} \approx -2{,}1063.$$

Як бачимо, злочин відбувся на 2 години 6 хвилин раніше виявлення трупа.

Звичайно, тут використано лише наближений підхід, у дійсності потрібно враховувати можливі зміни температури повітря, наявність вітру, час доби тощо. Зокрема, це призведе до рівняння зі змінною правою частиною (a буде функцією часу):

$$\frac{dx}{dt} = -k(x - a(t)),$$

яке можна проінтегрувати лише за допомогою чисельних методів.

Іншою також простою елементарною функцією є обернена пропорційність, яка має вигляд:

$$y = \frac{k}{x},$$

де k – коефіцієнти функції, x – незалежна змінна (аргумент). До речі, це вже приклад нелінійної функції.

Наведемо приклад її застосування.

Приклад 3.13. Відомо, що у тваринному світі між деякими видами тварин існує залежність типу «хижак-жертва», наприклад вовк-заєць. У деякі періоди їх розвитку кількість популяцій зайців $N_з$ і кількість популяцій вовків $N_в$ пов’язані співвідношенням:

$$N_з = \frac{k}{N_в},$$

де коефіцієнт k визначається, як і в попередньому прикладі, на основі натурних спостережень. Тут бачимо, чим більше вовків, тим менше зайців. Знову звернемо увагу на спрощеність цього співвідношення, яке, звичайно, не враховує безліч інших факторів, що впливають на процеси розмноження та смертність цих популяцій. Зрозуміло, що урахування додаткових факторів призведе до більш складного співвідношення.

Наведемо ще один приклад пошуку нелінійного співвідношення. Дійсно, відомо (знову ж з іхтіології), що вилов (загальна вага в тонах) риби P, що досягла промислових розмірів (ваги), досить точно можна представити співвідношенням:

$$P = \alpha N_0 \frac{\varphi}{(\varphi + \psi)^2},$$

де α – коефіцієнт пропорційності, N_0 – початкова кількість риби, φ – коефіцієнт промислової смертності (вилову) риби, ψ – коефіцієнт природної смертності риби. Приблизно ці коефіцієнти можна оцінити таким чином:

$$\varphi = \frac{N_\varphi}{N_0},$$

де N_φ – кількість риби, що загинула (виловлена);

$$\psi = \frac{N_\psi}{N_0},$$

де N_ψ – кількість риби, що загинула природним чином.

Тоді легко отримати таку формулу:

$$P = \alpha N_0^2 \frac{N_\varphi}{(N_\varphi + N_\psi)^2}.$$

Отже, нелінійна модель – це модель, у якій використовується будь-яке нелінійне співвідношення. Можливості нелінійних моделей набагато більші порівняно з лінійними.

Як бачимо, використання звичайних диференціальних дає ще більше можливостей під час опису різноманітних процесів. Зокрема, їхнє використання дозволяє набагато точніше описувати

будь-які процеси, оскільки у процесі їхнього опису використовуються не тільки зміни самих характеристик процесів, але враховуються і швидкості їхніх змін. Це досягається використанням похідних (як відомо, перша похідна зазвичай має сенс швидкості процесу).

Ще більше можливостей надають диференціальні рівняння з частковими похідними. Їхнє застосування дозволяє отримати опис поведінки певного процесу не тільки в часі, але і в просторі (завдяки використанню похідних за координатами).

Приклад 3.14. Як приклад застосування лінійних диференціальних рівнянь з частковими похідними, розглянемо процес терморегенерації активного вугілля. Йдеться про вугілля, яке використовується як активна речовина в адсорбційних фільтрах для очищення води від органічних домішків. Одним зі способів регенерації відпрацьованого вугілля є процес його терморегенерації, сутність якого полягає в тому, що через фільтр продувається гарячий газ, у результаті чого спочатку реалізується перша стадія процесу – прогрів, а потім друга – загоряння і випалювання органічних речовин. Останні утилізуються в подальшому у вигляді газів, а вугілля залишається очищеним. Проте цей процес вимагає досить ретельного дослідження, оскільки важливими є вхідні характеристики газу (швидкість потоку, температура повітря, концентрація кисню), а також ряд теплових характеристик усього процесу. Як показують дослідження, процес прогріву описується такою системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \Theta_г}{\partial x} + \dfrac{\partial \Theta_г}{\partial \tau} = A(\Theta_a - \Theta_г), \\ \dfrac{\partial \Theta_a}{\partial \tau} = -B(\Theta_a - \Theta_г), \end{cases}$$

де $\Theta_г$ – поточна температура газу, Θ_a – поточна температура вугілля (адсорбента), A, B – інтегральні константи процесу, які включають швидкість потоку, його температуру, концентрацію кисню, теплоємності матеріалів, коефіцієнти теплопровідності та ін.

Процес загоряння описується такою системою рівнянь:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \Theta_г}{\partial x} + \dfrac{\partial \Theta_г}{\partial \tau} = A(\Theta_а - \Theta_г), \\ \dfrac{\partial \Theta_а}{\partial \tau} = -B(\Theta_а - \Theta_г) + C(\tau, x), \end{cases}$$

де $C(\tau, x)$ – функція, що дозволяє обчислювати кількість тепла, яке виділяється під час згоряння одиниці маси домішків.

Метою моделювання цього процесу було визначення оптимальних значень інтегральних констант процесу, знання яких дозволить уточнити ряд фізичних та конструктивних параметрів процесу. Для досягнення цієї мети були проведені натурні вимірювання, які надали можливість отримати розподіл температури в часі та за геометричними параметрами установки і використовувалися для уточнення моделі.

3.7.5. Аналогове моделювання

Моделювання аналогове, один з найважливіших видів моделювання, заснований на аналогії (в більш точних термінах – ізоморфізмі) явищ, що мають різну фізичну природу, але описуваних однаковими математичними (диференціальними, алгебраїчними або будь-якими іншими) рівняннями.

Простий приклад – дві системи, перша з яких має механічну природу, складається з осі, передавальної обертання через пружину і маховик, занурений частково у в'язку гальмівну рідину, валу, жорстко пов'язаного з маховиком. Друга система – електрична – складається з джерела електрорушійної сили, сполученого через котушку індуктивності, конденсатор і активний опір з лічильником електричної енергії. Якщо підібрати значення індуктивності, ємності й опору так, щоб вони певним чином відповідали пружності пружини, інерції маховика і тертю рідини, то ці системи виявлять структурну і функціональну подібність (навіть тотожність), яка виражається, зокрема, в тому, що вони будуть описуватися одним і тим самим диференціальним рівнянням з постійними коефіцієнтами вигляду:

$$a\ddot{x} + b\dot{x} + cx = \omega.$$

Це рівняння може слугувати «теоретичною моделлю» обох систем, будь-яка ж з них – «експериментальною моделлю» цього рівняння й «аналоговою моделлю» один одного. Ця аналогія полягає в основі електричного моделювання механічних систем: електричні моделі набагато зручніші для експериментального дослідження, ніж модельовані механічні. Іншою традиційною сферою застосування аналогового моделювання є дослідження процесів теплопровідності, засноване на електротепловій і гідротепловій аналогіях (у першій з них аналогами температурного поля в твердому тілі і теплоємності слугують, відповідно, поле електричного потенціалу в електропровідному середовищі та ємності деяких конденсаторів, у другій – температура моделюється рівнем води у вертикальних скляних судинах, що утворюють гідравлічну модель, теплоємність елементарного об'єму – площею поперечного перерізу цих судин, а тепловий опір – гідравлічним опором трубок, що з'єднують судини). Для дослідження променистого (радіаційного) перенесення тепла часто застосовують метод світлового моделювання, у ході якого потоки теплового випромінювання замінюють подібними до них потоками випромінювання світлового. Таким шляхом визначають кутові коефіцієнти випромінювання, а якщо оптичні властивості (ступінь чорноти і поглинальної здатності) відповідних поверхонь у моделі та натурі тотожні, то і розподіл теплових потоків на поверхнях, що входять у систему променистого теплообміну, також тотожній.

До створення цифрових електронних обчислювальних машин наприкінці 1940-х рр. аналогове моделювання було основним способом «предметно-математичного моделювання» багатьох процесів, пов'язаних з поширенням електромагнітних і звукових хвиль, дифузії газів і рідин, руху і фільтрації рідин у пористих середовищах, кручення стрижнів та ін. (у зв'язку з чим його часто називали тоді просто «математичним моделюванням»), причому для кожної конкретної задачі моделювання будувалася своя «сіткова» модель (основними її елементами слугували сполучені в плоску сіткову схему електричні опори різних видів), а аналогові обчислювальні машини дозволяли проводити аналогове моделювання класів однорідних задач. Нині значення

аналогового моделювання значно зменшилося, оскільки моделювання на ЕОМ має великі переваги перед ним щодо точності моделювання й універсальності. У досить фіксованих і спеціальних задачах свої переваги (простота, а тим самим і дешевизна технічного виконання) має і аналогове моделювання.

3.8. Резюме

Моделювання як багатоетапний процес дослідження складних систем у загальному випадку передбачає вирішення таких взаємопов'язаних задач: розробка моделі, аналіз характеристик системи, синтез системи, детальний аналіз синтезованої системи.

Під час дослідження технічних систем з дискретним характером функціонування найбільш широке застосування отримали аналітичні, чисельні, статистичні (імітаційні) і комбіновані методи математичного моделювання.

1. Види моделювання.

На сьогодні в науці і техніці не існує єдиної класифікації видів моделювання: класифікацію можна проводити за характером моделей, модельованих об'єктів, за сферами застосування моделювання (в техніці, фізичних науках, кібернетиці та ін.) тощо.

2. Концептуальне моделювання.

У розділі розглянуто поняття концептуального моделювання, яке виявляє причинно-наслідкові зв'язки, властиві досліджуваному об'єкту в межах, визначених цілями дослідження. Це є формальний опис об'єкта моделювання, який відображає концепцію (погляд дослідника на проблему).

3. Інформаційне моделювання.

Далі розглядається інформаційне моделювання, яке являє собою певний опис об'єкта моделювання.

4. Імітаційне моделювання.

Імітаційне моделювання – це метод конструювання моделі системи та проведення експериментів впливами на модель.

5. Комп'ютерне моделювання.

Комп'ютерне моделювання є одним з ефективних методів вивчення складних систем. Комп'ютерні моделі простіше і

зручніше досліджувати внаслідок їхньої можливості проводити так звані обчислювальні експерименти в тих випадках, коли реальні експерименти ускладнені через фінансові чи фізичні перешкоди або можуть дати непередбачуваний результат. Логічність і формалізованість комп'ютерних моделей дозволяє виявити основні фактори, що визначають властивості досліджуваного об'єкта-оригіналу (або класу об'єктів), зокрема досліджувати відгук моделюється фізичної системи на зміни її параметрів і початкових умов.

Метод статистичного моделювання (або метод Монте-Карло) – це спосіб дослідження поведінки ймовірнісних систем (економічних, технічних та ін.) в умовах, коли невідомі повною мірою внутрішні взаємодії в цих системах.

6. Математичне моделювання.

Це опосередковане практичне або теоретичне дослідження об'єкта, у процесі якого безпосередньо вивчається не сам цікавий для нас об'єкт, а деяка допоміжна штучна або природна система (модель), яка:

1) перебуває в деякій об'єктивній відповідності до пізнаваного об'єкта;

2) здатна заміщати його в певних відносинах;

3) дає у разі її дослідження в кінцевому підсумку інформацію про сам об'єкт, який моделюється.

3.9. Практикум: обговорення

Під час викладу будь-якої наукової і технічної дисципліни одним з основних питань є формування термінології, яка є в подальшому фундаментом для вивчення теоретичних і практичних аспектів цієї дисципліни. Метою формування термінологічної основи є встановлення однозначної відповідності між використовуваним терміном і вкладеним у нього смисловим змістом.

Питання 1. Що таке модель даних?

Обговорення. Інформаційна модель об'єкта – це модель, представлена у вигляді інформації, яка описує суттєві для цього

розгляду параметри і змінні величини об’єкта, зв’язку між ними, входи і виходи об’єкта і дозволяє шляхом подачі на модель інформації про зміни вхідних величин моделювати можливі стани об’єкта. Інформаційні моделі одного і того ж об’єкта, призначені для будь-яких цілей, можуть бути абсолютно різними (картка співробітника у відділі кадрів і медична картка співробітника).

Побудова інформаційної моделі вимагає подання сутностей таблицями, а атрибутів сутностей – стовпцями таблиць; для можливих ключів визначається обмеження *unique*, зовнішні ключі стають деклараціями посилальної цілісності. Конструкції в інформаційній моделі повинні бути реалізовані в обраній СУБД. Процес побудови інформаційної моделі складається з таких кроків: визначення сутностей, визначення залежностей між сутностями, завдання первинних і альтернативних ключів, визначення атрибутів сутностей, приведення моделі до необхідного рівня нормальної форми (для реляційної моделі даних).

У класичній теорії БД уявлення й обробка даних у СУБД включає в себе щонайменше три аспекти:

1) структури – методи опису типів і логічних структур даних;

2) маніпуляції – методи маніпулювання даними;

3) цілісності – методи опису і підтримки цілісності бази даних.

Аспект структури визначає, що із себе логічно являє база даних, аспект цілісності характеризує засоби описів коректних станів БД, а аспект маніпуляції – способи переходу між станами БД і способи отримання даних з БД.

Таким чином, кожна СУБД будується на основі певної явної або неявної моделі даних. Усі СУБД, побудовані на одній і тій самій моделі даних, належать до одного типу. Наприклад, основою реляційних СУБД є реляційна модель даних, мережевих СУБД – мережева модель даних, ієрархічних СУБД – ієрархічна модель даних.

Основою будь-якої БД є реалізована в ній модель даних, представлена у вигляді структур даних, обмежень цілісності й операцій маніпулювання даними. За допомогою моделі даних можуть бути представлені об’єкти предметної сфери та існуючі між ними зв’язки.

Моделі даних прийнято ділити на фізичні і логічні. Перший клас моделей пов'язаний з можливостями середовища зберігання даних, другий клас моделей призначений для представлення структур даних, використовуваних у додатках.

Американський національний інститут стандартів (American National Standards Institute – ANSI) виділяє три рівня представлення даних:

1. Концептуальний, пов'язаний з концептуальною моделлю даних, яка в інтегрованому вигляді являє собою структури даних, підтримувані СУБД.

2. Зовнішній, пов'язаний із зовнішньою моделлю даних, відповідає вимогам додатків.

3. Внутрішній, пов'язаний з фізичним представленням даних у пам'яті ЕОМ.

Концептуальна і зовнішня моделі даних відповідають логічному, внутрішня модель – фізичному уявленням даних.

Різновидами логічних моделей даних є ієрархічна, мережева і реляційна.

Ієрархічна модель даних являє собою інформаційні відображення об'єктів реального світу – сутності і їх зв'язки у вигляді орієнтованого графа або дерева. До основних понять ієрархічної структури належать рівень, елемент або вузол і зв'язок. Вузол – це сукупність атрибутів, що описують деякий об'єкт. На схемі ієрархічного дерева вузли представляються вершинами графа. Кожен вузол на більш низькому рівні пов'язаний лише з одним вузлом, що перебуває на більш високому рівні. Ієрархічне дерево має тільки одну вершину (корінь дерева), що не підпорядкована ніякий інший вершині і міститься на верхньому (першому) рівні. Зовсім підлеглі вузли перебувають на другому, третьому рівнях. Кількість дерев у БД визначається кількістю кореневих записів.

До кожного запису БД існує тільки один (ієрархічний) шлях від кореневого запису.

Прикладами операторів маніпулювання ієрархічно організованими даними є:

• знайти вказане дерево БД;

• перейти від одного дерева до іншого;

• перейти від одного запису до іншого всередині дерева;

• перейти від одного запису до іншого в порядку обходу ієрархії;

• вставити новий запис у вказану позицію;

• видалити поточний запис.

В ієрархічній моделі даних автоматично підтримується цілісність посилань між предками і нащадками. Основне правило: ніяких нащадків не може існувати без свого батька.

Мережева модель організації даних є розширенням ієрархічної моделі. В ієрархічних структурах запис – «нащадок» повинен мати тільки одного «предка». У мережевій структурі даних «нащадок» може мати будь-яке число «предків».

Поняття реляційної моделі даних (від англ. *relation* – відношення) пов'язано з розробками Е. Кодда. Ці моделі характеризуються простотою структури даних, зручним для користувача табличним поданням і можливістю використання формального апарату реляційної алгебри і реляційного числення для обробки даних.

Реляційна модель орієнтована на організацію даних у вигляді двовимірних таблиць.

У реляційній моделі даних фіксуються дві базових вимоги цілісності, які повинні підтримуватися в будь-якій реляційній СУБД. Перша вимога називається вимогою цілісності сутностей, яка полягає в тому, що будь-який кортеж різного відношення має відрізнятися від іншого кортежу цього відношення, тобто будь-яке відношення має містити первинний ключ.

Друга вимога називається вимогою цілісності за посиланнями і полягає в тому, що для кожного значення зовнішнього ключа у відношенні, на яку веде посилання, повинен знайтися кортеж з таким самим значенням первинного ключа або значення зовнішнього ключа повинно бути невизначеним.

Як оператори маніпулювання даними в реляційних моделях, використовуються оператори мови структурованих запитів SQL.

Питання 2. Які фактори визначають проблему формалізування в моделюванні?

Обговорення. З огляду на те, що соціально-економічні процеси протікають основним чином під час діяльності людей, то вибір факторів, їх вимір і визначення їхньої взаємозалежності не може бути визначено однозначно і точно. Цим і обумовлюється їхнє слабке формалізування. Проблема слабкого формалізування включає в себе ряд складових підпроблем, які необхідно вирішити для мінімізації помилки формалізації. Перша складова проблеми слабкого формалізування – велика кількість джерел для дослідження соціально-економічних процесів. Соціально-економічні процеси – це процеси, що протікають під час взаємодії людей між собою. Подібні процеси протікають у різних організаціях, тобто в організаційних системах (наприклад, фірми, громадські об'єднання, організації, органи державного і муніципального управління та ін.); у територіальних, регіональних та інших соціально-економічних створеннях тощо. Тому чинники, що впливають на їх перебіг, – це фактори, що впливають на життєдіяльність людини, будь-яких груп, економічних і політичних суб'єктів, нарешті, фактори, що впливають на екологію і клімат Землі. Ці чинники можна розбити на ряд груп:

1) соціальні, пов'язані з функціонуванням соціальної сфери;

2) економічні, пов'язані з рівнем економічного розвитку суб'єктів економіки, країни і кожного конкретного регіону;

3) політичні, що характеризують вплив правових гарантій у сфері соціального відтворення населення і соціально-політичної ситуації на розвиток суспільства і людини;

4) правові, що зумовлюють норми регулювання соціально-економічних відносин, рівень правосвідомості населення;

5) культурні, що визначають вплив системи моральних і культурно-духовних цінностей, норм і традицій, які панують у суспільстві, їхній регіональний вплив особливостей на соціально-економічні відносини;

6) природно-кліматичні, що підкреслюють особливості природного місця існування населення й екологічну ситуацію в регіоні та впливають на стандарти і спосіб життя населення;

7) демографічні, що враховують чисельність населення за соціальними групами і їхній статево-віковий склад, народжуваність і смертність, міграцію, професійно-кваліфікаційну структуру;

8) національно-етнічні, що визначають вплив на соціально-економічні процеси в суспільстві і регіоні національного менталітету, інтересів, традицій і звичаїв;

9) соціально-психологічні, що являють собою особливості прояву в соціально-економічних відносинах настроїв, переживань, очікувань населення, їх устремлінь, особистісних і групових установок.

З огляду на те, що врахування в моделях усіх факторів значно ускладнює модель без гарантії підвищення її точності, потрібно відбирати тільки ті фактори, які безпосередньо і суттєво впливають на досліджуваний процес.

Таким чином, варто констатувати, що рішення першої складової проблеми слабкого формалізування – відбір тільки тих чинників, які безпосередньо і суттєво впливають на досліджуваний процес. Математичні імітаційні моделі покликані експериментувати на комп'ютері, тобто проводити на комп'ютерах будь-які розрахунки. Для цього необхідно фактори якось оцінити, тобто для кожного фактора задати числове значення. Цього досягають зіставленням кожному фактору показники, за допомогою яких вимірюють фактори. Фактор може вимірятися одним або декількома показниками. Ці показники і є складовими математичної моделі.

Подібні показники можуть відрізнятися як за масштабом, так і за типом (якісні або кількісні), вони розрізняються за видом (мажоруємі, міноруємі, центрально-егалітарні). Унаслідок цього їх досить проблематично використовувати разом. Це є другою складовою проблеми слабкого формалізування, тобто різниця показників, що відповідають різним факторам. Вирішення цієї проблеми – використовувати різні математичні інструментарії для різних процесів моделювання.

Третя складова проблеми слабкого формалізування – проблема інформаційної невизначеності. Побудова моделі базується на отриманні та використанні інформації про моделюємі процеси.

Інформаційна невизначеність пов’язана з такими властивостями соціальної інформації, як її повнота, доступність, актуальність та ін.

Вивчення впливу інформації на розвиток суспільства почалося в 20-х роках минулого століття. Однак донині так і не склалося єдиного погляду на це поняття. Це відбувається через те, що кожен новий виток у розвитку суспільства, пов’язаний або з розвитком техніки, або з розвитком самого суспільства, виявляє все нові якісні ознаки інформації, що свідчить про високу роль інформації в суспільному розвитку.

Питання 3. Чи використовується моделювання у дизайні?

Обговорення. Найпоширеніший метод моделювання в дизайні – ретроспективне моделювання, засноване на аналізі прототипів та аналогів і постановці на базі цього аналізу проектної задачі. Однак цей метод не дозволяє виконати основне завдання дизайну – створення нових речей, а лише дає можливість удосконалювати вже існуючі.

Іншим методом моделювання є конструктивне моделювання, тобто видозміна функцій і морфології речі (морфологія речі – матеріальна форма речі, організована відповідно до її функцій). Конструктивне моделювання може бути: коректівним (удосконалюються функції і форма мовлення); перехідним (функції і морфологія піддаються переосмисленню для додання об’єкту нових якостей); проективним (функції і форма мовлення створюються знову).

Інноваційнішим методом моделювання в дизайні можна вважати перспективне моделювання (або проектне прогнозування), яке займається вивченням бажаних перспектив розвитку суспільства та розробляє проекти, які можуть сприяти досягненню цих перспектив.

Дизайн акумулював у собі різні знання історико-культурного, соціологічного, маркетингового, природничо-наукового, інженерно-технічного, технолого-матеріалознавчого, ергономічного і художньо-естетичного планів. Усе різноманіття професійних знань і навичок знаходить застосування в дизайн-процесі і вбудованої в нього процедурі проектного моделювання.

Фахівці з методики дизайну давно усвідомили, що «задача моделювання в дизайні складна і маловивчена, але назріла необхідність набагато більш активного запровадження методів моделювання в дизайн-діяльності», оскільки саме вони «допомагають визначити нові прийоми і цілі, вийти на нові рубежі проектування і дають ефективні результати».

Багатоаспектність розгляду дизайнером об'єкта розробки призводить до появи в дизайн-процесі типологічно різних за змістом і формою проектних моделей.

У науці справедливо вводиться обмеження поняття моделі, оскільки модель часто, на думку вчених, незаконно ототожнюється з гіпотезою, абстракцією, формалізованими системами, ідеалізацією, будь-яким математичним описом, теорією особливо, коли остання перебуває в первісному, гіпотетичному стані. Проста заміна одного терміна іншим, у цьому випадку зазначених понять терміном «модель», не породжує нових гносеологічних проблем і не перетворюється в більш ефективний засіб їхнього дослідження або рішення.

Серед речових моделей можна також виділити певні різновиди.

Як основний (відправний) критерій класифікації речових моделей, беремо здатність моделей до дії.

Тут можна зафіксувати три різновиди.

Перший різновид – **образотворчі моделі** – вони мають здатність відображати, створювати образ об'єкта, що характеризується в результаті геометричною подобою. Прикладом тут можуть слугувати добре відомі архітекторам макети будинків, генеральних планів міст тощо. Важливе місце в цій групі, як показав досвід, займають зліпки з форм живої природи, що дозволяють вивчати їхні геометричні та фізичні параметри в лабораторних умовах. Ці моделі дають можливість освоювати естетичні властивості форм, абстрагованих від функцій: обриси, характер, строгість або м'якість ліній тощо. Образотворчі моделі потрібні і корисні, проте далеко недостатні в архітектурно-біонічному моделюванні, оскільки вони значно обмежують уявлення про сутність процесів, що відбуваються в модельованих об'єктах.

У сучасній архітектурній практиці сама собою цінна, але одностороння образотворча інтерпретація форм живої природи знайшла широке відображення в таких напрямах, як «довільна архітектура», «архітектура – скульптура», а частково і раніше в архітектурі модерн. Нагадуємо про ці явища в архітектурі тому, що багато з тих, хто займається вивченням живої природи, збиваються в основному на такий метод моделювання, не ускладнюючи себе більш глибоким аналізом (одне не виключає іншого). Якщо не абсолютизувати образотворчі моделі, то вони потрібні в архітектурній біоніці, оскільки містять у собі корисний елемент широкого «чуттєвого» узагальнення.

Другий різновид – **діючі (функціонуючі) моделі** – вони призначені для перевірки модельованих параметрів об'єктів, наприклад випробування конструкцій на механічні властивості, перевірки організованого простору на теплотехнічні властивості. Сюди ж входять і комплексні синтетичні моделі. Це основна група, останній етап перед впровадженням результатів досліджуваних явищ і моделей в архітектурну практику.

Третій різновид – **змішані моделі**. Вони призначені основним чином для моделювання зв'язків, що вивчаються в образотворчих і діючих моделях: законів геометрії і принципів конструювання (об'єктивні основи тектоніки); форм і розмірностей функціонуючого елемента (пропорції); функції і форми (симетрія – асиметрія, ритми) та ін.

Питання 4. Що таке полігональне моделювання?

Обговорення. Полігональне моделювання – це вид 3D моделювання, який з'явився в той період, коли для визначення місцезнаходження точки необхідно було вручну вводити її координати за осями X, Y, Z. Якщо три точки координат задати як вершини і з'єднати їх ребрами, то вийде трикутник, який у 3D моделюванні називають полігоном.

Полігон з трьома вершинами називається тріангулірованним полігоном, з чотирма вершинами – квадріангульованим полігоном. Якщо подивитися на моделі, створені за допомогою полігонів, то можна помітити, що більшість з них створені саме

полігонами з чотирма і трьома вершинами. Кожен полігон може мати власну текстуру і колір, а об'єднавши кілька полігонів можна отримати модель будь-якого об'єкта. Сполучені між собою полігони утворюють полігональну сітку або полігональний об'єкт.

Для того щоб краї моделі не мали гранованого виду, необхідно, щоб полігони були малого розміру, а поверхня об'єкта складалася з маленьких площин.

Якщо передбачається точне моделювання об'єкта (високополігональне моделювання) або в подальшому збільшення його зображення, то необхідно будувати модель з великою кількістю полігонів, хоча якщо на модель об'єкта дивитися здалеку без наближення, досить буде невеликої кількості полігонів. Такі моделі називатимуться високополігональні і низькополігональні, відповідно.

Незважаючи на те, що полігональне моделювання використовується досить часто, особливо у створенні тривимірних комп'ютерних ігор реального часу, останнім часом спостерігається перехід від моделювання полігонів до роботи зі сплайнами (сплайнове моделювання).

Питання 5. Яке співвідношення між термінами «імітаційне» і «статистичне» моделювання? Чи еквівалентні ці терміни?

Обговорення. Найчастіше мається на увазі, що терміни «імітаційне» і «статистичне» моделювання еквівалентні і використовуються як рівнозначні терміни. Однак виходячи із смислового змісту цих термінів все-таки варто розрізняти, що «імітаційне» моделювання означає, що моделювання ґрунтується на наслідуванні досліджуваного об'єкта, а «статистичне» моделювання вказує на те, що результати моделювання накопичуються і обробляються методами математичної статистики. Ці ж результати могли б бути отримані точно так само на реальній системі шляхом багаторазових вимірювань і їхньої статистичної обробки. Таким чином, можна вважати, що імітаційне моделювання завжди є статистичним. Однак статистичне моделювання не завжди є імітаційним. Як показано вище, обчислення певного інтеграла

методом Монте-Карло належить до статистичного моделювання, але не є імітаційним.

Питання 6. Чи можливе моделювання одягу?

Обговорення. Кожна людина на певному етапі вивчення шиття і крою задається питаннями: що таке моделювання одягу, як його можна застосувати на практиці і навіщо взагалі воно потрібно. Моделювання – це за своєю сутністю мистецтво. Цей напрям полягає у створенні зразків або моделей одягу.

Для моделювання одягу необхідно:

I. Визначити особливість фігури під майбутній одяг.

II. Уявляти, що і з чим можна носити.

III. Вибрати якісні матеріали.

У колах модельєрів вважається, що саме моделювання може розширити межі шиття. Макетування одягу є одним з різновидів цього процесу. Воно являє собою створення швейних ескізів з урахуванням характеристик матеріалів, майбутнього призначення виробу і параметрів фігури людини.

Як моделюється одяг?

Процес розробки моделі ділиться на два етапи:

1) робота над ескізом і створення композиції майбутньої моделі;

2) розмітка матеріалу і виконання композиції.

Перший етап передбачає роботу професійного дизайнера на основі вже створеного ескізу. Але знаючи основні особливості моделювання, можна почати вигадувати моделі самостійно.

Другий етап полягає перш за все в розробці креслення і лекала, розкрої і пошитті одягу. На цьому етапі потрібно знати види моделювання та грамотно застосовувати їх на практиці.

Існує два види моделювання одягу.

Творче моделювання

Засноване на формуванні модельних ескізів абсолютно «з нуля». У більшості випадків колекції розробляються на одній тематичній базі. Як приклад, можна навести історичні матеріали або народну творчість. Чудові приклади робіт відомих модельєрів можна спостерігати на різноманітних фотомоделях в одязі. Під

час творчого моделювання ніколи не використовуються малюнки з модних журналів: весь процес роботи спирається на задум дизайнера з урахуванням основних сучасних модних тенденцій. Іншими словами, процес творчого моделювання полягає в самостійному створенні образу, а не в його копіюванні на основі напрацювань інших дизайнерів.

Технічне моделювання

Полягає в перенесенні моделі з малюнка або фотографії з модних журналів на креслення. Для цього використовуються числені способи і правила моделювання. Потрібно зазначити, що технічне моделювання – це втілення образу або ідей у життя завдяки безпосередньому створенню моделей.

Сьогодні використовується три основних способи технічного моделювання:

1) муляжний;

2) графічний;

3) шаблонний.

Найбільш відомим і популярним способом є муляжування. Муляжний спосіб полягає у створенні моделі й отриманні розгорток її основних елементів, спираючись на відповідність з художнім задумом виробу. В основному застосовується під час уточнення форми деталей, наприклад коміра.

Питання 7. Чому математична модель називається абстрактною?

Обговорення. Дійсно, всі математичні моделі є абстрактними, власне, як і сама математика. Абстрактність обумовлена переходом від параметрів і характеристик реальної системи до її опису в термінах певного математичного апарату, наприклад теорії масового обслуговування. Потім виконується аналіз характеристик і дослідження властивостей цієї математичної моделі, а отримані результати інтерпретуються стосовно реальної системи.

Абстрактність математичної моделі полягає в тому, що отримані за її допомогою результати можуть бути застосовані до будь-якої іншої реальної системи, яка може бути представлена такою ж моделлю. Іншими словами, одна і та сама математична модель

може відображати функціонування абсолютно різних за своєю природою реальних систем, що описуються за допомогою різних структурно-функціональних і навантажувальних параметрів, склад і перелік яких визначаються відповідною прикладною сферою.

Питання 8. Як використовує методи моделювання сучасна медицина?

Обговорення. Методи моделювання знайшли своє застосування і в медицині, а також у науках, які тісно пов'язані з нею. Метод моделювання в медицині – це засіб, який дозволяє встановлювати все більш глибокі і складні взаємозв'язки між теорією і практикою. Останнім часом стало очевидним, що ряд досліджень у медицині стає неможливо виконати експериментальним шляхом, у той час, як метод моделювання є найбільш підходящим для цих цілей. Застосування методу моделювання в медицині є незамінним у випадках, коли: втручання в біологічні системи має такий характер, коли неможливо встановити причини змін, які з'явилися (наприклад, унаслідок втручання або за іншими причинами); використовується експериментальна техніка низького рівня; експерименти, пов'язані з експериментуванням на людині, можуть бути відхилені за морально-етичними міркуваннями.

Моделювання у сфері медицини знайшло широкое застосування не тільки через можливість заміщення експерименту, а тому має велике самостійне значення, яке виражено в ряді переваг: на одному комплексі даних можлива розробка ряду різних моделей, будь-якої інтерпретації досліджуваного явища, вибір найбільш плодотворного з них для теоретичного тлумачення. У процесі побудови моделі можна зробити різні додатки до досліджуваної гіпотези і спростити її. У разі складних математичних моделей можливе застосування комп'ютера. З'являється можливість проведення модельних експериментів (на піддослідних тваринах). Таким чином, моделювання у сфері медицини виконує самостійні функції і стає все більш необхідним у процесі створення теорії. У другій половині XX ст. стала широко розвиватися супутня медицині наука – імунологія. Успіхи, які досягнуті в імунології, мають прямий вплив на методи лікування, на всю

клінічну практику в медицині. Проблеми ж цієї науки тісно пов'язані з проблемами лікування (з післяопераційним загоєнням ран, трансплантацією органів, раковими захворюваннями, алергією й імунодефіцитом).

Накопичений матеріал спостережень за перебігом різних інфекційних захворювань і аналіз цього матеріалу дозволив отримати фундаментальні результати, які стосуються механізмів взаємодії антигенів і антитіл. Ці результати дозволяють виконувати побудову математичних моделей імунних процесів. Активне впровадження в медицину методів математичного моделювання і створення автоматизованих, у тому числі і комп'ютерних, систем дозволило істотно розширити можливості діагностики і терапії захворювань. Під час математичного моделювання виділяють два незалежних кола задач, в яких використовують моделі: **теоретичну**, яка спрямована на розшифровку систем, принципів її функціонування, оцінку ролі і потенційних можливостей конкретних регуляторних механізмів; **практичну**, яка застосовується для отримання конкретних рекомендацій конкретному хворому або групі однорідних хворих, визначення оптимальної добової дози препарату для конкретного хворого за різними режимами харчування та фізичними навантаженнями.

В останні роки математичне моделювання широко використовується для проведення експериментальних досліджень на шийному відділі хребта. За допомогою методу математичного моделювання вивчаються якісні та кількісні характеристики напружено-деформованого стану в шийних хребтових рухових сегментах і під час моделювання різних патологічних станів і пошкоджень у них. За допомогою таких моделей оцінюється ефективність застосування різних фіксуючих конструкцій. Аналізують деталі в хребетних рухових сегментах за різної їхньої фіксації і безпосередньо в самих конструкціях за імітації фізіологічних і патологічних навантажень і станів у моделях. Такий аналіз дозволяє підтвердити переваги або виявити недоліки нових способів хірургічного втручання на шийному відділі хребта порівняно з уже відомими, дати чіткі показання до їх використання й уникнути ускладнень у клінічній практиці.

Питання 9. Чи можливе застосування методів моделювання під час розробки ліків?

Обговорення. На сьогодні створення нових ліків є досить складною і ризикованою сферою для інвестицій. Процес створення і виведення нового лікарського препарату на ринок займає більше 10 років, а сумарна кількість вкладень може становити від 800 млн до 2 млрд дол. Крім того, значна частка подібних проектів зупиняється на різних фазах клінічних випробувань або не проходить критерії, які пред'являються для нових препаратів відповідними організаціями з контролю якості лікарських препаратів. Одним з найбільш перспективних наукових методів, здатних допомогти у вирішенні задач поглибленого пошуку більш прогнозованих біомаркерів, клінічних показників і оптимальної дози, більш продуманого дизайну клінічних випробувань, використання нових технологій для аналізу їх результатів, а також інтеграції максимальної кількості інформації під час ухвалення ключових рішень, є математичне моделювання. У галузі фармакології та аналізу клінічних даних математичні моделі стали розроблятися і застосовуватися на практиці на початку 1970-х рр.

Утворилася нова наукова дисципліна фармакометрика, яка стала використовуватися фармацевтичними компаніями для статистичного аналізу фармакокінетичних даних. У середині 1980-х рр. було розроблено та вдосконалено відповідне програмне забезпечення, наприклад пакети NONMEM і Matlab, які давали можливість розробляти більш складні математичні моделі, що дозволило істотно розширити спектр їхнього застосування. На сьогодні існують методики, які дозволяють використовувати математичні моделі на різних стадіях розробки лікарських препаратів. Наприклад, біологічне моделювання на основі будь-яких даних про фізіологію, біохімію та регуляцію процесів, які протікають в організмі, дозволяє оцінити кількісну характеристику взаємодії препарату з мішенню і швидкістю його поширення в організмі. У процесі розробки лікарських препаратів також використовується статистичне моделювання.

Такі моделі використовують насамперед для доказу статистичної обґрунтованості висновків, які були отримані у ході

клінічних випробувань. Крім того, за допомогою статистичних моделей можлива оцінка і дослідження популяційних розподілів різних показників, отримання передбачень того, який ефект вони здійснюватимуть на поведінку біомаркерів і клінічних показників, які потрібні. Використання методів математичного моделювання стало невід'ємною частиною розгляду заявок на реєстрацію нових лікарських препаратів і внесення доповнень до інструкцій. Математичне моделювання застосовують на всіх етапах і воно є інструментом для ухвалення найбільш обґрунтованих рішень.

Питання 10. Моделювання оптимізації продуктивних сівозмін для підвищення ефективності використання землі.

Обговорення. Розробка і впровадження в сільськогосподарське виробництво найбільш продуктивних сівозмін – важливий засіб підвищення ефективності використання землі, збільшення валових зборів сільськогосподарських культур, захисту земель від деградації. Сівозміни закріплюються за трудовими колективами, в їхніх межах здійснюються технологічні процеси щодо вирощування культур, застосовується система машин, добрив, організовується праця працівників рільництва. Тому організація сівозмін – основне завдання внутрішньогосподарського землеустрою, яке може вирішуватися із застосуванням економіко-математичних методів.

Під час побудови моделі оптимізації використовують такі способи:

1) облік вимог введення сівозмін і агротехнічної доцільності вирощування сільськогосподарських культур з оптимізації структури посівних площ;

2) взаємопов'язування планованої структури посівних площ з рекомендованими для зони розташування господарства схемами чергування сільськогосподарських культур з оптимізації поєднання галузей сільськогосподарського підприємства;

3) вибір кращих можливих схем чергування сільськогосподарських культур;

4) розміщення сівозмін певних типів і видів культур з обліків якості ґрунтів.

Для обґрунтування проектів землеустрою пропонується економіко-математична модель оптимізації використання земельних та інших ресурсів, рекомендована для сільськогосподарських підприємств, спеціалізованих на виробництві рослинницької і тваринницької продукції.

Економіко-математичну модель оптимізації структури посівних площ з використанням сівозмін у математичному формулюванні можна представити, формулюючи цільову функцію та систему обмежень.

Цільова функція – це максимальний дохід підприємства, включає матеріально-грошові витрати та вартість продукції (тис. грн).

Система обмежень:

1) обмеження за площею ріллі;

2) обмеження за площею сівозмін;

3) обмеження щодо співвідношення площ культур у сівозміні;

4) обмеження за розміром трудових ресурсів;

5) обмеження за балансом гумусу;

6) обмеження щодо внесення добрива;

7) обмеження за матеріально-грошовими витратами;

8) обмеження за вартістю продукції;

9) обмеження за обсягом виробництва продукції.

Описана економіко-математична модель дозволяє:

– визначити оптимальну структуру посівних площ на сільськогосподарському підприємстві;

– створити екологічну рівновагу, відповідно, між вимогами вирощуваних сільськогосподарських культур і сільськогосподарським ландшафтом, тобто ґрунтово-кліматичними та іншими умовами окремих ділянок ріллі, кормових угідь, що мають різні природні властивості;

– забезпечити захист земель від ерозії, втрати гумусу та інших негативних умов;

– уточнити співвідношення галузей і показників розвитку сільськогосподарського підприємства з урахуванням природних і організаційно-економічних умов;

– збалансувати поголів’я тварин з урахуванням можливостей виробництва кормів за необхідним співвідношенням кормо-

протеїнових, а також обсяги виробництва продукції з потребою і наявністю трудових і матеріальних ресурсів; ефективніше використовувати потенціал сільськогосподарських підприємств;

– створити умови для скорочення витрат на перевезення вантажів і впровадження у виробництво рекомендацій зональної системи землеробства, які забезпечують допустимий за агротехнічними та іншими умовами насичення сівозмін зерновими, технічними і кормовими культурами; визначити можливе насичення сівозмін повторними проміжними посівами тощо.

Таким чином, у сучасних умовах пошук оптимального вирішення складних землевпорядних задач і виконання проектних робіт у більш короткі терміни набувають усе більшої актуальності, доцільно ширше використовувати різноманітні види економіко-математичних моделей. Питання моделювання, стадії моделювання, його інформаційного забезпечення, побудови обмежень і моделювання цільової функції з використанням типових економіко-математичних моделей дозволять більш ефективно вирішувати питання внутрішньогосподарського землеустрою в землевпорядному проектуванні, землеустрою, економіко-математичному моделюванні.

3.10. Самоконтроль

3.10.1. Перелік питань

1. У чому полягає метод статистичного моделювання (метод Монте-Карло)?

2. Яка основа методу статистичного моделювання?

3. Що таке закон великих чисел?

4. Наведіть етапи розв’язку задачі методом статистичного моделювання.

5. Що таке рівномірно розподілені в інтервалі [0, 1] послідовності випадкових чисел?

6. Генератори випадкових чисел.

7. Псевдовипадкові числа.

8. Що таке дискретні випадкові величини?

9. Центральна гранична теорема.

10. У чому полягає метод статистичних випробувань (метод Монте-Карло)?

11. Які початкові дані необхідні для розв'язку задачі статистичного моделювання функціонування СМО?

12. Наведіть етапи розв'язку задачі статистичного моделювання функціонування СМО.

13. Наведіть типи процесів відновлення.

14. Що є основною характеристикою процесу відновлення?

15. Від чого залежить точність результатів моделювання? Проаналізуйте цю проблему, починаючи від етапу збору вхідних даних для імітаційної моделі.

16. Як пов'язані між собою точність і адекватність моделі?

17. Які проблеми виникають під час розробки засобів автоматизації побудови моделей? Наведіть види цих засобів та назвіть їхні переваги.

18. Які засоби формалізованого зображення можуть використовуватись для концептуальних та імітаційних моделей? Наведіть приклади.

19. Якими параметрами імітаційної моделі можна характеризувати обраний рівень деталізації? Чому детальніша модель дорожча? Чому вона більш стійка до змін вхідних даних?

20. Перерахуйте основні затрати на розроблення та експлуатацію імітаційної моделі.

21. Як можна відобразити структуру імітаційної моделі? Чи залежить структура моделі від обраних засобів моделювання?

22. Назвіть переваги використання архітектури високого рівня під час розроблення складної імітаційної моделі (наприклад, моделі літака).

23. Наведіть приклади застосовування елементів штучного інтелекту в системах імітаційного моделювання.

3.10.2. Тестові питання

1. Файлова система персонального комп'ютера найбільш адекватно може бути описана у вигляді:

а) табличної моделі;

б) графічної моделі;
в) ієрархічної моделі;
г) натурної моделі;
д) математичної моделі.

2. У біології класифікація представників тваринного виду являє собою:
а) ієрархічну модель;
б) табличну модель;
в) графічну модель;
г) математичну модель;
д) натурну модель.

3. Розклад руху поїздів може розглядатися як:
а) натурна модель;
б) таблична модель;
в) графічна модель;
г) комп’ютерна модель;
д) математична модель.

4. Географічну карту потрібно розглядати як:
а) математичну інформаційну модель;
б) вербальну інформаційну модель;
в) табличну інформаційну модель;
г) графічну інформаційну модель;
д) натурну модель.

5. До кількості найперших графічних інформаційних моделей варто віднести
а) наскальні розписи;
б) карти поверхні землі;
в) книги з ілюстраціями;
г) будівельні креслення і плани;
д) ікони.

6. Комп'ютерне імітаційне моделювання ядерного вибуху НЕ дозволяє:

а) експериментально перевірити вплив високої температури і навчання на природні об'єкти;

б) провести натурне дослідження процесів, що протікають у природі в процесі вибуху і після вибуху;

в) зменшити вартість дослідження і забезпечити безпеку людей;

г) отримати достовірні дані про вплив вибуху на здоров'я людей;

д) отримати достовірну інформацію про вплив ядерного вибуху на рослини і тварин у зоні опромінення.

7. За допомогою комп'ютерного імітаційного моделювання МОЖНА вивчати:

а) демографічні процеси, що протікають у соціальних системах;

б) теплові процеси, що протікають у технічних системах;

в) інфляційні процеси в промислово-економічних системах;

г) процеси психологічної взаємодії учнів у класі;

д) траєкторії руху планет і космічних кораблів у безповітряному просторі.

8. Який з видів моделей не належить до інформаційних:

а) мережеві;

б) геометричні;

в) табличні;

г) ієрархічні;

д) технічні.

9. Як називається процес побудови знакової моделі:

а) пунктуалізація;

б) формалізація;

в) ідеалізація;

г) реконструкція;

д) креслення.

10. Що таке вербальна модель:

а) це будь-яка мовна абстракція;

б) це модель, яка виникає в думках під час спілкування;

в) це модель, яка обов'язково вимагає додаткового опису природною мовою;

г) це текстова модель, побудована засобами природної мови за певними правилами;

д) це збірка віршів.

11. Як називаються моделі, в яких на основі аналізу різних умов ухвалюється рішення:

а) словесні;

б) графічні;

в) табличні;

г) логічні;

д) технічні.

12. Предмет, процес або явище, що має унікальне ім'я і являє собою єдине ціле, називають:

а) модель;

б) об'єкт;

в) алгоритм;

г) система;

д) зразок.

13. Вкажіть правильну відповідь:

Основна перевага комп'ютера перед людиною:

а) здатність до швидкого рахунку;

б) певний порядок об'єднання елементів системи в єдине ціле;

в) результат переходу від реальних властивостей об'єкта моделювання до їхнього формального позначення;

г) можливість побудови інформаційної моделі;

д) можливість грати в ігри.

14. Вкажіть правильну відповідь:

Моделювання – це:

а) спрощена подоба реального об'єкта;

б) здатність до швидкого рахунку;

в) діяльність людини зі створення моделі;

г) можливість використання Інтернету;

д) креслення будівлі.

15. Встановіть відповідність:

1) комп’ютерна математична модель;

2) математична модель;

3) обчислювальний експеримент:

а) програма, що реалізує розрахунки стану модельованої системи;

б) опис модельованого процесу математичною мовою;

в) використання комп’ютерної математичної моделі для дослідження поведінки об’єкта моделювання.

РОЗДІЛ 4
ЗАСТОСУВАННЯ МОДЕЛЮВАННЯ

Не дивина дорогу віднайти, але ніхто
не хоче шукати, кожен своїм шляхом бреде
та іншого веде – в цьому і важкість.
Григорій Сковорода

Особливості моделювання в природничих науках, техніці та суспільних науках. Моделювання в економіці. Загальні підходи до моделювання в екномічі. Основні типи моделей в екномічі. Математична екномка й економетрика. Моделювання в економіці і його використання в розвитку і формалізації економічної теорії. Основні елементи економічної моделі. Моделі систем масового обслуговування. Моделювання у виробництві. Моделювання в хімії. Квантова хімія. Поверхні потенційної енергії. Молекулярна механіка. Моделювання в біології. Загальні приклади. Вступ до біологічних моделей. Молекулярна динаміка. Моделі глобальної динаміки. Системи, що розмножуються. Моделювання в геології. Історія впровадження комп'ютерного моделювання в геологію. Сфери застосування комп'ютерного моделювання в геології. Моделювання в соціальній сфері. Соціальні процеси. Особливості управління соціальними процесами. Моделювання соціальних процесів. Моделювання у лінгвістиці. Поняття лінгвістичної моделі. Типи лінгвістичних моделей. Штучний інтелект. Визначення штучного інтелекту. ЕОМ і штучний інтелект. Моделювання в інформаційній безпеці. Модель безпеки системи. Модель процесу захисту системи. Модель оцінки вартості захисту системи. Модель вибору профілю захисту. Резюме. Практикум: обговорення. Самоконтроль. Перелік питань. Тестові питання.

Моделювання – одна з основних категорій теорії пізнання. На ідеї моделювання, по суті, базується будь-який метод наукового дослідження. Основні види моделювання – фізичне і математичне.

Модель фіксує існуючий рівень пізнання про досліджуваний об’єкт. Неможливо створити універсальну модель, яка могла б відповісти на всі запитання, що викликають інтерес; кожна з них дає лише наближений опис явища, причому в різних моделях знаходять відображення будь-які його властивості. До моделювання звертаються тоді, коли досліджувати реальний об’єкт з усією сукупністю його властивостей недоцільно, незручно або неможливо.

Моделювання – це метод, а модель – форма, засіб наукового пізнання. Метод моделювання володіє загальністю, оскільки змоделювати можна будь-який об’єкт: така можливість рівнозначна визнанню принципового їхнього пізнання.

Моделювання застосовують для широкого кола задач у різних сферах людської діяльності:

• Екології та геофізиці:

– аналіз поширення забруднюючих речовин в атмосфері;

– проектування шумових бар’єрів для боротьби із шумовим забрудненням;

– прогнозування погоди і клімату;

– прогнозування землетрусів.

• Транспорті:

– конструювання транспортних засобів;

– польотні імітатори для тренування пілотів;

– моделювання транспортних систем;

– дослідження поведінки гідравлічних систем: нафтопроводів, водопроводу.

• Електроніці й електротехніці:

– емуляція роботи електронних пристроїв.

• Економіці і фінансах:

– прогнозування цін на фінансових ринках;

– імітація краш-тестів.

• Архітектурі і будівництві:

– дослідження поведінки будівель, конструкцій і деталей під механічним навантаженням;

– прогнозування міцності конструкцій і механізмів їхнього руйнування;

– проектування виробничих процесів, наприклад хімічних;

– моделювання сценарних варіантів розвитку міст.

• Управлінні і бізнесі:

– стратегічне управління організацією;

– моделювання ринків збуту і ринків сировини;

– моделювання виробничих процесів.

• Промисловості:

– моделювання роботів і автоматичних маніпуляторів;

– моделювання міцності й інших характеристик деталей, вузлів і агрегатів.

• Медицині та біології:

– моделювання результатів пластичних операцій;

– моделювання пандемій та епідемій;

– моделювання впливу медикаментів й оперативних втручань на метаболізм та інші життєво важливі процеси.

• Політиці і військовій справі:

– моделювання розвитку міждержавних відносин;

– моделювання поведінки мас людей у різних суспільно-політичних ситуаціях;

– моделювання театру військових дій.

Будь-які сфери застосування моделей висувають різні вимоги до надійності одержуваних за їхньою допомогою результатів. Для моделювання будівель і деталей літаків потрібна висока точність і ступінь достовірності, тоді як моделі еволюції міст і соціально-економічних систем використовуються для отримання наближених або якісних результатів.

Наведений перелік застосувань моделювання показує, що воно використовується практично у будь-якій сфері діяльності людини.

Нижче розглянуто особливості застосування моделей у природничих науках, техніці та суспільних науках. І далі подається опис застосувань моделювання у деяких особливо популярних сферах людської діяльності. Зокрема, це економіка, системи масового обслуговування, виробництво, хімія, біологія, геологія, соціальна сфера, лінгвістика, штучний інтелект та інші сфери.

4.1. Особливості моделювання в природничих науках, техніці та суспільних науках

Математичні моделі, що застосовуються в суспільних науках, часто порівнюють з нескладними моделями зі сфери фізичних наук і біології. Це може дати привід до омани.

Створені моделі сонячної системи, атома, ньютонівських законів руху, а також спадковості набагато простіше, ніж моделі, які можуть виявитися ефективними під час аналізу промислових підприємств і економічних систем.

Для природничо-наукових систем найчастіше застосовується аналіз, заснований на припущенні про їхню лінійність. Більшість природничо-наукових систем, для яких вдалося створити вдалі моделі, містили в собі значно менше перешкод (невизначеності) порівняно з нашими соціальними системами. У природничих науках моделі будуються на основі пояснення явищ, які піддаються спостереженню, але зазвичай не схильні до змін. Методи встановлення статистичних закономірностей, що успішно застосовуються в біології під час визначення впливу непрямих причин на зміну спадковості, не обов'язково виявляться ефективними у процесі вивчення соціальних систем, де має місце зворотна дія наслідків на причину.

Підхід до джерел і завдань природничо-наукового і соціологічного моделювання був однаковий, і це завдало шкоди розвитку моделювання громадських систем.

Моделі в технічній і військовій галузях настільки відрізняються від моделей природничо-наукових систем, що можна свідчити про їхню **принципову відмінність**. Вони створюються різними шляхами і слугують різним цілям.

Моделі, що застосовуються в техніці і військовій справі, набагато ближче до моделей у галузі суспільних наук, ніж моделі систем біологічних і природничих. Управління та економіка подібно техніці мають справу з комплексними системами набагато більш високого порядку, ніж окремі елементарні явища, які часто є об'єктом моделювання в природничих науках. На відміну від звичайних природничо-наукових систем технічні системи за

своєю складністю наближаються до громадських. Як технічні, так і соціальні системи мають безперервну градацію факторів (від безсумнівно важливих до невизначених і далі – до абсолютно незначних) за ступенем їхнього впливу на кожну окрему дію і рішення. На відміну від цього природничо-наукові системи характеризуються різким розривом між небагатьма найважливішими факторами, які включаються до складу моделі, і тими майже зовсім несуттєвими факторами, якими нехтують. Для соціальних систем особливо характерна замкнутість контуру (зворотні інформаційні зв'язки), яка має місце і в багатьох технічних системах, але не властива більшості моделей в основних природних науках. У моделях соціальних систем, як і в технічних (на відміну від простих природничих моделей), нас повинні цікавити несталі, нециклічні явища, що не повторюються.

Динамічні моделі виявилися необхідними під час проектування фізичних систем. Вони застосовуються в авіаційній техніці, проектуванні керуючих систем для військових цілей і вивченні мереж зв'язку. Вони включають людей і техніку, тому набувають аспект соціальних систем. Сучасну передову техніку неможливо було б створити без знань, отриманих на основі математичного моделювання.

Про вплив математичних моделей на рішення у сфері економіки й управління підприємствами цього зазначити не можна. Хоча моделювання в економічних дослідженнях застосовується вже давно, воно не користується загальним визнанням як інструмент, що допомагає господарському керівництву підприємства або країни.

Багато невдач у побудові економічних моделей можуть бути пояснені помилковими методами і спробами вирішити нездійсненні задачі. Необхідний новий підхід до побудови та застосування моделей соціальних систем.

Вищезгаданий контраст щодо ефективності динамічних моделей у техніці й економіці може бути частково пояснений характером використання засобів побудови моделей. Особливості застосування моделей у цих сферах випливають, мабуть, з відмінностей у підході до їхніх кінцевих цілей. У техніці моделі

використовуються для **проектування** нових систем, в економіці ж вони зазвичай застосовуються для **пояснення** систем уже існуючих. Але виявляється, що в моделях, створених виключно для пояснення, ставилися настільки обмежені завдання, що ці моделі виявлялися непридатними не тільки для проектування, але навіть для пояснення модельованих явищ.

Моделі технічних систем будуються на основі даних про окремі складові частини цих систем. Проектування моделі системи у висхідному порядку, вирушаючи від чітко визначених і спостережуваних її елементів, – ефективний метод, що багаторазово й успішно застосовувався в минулому.

В економіці моделі нерідко створювалися у зворотному порядку виходячи із сумарних результатів дії всієї системи. Навіть якщо ставити суто теоретичні завдання, немає ніяких підстав вважати, ніби такий зворотний процес побудови моделі (відштовхуючись від поведінки системи в цілому і переходячи до характеристики окремих її частин) може дати позитивні результати у застосуванні до ускладнених систем з великою кількістю перешкод, які зустрічаються в економіці та управлінні підприємствами.

Спроба відтворити існуючу економічну систему приводить до створення моделей, що являють собою результат статистичної обробки даних про минулу поведінку системи упродовж вивчених періодів часу. Досить малоймовірно, що внутрішні причинні механізми складної нелінійної інформаційної системи зі зворотним зв’язком можуть бути пояснені на основі ряду зовнішніх спостережень за звичайними діями цієї системи. На противагу цьому використання моделей для **проектування** фізичних систем переносить центр ваги на моделі систем, ще не існуючих, але в перспективі створених на основі результатів, що вже спостерігаються. Модель літака, яку випробують у динамічній трубі, не будується для того тільки, щоб відтворити поведінку, що спостерігалася раніше, вже відомого типу літального апарату; вона не створюється також, щоб відтворити щось подібне до середнього арифметичного всіх сконструйованих раніше літаків. Вона будується для кожної частини окремо з тим, щоб

так відобразити випробовуваний новий літак, щоб можна було за допомогою моделі вивчити взаємодію всіх частин і льотні якості літака як єдиного цілого.

Створюючи модель системи, повинні менше покладатися на статистичні і формальні дані, а повніше використовувати великий запас описової інформації.

Перевірка **адекватності** моделі також різна залежно від того, чи застосовується вона в техніці або в економіці. У технічній і військовій галузях модель оцінюється її здатністю відображати такі динамічні характеристики систем, як посилення, ширина поля допуску і чутливість до мінливих умов. В економіці моделі часто оцінювалися залежно від того, наскільки за їхньою допомогою можна було передбачити **специфічний стан** системи в деякий майбутній момент часу, і моделі зазвичай не витримували випробувань на точність прогнозу.

Під час створення моделей варто було б менше приділяти уваги передбаченню **певних дій** у майбутньому і більше – поглибленню розуміння **характеристик,** притаманних системі. Існують, як здається, серйозні причини, що не дозволяють використовувати моделі для прогнозу специфічного стану системи на досить тривалий час, щоб це могло мати практичне значення. Але якщо це так, то точність прогнозу специфічної послідовності дій не є доцільним моментом у випробуванні моделей.

Замість цього модель варто було б оцінювати за її здатністю відтворювати або передбачати характеристики поведінки системи – стійкість, коливання, зростання, середній період коливань, загальні взаємозв'язки змінних, що змінюються в часі, і тенденцію до посилення або ослаблення збурень, викликаних зовнішніми причинами.

У техніці математичні моделі здебільшого відповідають відбиваним реальним системам щодо деталей структури і дій, ніж у класичних економічних моделях. Бар'єр нерозуміння, що відокремлює математичні моделі суспільних наук від керівного персоналу промислових підприємств і державних установ, був майже непереборним. Ця обставина посилюється тим, що моделі соціальних систем на відміну від моделей фізичних систем

описуються в термінах, не прийнятих у цій сфері. Розбіжності в термінології можуть виникнути з відмінності вихідних точок зору. Адміністратор має справу з окремими частинами своєї організації абсолютно аналогічно тому, як інженер – з деталями свого літака; при цьому адміністратор не користується абстрактними коефіцієнтами, які не можна приурочити до конкретних джерел у реальній системі. Проектувальник же моделі, що виявляє взаємозв'язки шляхом статистичного аналізу, може оперувати своїми коефіцієнтами як абстрактними емпіричними результатами, які не збігаються з певними ознаками реальної системи.

4.2. Моделювання в економіці

4.2.1. Загальні підходи до моделювання в економіці

Найбільшого поширення в економіці сьогодні отримали математичне програмування і статистичні методи. Однак для подання статистичних даних, для екстраполяції тенденцій зміни ходу певних економічних процесів завжди використовувалися графічні уявлення (графіки, діаграми тощо) й елементи теорії функцій (наприклад, розвивається теорія виробничих функцій). Цілеспрямоване застосування математики для встановлення та перегляду задач управління, ухвалення різних економічних рішень (розподілу робіт і ресурсів, завантаження устаткування, організації перевезень тощо) почалося з впровадження в економіку методів лінійного та інших видів математичного програмування (роботи Л. В. Канторовича та ін.).

Привабливість цих методів для вирішення слабоформалізованих задач, якими зазвичай є вищеназвані та інші економічні задачі на початковому етапі їхньої постановки, пояснюється рядом особливостей, що відрізняють методи математичного програмування від методів класичної математики.

Завдяки цим особливостям методи математичного програмування можна коротко охарактеризувати як методи, що мають на відміну від класичної математики деякі засоби постановки задач. Зокрема, термін «цільова функція» часто використовується

навіть у тих випадках, коли очевидна неможливість формального встановлення детермінованих взаємозалежностей між компонентами і цілями системи. Допомагає також у постановці задач поняття сфери допустимих рішень.

Водночас у разі прагнення більш адекватно відобразити реальну проблемну ситуацію, в ряді випадків доцільно застосовувати статистичні методи, під час яких на основі вибіркового дослідження отримують статистичні закономірності і поширюють їх на поведінку системи в цілому. Такий підхід корисний у процесі відображення ситуацій організації ремонту устаткування, визначення ступеня його зносу, налаштування і випробування складних приладів і пристроїв тощо.

Усе більш широке застосування знаходить статистичне імітаційне моделювання економічних процесів і ситуацій ухвалення рішень.

Останнім часом у зв’язку з розвитком засобів автоматизації зросла увага до методів дискретної математики: знання математичної логіки, математичної лінгвістики, теорії множин, допомагає прискорити розробку алгоритмів, мов автоматизації проектування складних технічних пристроїв і комплексів, моделювання ситуацій ухвалення рішень в організаційних системах. Таким чином, нині в економіці й організації виробництва застосовуються практично всі групи методів формалізованого представлення систем. Для зручності їхнього вибору в реальних умовах на базі математичних напрямів розвиваються прикладні методи і пропонуються їхні класифікації.

Для моделювання класу добре організованих систем, для яких характерна можливість (і необхідність) встановлення всіх детермінованих взаємозв’язків між компонентами і цілями системи, можуть застосовуватися аналітичні методи, а в разі ускладнень під час формування аналітичних моделей або під час аналізу потокових задач – графічні уявлення (наприклад, мережеве моделювання, яке має свої специфічні прийоми формування, оцінки та вибору рішення).

Класу погано організованих (або дифузних) систем відповідають статистичні методи; при цьому як допоміжні можуть бути використані аналітичні та графічні відображення.

Для класу систем, що самоорганізуються (або розвиваються), необхідно звертатися до теоретико-множинних, логічних, лінгвістичних, семіотичних графічних уявлень (тобто до методів дискретної математики) і їх комбінацій (структурно-лінгвістичних, графо-семіотичних уявлень). У міру уточнення уявлень про проблемні ситуації, які відображуються класом систем, що розвиваються, в моделі може здійснюватися перехід до більш формальних методів: статистичних, аналітичних.

4.2.2. Основні типи моделей в економіці

Математичні моделі, що використовуються в економіці, можна поділяти на класи за рядом ознак, що належать до особливостей об'єкта, що моделюється, мети моделювання і використовуваного інструментарію: моделі макро- і мікроекономічні, теоретичні та прикладні, оптимізаційні та рівноважні, статичні і динамічні.

Макроекономічні моделі описують економіку як єдине ціле, пов'язуючи між собою укрупнені матеріальні і фінансові показники: ВНП, споживання, інвестиції, зайнятість, процентну ставку, кількість грошей тощо.

Мікроекономічні моделі описують взаємодію структурних і функціональних складових економіки або поведінку окремої такої складової у ринковому середовищі.

Унаслідок різноманітності типів економічних елементів і форм їхньої взаємодії на ринку мікроекономічне моделювання займає основну частину економіко-математичної теорії. Найбільш серйозні теоретичні результати в мікроекономічному моделюванні в останні роки отримані в дослідженні стратегічної поведінки фірм в умовах олігополії з використанням апарату теорії ігор.

Теоретичні моделі дозволяють вивчати загальні властивості економіки та її характерних елементів дедукцією висновків з формальних передумов.

Прикладні моделі дають можливість оцінити параметри функціонування конкретного економічного об'єкта і сформулювати рекомендації для ухвалення практичних рішень. До прикладних

належать перш за все економетричні моделі, які оперують числовими значеннями економічних змінних і дозволяють статистично значимо оцінювати їх на основі наявних спостережень.

У моделюванні ринкової економіки особливе місце займають **рівноважні** моделі. Вони описують такі стани економіки, коли результативна всіх сил, що прагнуть вивести її з цього стану, дорівнює нулю. У неринковій економіці нерівновага за одними параметрами (наприклад, дефіцит) компенсується іншими факторами (чорний ринок, черги тощо). Рівноважні моделі дескриптивні, описові. У нашій країні тривалий час переважав нормативний підхід у моделюванні, заснований на **оптимізації**. Оптимізація в теорії ринкової економіки присутня в основному на мікрорівні (максимізація корисності споживачем або прибутку фірмою); на макрорівні результатом раціонального вибору поведінки економічними суб'єктами виявляється деякий стан рівноваги.

У моделях **статичних** описується стан економічного об'єкта в конкретний момент або період часу; **динамічні** моделі включають взаємозв'язок змінних у часі. У статичних моделях зазвичай зафіксовані значення ряду величин, які є змінними в динаміці, наприклад капітальних ресурсів, цін тощо. Динамічна модель не зводиться до простої суми ряду статичних, а описує сили і взаємодії в економіці, що визначають хід процесів у ній. Динамічні моделі зазвичай використовують апарат диференціальних і різницевих рівнянь, варіаційного числення.

Детерміновані моделі припускають жорсткі функціональні зв'язки між змінними моделями. **Стохастичні** моделі допускають наявність випадкових впливів на досліджувані показники і використовують інструментарій теорії ймовірностей і математичної статистики для їхнього опису.

4.2.3. Математична економіка й економетрика

Математична економіка – розділ економічної науки, що займається аналізом властивостей і рішень математичних моделей економічних процесів. У деяких випадках ці моделі можуть розглядатися як частина математичної теорії на стику з економічною наукою. Математична економіка відділяється зазвичай від

економетрики, що займається статистичною оцінкою й аналізом економічних залежностей і моделей на основі вивчення емпіричних даних. У математичній економіці досліджуються теоретичні моделі, засновані на певних формальних передумовах (лінійність, опуклість, монотонність та інші залежності, конкретні формули взаємозв'язку величин).

Математична економіка не займається вивченням ступеня обґрунтованості тому, що ця залежність має певний вид (наприклад, що величина споживання є лінійною зростаючою функцією доходу), – це залишається для економетрики. Завданням математичної економіки є вивчення питання про існування рішення моделі, умови його позитивності, стаціонарності, наявності інших властивостей. Це зазвичай здійснюється, як і в математиці, шляхом дедуктивного отримання наслідків (теорем) з апріорно зроблених передумов (аксіом).

Зрозуміло, предметна сфера, методологія та інструментарій економічної науки не вичерпуються підходами математичної економіки ж економетрики – зазвичай в економічних дослідженнях використовуються також методи якісного аналізу, індуктивні, евристичні підходи; перемежовується з елементами: математичної економіки та економетрики. Таким чином, математична економіка виступає як самостійний розділ економічної науки, як один з її інструментів. При цьому розділи математичної економіки, що досліджувались раніше в суто теоретичному сенсі, все більше стають теоретичною базою та елементами прикладних досліджень.

Серед моделей математичної економіки можна виділити два значних класи: моделі рівноваги в економічних системах і моделі економічного зростання. Моделі рівноваги (наприклад, модель Ерроу, Дебре, модель «витрати-випуск» В. Леонтьєва) допомагають досліджувати стани економічних систем, в яких рівнодіюча всіх зовнішніх сил дорівнює нулю. Це статистичні моделі, в той час як економічна динаміка описується за допомогою моделей зростання (модель Харрода-Домара, модель Солоу, модель магістрального типу та ін.). Ключовим моментом дослідження моделей зростання є аналіз і відшукування траєкторій стаціонарного

зростання (зростання з постійними, в певному сенсі структурними характеристиками), до виходу, на який зазвичай прагне описувана моделлю економічна система. Дослідження траєкторій стаціонарного зростання є одночасно базою для аналізу більш складних типів зростання і сполучною ланкою з моделями економічної рівноваги (оскільки відшукання такої траєкторії рівнозначно відшукання мінливого цілком певним чином рівноважного стану). Значний внесок у теорію зростання внесли роботи фон Неймана, Солоу, Гейла, Морішіми та ін.

Економетрика – наука, яка досліджує кількісні закономірності і взаємозалежності в економіці за допомогою методів математичної статистики. Основа цих методів – кореляційно-регресійний аналіз. Використання сучасних методів математичної статистики почалося в біології. В останній чверті XIX століття англійський біолог К. Пірсон поклав початок сучасної математичної статистики вивченням кривих розподілу числових характеристик людського організму. Потім він і його школа перейшли до вивчення кореляцій у біології і побудови лінійних функцій регресії.

Перші роботи з економетрики з'явилися наприкінці XIX – початку XX століття. 1897 р. з'явилася робота одного із засновників математичної школи в економічній теорії В. Парето, присвячена статистичному вивченню доходів населення в різних країнах. Була запропонована крива Парето:

$$y = A(x–a),$$

де x – величина доходу;

y – чисельність осіб, які мають дохід, більший x;

a – мінімальний дохід;

A та a – параметри залежності, одержувані статистичними методами.

На самому початку XX століття вийшло кілька робіт англійського статистика Гукера, в яких він застосував кореляційно-регресійні методи, розроблені Пірсоном і його школою, для вивчення взаємозв'язків економічних показників, зокрема впливу кількості банкрутств на товарній біржі на ціну зерна. У роботах Гукера містилася ідея тимчасового лага між економічними змінними, а також ідея кореляційного аналізу не самих величин,

а їхніх збільшень. Надалі з'явилася величезна кількість робіт як з розвитку теорії математичної статистики і її прикладних елементів, так і щодо практичного застосування цих методів в економічному аналізі. До першої групи можуть бути, наприклад, віднесені роботи Р. Фішера з дисперсійного аналізу, до другої – роботи з оцінки і дослідження виробничих функцій, зокрема класична робота Кобба і Дугласа 1928 р.

Економетричні моделі і методи нині – це не тільки потужний інструментарій для отримання нових знань в економіці, а й широко застосований апарат для ухвалення практичних рішень у прогнозуванні, банківській справі, бізнесі.

Виявлення функціональних взаємозв'язків між елементами, що описують економічні відносини і процеси, дозволяє зробити висновок про те, що методи математичного моделювання в економіці є не що інше, ніж сукупність способів і прийомів пізнання економічних відносин і процесів на рівні як окремих господарських одиниць, так і економічної системи в цілому.

4.2.4. Моделювання в економіці і його використання в розвитку і формалізації економічної теорії

Сучасна економічна теорія як на мікро-, так і на макрорівні включає природний необхідний елемент математичної моделі і методи. Використання математики в економіці дозволяє, по-перше, виділити і формалізовано описати найбільш важливі істотні зв'язки економічних змінних і об'єктів: вивчення такого складного об'єкта передбачає високий ступінь абстракції. По-друге, з чітко сформульованих вихідних даних і співвідношень методами дедукції можна отримувати висновки, адекватні об'єкту, що вивчається тим самим заходом, що і зроблені передумови. По-третє, методи математики і статистики дозволяють індуктивним шляхом отримувати нові знання про об'єкт: оцінювати форму і параметри залежностей його змінних, найбільшою мірою відповідні наявними спостереженнями. Нарешті, по-четверте, використання мови математики дозволяє точно і компактно викладати положення економічної теорії, формулювати її поняття та висновки.

Математичні моделі використовувалися з ілюстративними і дослідницькими цілями ще Ф. Кене (1758 р. «Економічна таблиця»), А. Смітом (класична макроекономічна модель), Д. Рікардо (модель міжнародної торгівлі). У XIX столітті великий внесок у моделювання ринкової економіки внесла математична школа (Л. Вальрас, О. Курно, В. Парето, Ф. Еджворт та ін.). У XX столітті математичні методи моделювання застосовувалися досить широко, з їх використанням пов'язані практично всі роботи, удостоєні Нобелівської премії з економіки (Д. Хікс, Р. Солоу, В. Леонтьєв, П. Самуельсон та ін.).

Розвиток мікроекономіки, макроекономіки, прикладних дисциплін пов'язані з найбільш високим рівнем їхньої формалізації. Основу для цього заклав прогрес у сфері прикладної математики – теорії ігор, математичного програмування, математичної статистики. На початку XX століття великий внесок у математичне моделювання економіки внесли В. К. Дмитрієв і Е. Е. Слуцький. У 1930–1950 рр. у цій сфері не спостерігалося прогресу внаслідок ідеологічних обмежень тоталітарного режиму. У 1960–1980 рр. економіко-математичний напрям відродився (В. С. Немчинов, В. В. Новожилов, Л. В. Канторович), але це було пов'язано в основному зі спробами формально описати «систему оптимального функціонування соціалістичної економіки» (М. П. Федоренко, С. С. Шаталін та ін.). Будувалися багаторівневі системи моделей народно-господарського планування, оптимізаційні моделі галузей і підприємств. Нині важливим завданням є моделювання процесів перехідного періоду.

Будь-яке економічне дослідження завжди передбачає поєднання теорії (економічної моделі) і практики (статистичних даних). Використовуємо теоретичні моделі для опису і пояснення, що спостерігаються, і збираємо статистичні дані з метою емпіричної побудови та обґрунтування моделей.

4.2.5. Основні елементи економічної моделі

Для вивчення різних економічних явищ економісти використовують їхні спрощені формальні описи, названі **економічними моделями**. Прикладами економічних моделей є моделі споживчого

вибору, моделі фірми, моделі економічного зростання, моделі рівноваги на товарних, факторних і фінансових ринках тощо. Будуючи моделі, економісти виявляють істотні фактори, що визначають досліджуване явище і відкидають деталі, несуттєві для вирішення поставленої проблеми. Формалізація основних особливостей функціонування економічних об'єктів дозволяє оцінити можливі наслідки впливу на них і використовувати такі оцінки в управлінні.

Як зазвичай будується економічна модель?

1. Формулюються предмет і цілі дослідження.

2. У розглянутій економічній системі виділяються структурні або функціональні елементи, відповідні цій меті, виявляються найбільш важливі якісні характеристики цих елементів.

3. Словесно, якісно описуються взаємозв'язки між елементами моделі.

4. Вводяться символічні позначення для характеристик, що враховуються, економічного об'єкта і формалізуються, наскільки можливо взаємозв'язку між ними. Тим самим формулюється математична модель.

5. Проводяться розрахунки за математичною моделлю й аналізу отриманого розв'язку.

Варто розрізняти математичну структуру моделі і її змістовну інтерпретацію. Розглянемо таких два простих приклади.

Приклад 4.1. Нехай варто визначити, яку суму потрібно покласти в банк за заданою ставкою відсотка (20 % річних), щоб через рік отримати $ 12 000.

Вводячи формальні позначення для величин, що фігурують у задачі:

початкова сума грошей – M_0,

кінцева сума грошей – m_1,

ставка відсотка – R,

і записуючи співвідношення між ними:

$$M_1 = M_0(1+\frac{R}{100}),$$

знайдемо шукану величину із розв'язку основного рівняння моделі:

$$M_0 = \frac{M_1}{1 + \frac{R}{100}} = \frac{\$12000}{1{,}2} = \$10000.$$

Приклад 4.2. Нехай потрібно визначити, який був обсяг випуску продукції заводу, якщо в результаті технічного переозброєння середня продуктивність праці збільшилася на 20 % і завод став випускати 12 000 одиниць продукції.

Вводячи формальні позначення для величин, що фігурують у задачі:

початковий випуск – Q_0,

кінцевий випуск – Q_1,

відсоток приросту продуктивності – R,

і записуючи співвідношення між ними (що випливає з визначення середньої продуктивності праці Q/L):

$$Q_1 = Q_0 \frac{L_1}{L_0} = Q_0(1 + \frac{L_1 - L_0}{L_0}) = Q_0(1 + \frac{R}{100}),$$

знайдемо шукану величину із розв'язку основного рівняння моделі:

$$Q_0 = \frac{Q_1}{1 + \frac{R}{100}} = \frac{12000}{1{,}2} = 10000.$$

Порівнюючи отримання моделі і результати, можна помітити, що математична форма моделі:

$$x_1 = x_0(1 + \frac{R}{100}),$$

і навіть числові значення величин, що входять до неї, в обох випадках однакові, проте економічна ситуація, що описується моделлю, економічна інтерпретація моделі та результатів розрахунку абсолютно різні. Таким чином, одні й ті ж математичні моделі і методи можуть бути використані для вирішення абсолютно різних економічних задач.

Економічні моделі дозволяють виявити особливості функціонування економічного об'єкта і на основі цього передбачати

майбутню поведінку об'єкта за будь-якими параметрами. Передбачення майбутніх змін, наприклад обмінного курсу, погіршення економічної кон'юнктури, падіння прибутку, може спиратися лише на інтуїцію. Однак при цьому можуть бути втрачені неправильно визначені або неправильно оцінені важливі взаємозв'язки економічних показників, що впливають на розглянуту ситуацію. У моделі всі взаємозв'язки змінних можуть бути оцінені кількісно, що дозволяє отримати більш якісний і надійний прогноз.

Для будь-якого економічного суб'єкта можливість прогнозування ситуації, отримання кращих результатів або уникнення втрат, у тому числі і в державній політиці, має велике значення.

За своїм визначенням будь-яка економічна модель абстрактна і, отже, неповна, оскільки, виділяючи найбільш суттєві чинники, що визначають закономірності функціонування розглянутого економічного об'єкта, вона абстрагується від інших чинників, які, незважаючи на свою відносну малість, все ж у сукупності можуть визначати не тільки відхилення в поведінці об'єкта, але й саме його поведінку. Так, у найпростішій моделі попиту вважається, що величина попиту на будь-який товар визначається його ціною і доходом споживача. Насправді ж на величину попиту здійснює також вплив ряд інших чинників: смаки й очікування споживачів, ціни на інші товари, вплив реклами, моди тощо. Зазвичай припускають, що всі фактори, не враховані суто в економічній моделі, надають на об'єкт відносно малий результативний вплив в аспекті, що нас цікавить. Склад врахованих у моделі факторів і її структура можуть бути уточнені у ході вдосконалення моделі.

Математична модель економічного об'єкта – це його гомоморфне відображення у вигляді сукупності рівнянь, нерівностей, логічних відносин, графіків. Гомоморфне відображення об'єднує групи відносин елементів досліджуваного об'єкта в аналогічні відносини елементів моделі. Іншими словами, модель – це умовний образ об'єкта, побудований для спрощення його дослідження. Передбачається, що вивчення моделі дає нові знання про об'єкт або дозволяє визначити найкращі рішення в певній ситуації.

Для опису основних видів елементів економічної моделі розглянемо конкретну ситуацію і побудуємо відповідну їй модель.

Нехай є фірма, що випускає кілька видів продукції. У процесі виробництва використовуються три види ресурсів: обладнання, робоча сила і сировина; ці ресурси однорідні, кількості їх відомі і в цьому виробничому циклі збільшені бути не можуть. Задано витрати кожного з ресурсів на виробництво одиниці продукції кожного виду. Задані ціни продуктів. Потрібно визначити обсяги виробництва з метою максимізації вартості виробленої продукції (або в припущенні, що вся вона знайде збут на ринку загальної виручки від реалізації).

Для вирішення поставленої задачі потрібно побудувати математичну модель, наповнити її інформацією, а потім провести щодо неї необхідні розрахунки. Спочатку під час побудови моделі потрібно визначити індекси, екзогенні й ендогенні змінні та параметри. У нашій задачі свій індекс повинен мати кожен вид продукції (нехай це індекс, який змінюється від 1 до n), а також вид ресурсів (якщо позначаємо їх однією змінною, нехай у нашій задачі ресурси позначені різними змінними). Далі опишемо екзогенні змінні – ті, які задаються поза моделлю, тобто відомі заздалегідь, і параметри – це коефіцієнти рівнянь моделі. Часто екзогенні змінні і параметри в моделях не поділяють. У розглянутій задачі задані екзогенні змінні – наявні кількості обладнання K, робочої сили L і сировини R, задані параметри – коефіцієнти їх витрати на одиницю i-ої продукції k_i, l_i і r_i, відповідно. Ціни продуктів не відомі.

Далі вводяться позначення для ендогенних змінних – тих, які визначаються у ході розрахунків за моделлю і не задаються в ній ззовні. У нашому випадку це є невідомі обсяги виробництва продукції кожного i-го виду; позначимо їх x_i.

Закінчивши опис змінних і параметрів, переходять до формалізації умов завдання, опису її допустимої безлічі цільової функції (якщо така є). У нашій задачі допустима множина – це сукупність усіх варіантів виробництва, забезпечених ресурсами. Воно описується за допомогою системи нерівностей:

$$\sum_{i=1}^{n} k_i x_i \le K, \ \sum_{i=1}^{n} l_i x_i \le L, \ \sum_{i=1}^{n} r_i x_i \le R.$$

До цих обмежень за ресурсами додаються вимоги невід'ємності змінних $x > 0$. Якби якийсь ресурс потрібно було витратити повністю (наприклад, повністю зайняти всю робочу силу), відповідно, нерівність перетворилася б у рівняння. Це звузило б допустиму множину і, можливо, виключило б з неї спочатку найкраще рішення.

Якщо модель є оптимізаційною (а ця модель така), то поряд з обмеженнями повинна бути виписана цільова функція, тобто величина, яка максимізується або мінімізується і відбиває інтереси суб'єкта, який ухвалює рішення. Для цієї задачі максимізується:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i x_i \to \max .$$

Поставлена задача не завжди добре описує ситуацію і відповідає задачам особи, що ухвалює рішення. Насправді, принаймні:

1) ресурси до деякої міри взаємозамінні;

2) витрати ресурсів не чітко пропорційні випуску (є постійні витрати, не пов'язані з обсягом випуску; граничні витрати змінюються);

3) обсяги ресурсів не чітко фіксовані, вони можуть купуватися і продаватися, братися або здаватися в оренду;

4) всередині кожного виду ресурсів можна виділити складові, функціонально або якісно різні, певною мірою замінюють або доповнюють один одного і по-різному впливають на обсяг випуску;

5) ціна продукту може залежати від обсягу його реалізації, то ж стосується ціни ресурсу;

6) фірма може використовувати одну з кінцевого набору технологій (або поєднання кількох таких технологій), що характеризуються певними поєднаннями використовуваних ресурсів;

7) різні одиниці одержуваного прибутку можуть мати різну цінність для особи, що ухвалює рішення (що обумовлено, наприклад, особливостями податкової системи);

8) інтереси і переваги суб'єкта не обмежуються максимізацією обсягу прибутку, тому цільова функція повинна враховувати й інші кількісні та якісні показники;

9) для суб’єкта реально можна вирішити задачу, не обмежуючись одним моментом чи періодом часу, важливі динамічні взаємозв’язки;

10) на ситуацію можуть впливати випадкові чинники, які необхідно взяти до уваги.

Багато розділів економічної теорії присвячені вивченню, опису та моделюванню перерахованих аспектів на різних рівнях господарської діяльності, з певним ступенем деталізації і в різних сполученнях.

Фіксація двох рівнів дослідження економічних відносин і процесів – макро- і мікроекономічного – обумовлює і необхідність використання різних способів їхнього математичного відображення. При цьому зазначимо, що основні кількісні характеристики макро- і мікроекономічного аналізу формуються на основі математичного відображення економічної діяльності суб’єктів економіки: держави, фірм і домашніх господарств.

За ресурсами до цих обмежень додаються вимоги невід’ємності змінних x, 0. Якби потрібно було витратити якийсь ресурс повністю (наприклад, зайняти всю робочу силу), відповідно, нерівність перетворилася б у рівняння. Це звузило б допустиму множину і, можливо, виключило б з нього спочатку найкраще рішення.

4.3. Моделі систем масового обслуговування

У теорії і практиці моделювання систем важливе місце посідають моделі систем масового обслуговування (далі – СМО). Такі системи зустрічаються нам щоденно. Це процеси обслуговування в черзі на заправній станції, у магазині, бібліотеці, кафе, також різні служби ремонту і медичної допомоги, транспортні системи, аеропорти, вокзали тощо. Черги виникають і за потреби скористатись телефонним зв’язком або передати повідомлення по Інтернету. Більше того, будь-яке виробництво також можна подати як послідовність таких систем. Особливого значення СМО набули в інформатиці. Це передусім

комп'ютерні системи, мережі передавання інформації, бази і банки даних.

Існує розвинений математичний апарат теорії масового обслуговування (науковці західних країн цю теорію називають теорією черг), що дає змогу аналізувати ефективність функціонування СМО певних типів і визначати залежність між характеристиками потоку вимог, кількістю каналів (пристроїв для обслуговування), їх продуктивністю, правилами роботи СМО та її ефективністю.

Перші теоретичні результати внаслідок вирішення проблем, пов'язаних із функціонуванням систем обслуговування, було отримано датським ученим, співробітником Копенгагенської телефонної компанії А. К. Ерлангом у період 1908–1922 років. Ці результати стосувались практичних завдань підвищення якості обслуговування абонентів і визначення кількості телефонних ліній. У подальшому з'ясувалось, що отримані теоретичні результати є настільки загальними, що їх можна використовувати для визначення оптимальної кількості кас і продавців на торговельних підприємствах, для розрахунків запасів у магазинах, достатніх для їхньої безперебійної роботи, тощо. Однак більшість результатів було отримано для систем, в яких процеси надходження та обслуговування вимог є марківськими або напівмарківськими. У зв'язку з цим завдання аналізу СМО можна описати звичайними диференціальними рівняннями і в певному вигляді обчислити основні характеристики системи.

На практиці часто виникають задачі, пов'язані з чергами, які неможливо розв'язати із застосуванням існуючих методів теорії масового обслуговування. Це зумовило інтенсивний розвиток методів дослідження СМО за допомогою засобів імітаційного моделювання. У цьому випадку характеристики СМО оцінюються наближено шляхом обробки результатів моделювання системи.

У подальшому під час розгляду обох підходів до аналізу СМО основна увага зосереджується на методах імітаційного моделювання.

Функціонування будь-якої СМО полягає в обслуговуванні потоку вимог, які одна за одною або групами надходять до неї в деякі, як правило, випадкові моменти часу. Вимоги, які надійшли до СМО, обробляються упродовж певного часу, після чого залишають систему.

У будь-якій системі обслуговування передбачена наявність пристроїв для обслуговування (прилади для обслуговування, сервери, канали) і вимог (заявки, виклики, клієнти), які потребують обслуговування. Правила або алгоритми взаємодії пристроїв і вимог називатимемо дисциплінами поставлення в чергу та обслуговуванням.

Для кожної СМО задається режим роботи. Варто зазначити, що для вимоги може бути потрібно кілька обслуговувань одним або кількома пристроями. Звичайно, термін «пристрій для обслуговування» (англ. *server*) використовується для дещо простих моделей, в яких кожна вимога може обслуговуватись тільки одним пристроєм. Якщо ж вимоги обслуговуються кількома пристроями в певній послідовності, переміщаючись за заданим маршрутом, то має місце «мережа обслуговування» (англ. *queueing network*). Іншими словами, мережа – це складна СМО.

Зазвичай за допомогою методів теорії масового обслуговування розв’язують задачі з проектування та експлуатації однотипних елементів обслуговування, наприклад розраховують кількість контрольно-пропускного обладнання, місць для ремонту, бензоколонок, обслуговуючого персоналу, ліній зв’язку, одиниць обладнання обчислювальної техніки тощо.

Окремим типом завдань у теорії масового обслуговування є визначення місць накопичування вимог у системі обслуговування, наприклад визначення місць на стелажах на складі або в багатоповерховому гаражі, кількості пристроїв введення-виведення інформації комп’ютера, кількості місць у палатах шпиталю та ін.

Найчастіше ефективність функціонування будь-якої СМО визначається за такими показниками:

• середня кількість вимог, які система може обслугувати за одиницю часу;

• середній відсоток вимог, які не були обслуговані;

• ймовірність того, що вимогу, яка надійшла до системи, буде прийнято для обслуговування;

• середній час очікування вимоги в черзі;

• закон розподілу часу очікування;

• середня кількість вимог у черзі;

• закон розподілу числа вимог у черзі;

• коефіцієнт завантаження пристрою для обслуговування;

• середня кількість пристроїв, зайнятих обслуговуванням.

Щоб визначити ці параметри, потрібно охарактеризувати СМО, тобто описати та задати такі характеристики:

• вхідний потік вимог (вимоги, які надходять до системи для обслуговування);

• дисципліни постановки вимог у чергу та вибору вимог із неї;

• правила, за якими здійснюється обслуговування;

• вихідний потік вимог (вимоги, які залишають систему);

• режими роботи системи.

Розглянемо ці характеристики більш детально.

Для визначення вхідного потоку вимог потрібно зазначити моменти часу їхнього надходження до системи (закон надходження) і кількість вимог, які можуть надійти одночасно. Закон надходження може бути детермінованим (наприклад, вимога або вимоги надходять до системи у фіксовані моменти часу) або ймовірнісним (проміжки часу між моментами надходження вимог до системи мають рівномірний, експоненціальний або інший заданий закон розподілу).

У загальному випадку вхідний потік вимог описується розподілом імовірностей проміжків часу між моментами надходження до системи двох сусідніх вимог. Здебільшого припускається, що ці проміжки часу є незалежними і мають однаковий розподіл випадкових величин і, таким чином, вимоги утворюють стаціонарний вхідний потік. У класичній теорії масового обслуговування, як правило, розглядається так званий пуассонівський (найпростіший) потік вимог, в якому кількість вимог k для будь-якого проміжку часу t має розподіл Пуассона:

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t},\ k \geq 0,\ t \geq 0,$$

де λ – інтенсивність потоку вимог (кількість вимог, які надійшли до системи за одиницю часу).

Дисципліни постановки вимог у чергу та вибору вимог із неї для обслуговування визначають порядок, за яким вимоги стають у чергу, якщо пристрій для обслуговування зайнятий, та порядок їхнього виходу з черги для обслуговування, якщо пристрій для обслуговування вільний.

Найпростіша дисципліна обслуговування передбачає поставлення вимог у чергу за порядком їхнього надходження. Вона має назву перший прийшов – першим обслугували (ППШО), в англомовній літературі – FIFO (*First In First Out*). Прикладом черги з такою дисципліною може бути черга до таксофона.

Існує також інший спосіб організації черги, коли для обслуговування вибираються останні в черзі вимоги (останній прийшов – першим обслугували (ОППО), в англомовній літературі – LIFO (*Last In First Out*). Цей спосіб також називається стеком або «магазином». Прикладом черги з такою дисципліною обслуговування може бути паром, на якому перевозять авто, – автомобіль, який заїхав на паром перший, виїжджає з нього останнім.

Що стосується правила вибору вимог із черги, то вибір може бути випадковим (в англомовній літературі – RANDOM), наприклад вибір куль з барабана для гри в лото. Під час вибору вимог з черги може враховуватись їхній пріоритет.

Черга може мати обмеження за довжиною або часом перебування вимог у ній. Наприклад, якщо в черзі перебуває більше трьох вимог, то нова вимога, яка надійшла, залишає систему або вимога залишає систему, якщо час перебування її в черзі становить понад 2 хв. Прикладом черги з обмеженою кількістю місць є бункер, в який надходять заготовки, перш ніж їх буде оброблено верстатом. Буфери даних широко використовуються в комп'ютерній техніці. Під час обміну інформацією між пристроями, які мають різну швидкість обробки даних, інформація накопичується в буфері, а потім використовується пристроєм, що має меншу

швидкість. Такі буфери організовуються в системах введення-виведення даних і мультиплексорах. У комп'ютерних мережах буфери створюють для організації черг повідомлення або пакети.

Правила обслуговування вимог характеризуються часом обслуговування (розподілом часу обслуговування), кількістю вимог, які обслуговуються одночасно, і дисципліною обслуговування.

Обслуговування може бути організоване за допомогою одного або кількох ідентичних пристроїв. У першому випадку система називається одноканальною, в іншому – багатоканальною. Час обслуговування вимог може бути детермінованим або заданим за ймовірнісним законом розподілу.

Якщо пристрої для обслуговування об'єднані в ланцюжок, то система називається багатофазовою, тому що вимоги в ній послідовно проходять декілька фаз обслуговування (наприклад, складальний конвеєр автомобільного заводу).

Дисципліна обслуговування визначає, за яких умов припиняється обслуговування вимог, як обирається для обслуговування наступна вимога, а також що станеться із частково обслуговуваною вимогою.

Розрізняють безпріоритетні і пріоритетні дисципліни обслуговування. У разі безпріоритетного обслуговування порядок обслуговування визначається за дисципліною вибору вимоги з черги, наприклад ПППО. До безпріоритетних належить циклічна дисципліна обслуговування, яка часто використовується в комп'ютерних системах. Вимога (програма) багаторазово використовує пристрій для обслуговування (процесор) перед тим, як його залишити. Після закінчення кожного циклу обслуговування вимога знову надходить до черги для додаткового обслуговування.

Під час пріоритетного обслуговування для кожної вимоги задається деякий числовий параметр, значення якого визначає її пріоритет. Значення пріоритету може бути незмінним (статичний пріоритет) або являти собою функцію, яка залежить від часу перебування вимоги в системі (динамічний пріоритет).

Пріоритет може бути також відносним або абсолютним. Відносний пріоритет передбачає, що надходження вимоги з вищим пріоритетом не перериває обслуговування менш пріоритетної

вимоги (обслуговування без переривання). Вимоги з однаковими пріоритетами можуть утворювати черги.

Якщо в системі задається абсолютний пріоритет, то поява вимоги з більш високим пріоритетом переривається обслуговування менш пріоритетної вимоги (обслуговування з перериванням). У таких системах можуть утворюватися вкладені переривання, коли обслуговування вимоги, яка витиснула менш пріоритетну, буде перервано більш пріоритетною вимогою тощо. Іноді в таких системах обмежують глибину переривання. Перервані вимоги можуть або залишати систему, або знову ставати в чергу для додаткового обслуговування.

Зрозуміло, що дисципліни обслуговування з абсолютними пріоритетами можуть використовуватись тільки для систем з одним пристроєм для обслуговування.

Вихідний потік – це потік вимог, які залишають систему, до того ж вони можуть бути як обслуговуваними, так і необслуговуваними. Структура формування потоку вихідних вимог більш важлива для багатофазових систем, де вихідний потік одного пристрою для обслуговування (фази обслуговування) є вхідним для іншого. Ймовірнісні характеристики розподілу вимог вихідного потоку в часі залежать від щільності вхідного потоку та параметрів роботи пристроїв для обслуговування.

З теорії масового обслуговування відомо, що вихідний потік вимог СМО з M пристроями з очікуванням для найпростішого вхідного потоку з параметром λ й експоненціального розподілу часу обслуговування з параметром μ є найпростішим потоком з параметром $\lambda^I = \min\{\lambda, M\mu\}$. Це дає можливість аналізувати багатофазові системи і мережі СМО, в яких вихідний потік вимог одних систем обслуговування є вхідним для інших. У всіх інших випадках розподіл імовірності вихідних потоків вимог СМО має складнішу ймовірнісну природу і може вивчатись тільки шляхом спостереження за функціонуванням цих СМО під час моделювання.

На практиці часто доводиться вивчати режими роботи СМО, за допомогою яких описується деякий виробничий процес або система обробки інформації. Якщо в системі пристрої для обслуговування час від часу виходять з ладу, то вводиться поняття

режим відмови. Під час дослідження деяких систем треба брати до уваги ще один режим – блокування обслуговування, пов'язаний з тимчасовим перериванням або сповільненням процесу обслуговування.

Зміна режиму роботи СМО може бути зумовлена зовнішнім впливом (наприклад, тимчасовою відсутністю деталей у технологічному процесі, ремонтом обладнання тощо) або виходом із ладу деякого пристрою системи (наприклад, блока живлення в комп'ютері).

У теорії систем масового обслуговування розглядаються тільки такі СМО, параметри ефективності яких можна отримати аналітично в замкненому або числовому вигляді. Для позначення таких моделей СМО часто використовують запис, запропонований Канделом – *X*/*Y*/*Z*, де *X* – розподіл часу прибуття надходження вимог, *Y* – розподіл часу обслуговування, а *Z* – кількість пристроїв для обслуговування.

Найпоширенішою моделлю, яка розглядається в теорії масового обслуговування, є модель типу *M*/*M*/1. Ця модель має тільки один пристрій для обслуговування (цифра 1), і в ній процеси розподілу часу надходження (перша буква *M*) та обслуговування (друга буква *M*) є марківськими. Для такої моделі час між двома надходженнями вимог до системи і час їхнього обслуговування мають експоненціальні розподіли. Модель типу *M*/*M*/1 може використовуватися, наприклад, для моделювання роботи однопроцесорної системи або стандартного пристрою для введення-виведення інформації (магнітного диска, принтера тощо).

Модель типу *D*/*D*/1 – детермінована, а модель *D*/*M*/1 – змішана. Якщо відомостей про систему мало, її модель позначають як *G*/*G*/*m* – модель з будь-якими розподілами ймовірностей випадкових величин і пристроями для обслуговування.

У теорії масового обслуговування аналітичні результати отримано тільки для моделей типів *D*/*D*/1, *M*/*M*/1 і *M*/*G*/l. Для визначення характеристик моделей з іншими значеннями параметрів СМО потрібно використовувати методи імітаційного моделювання.

У реальних системах не завжди можна описати закони розподілу вхідних потоків вимог і часу їхнього обслуговування. Для їхнього визначення потрібно вміти оцінювати характер робочого навантаження системи. Зокрема, у разі моделювання комп'ютерної системи треба знати, коли до системи надходять нові завдання, скільки часу потрібно для виконання процесором кожного з них, як часто програма звертається до пристроїв для введення-виведення інформації. Для цього треба розробити діаграму роботи системи, на якій можна зобразити потоки вхідних завдань у систему, ресурси, до яких вони направляються, а також час обслуговування завдань на цих ресурсах.

Якщо графік робочого навантаження має періодичний характер, то під час спостереження за роботою комп'ютера є можливість отримати представницьку вибірку, яку можна застосовувати для аналізу показників ефективності СМО. Проте моделювання з використанням такого опису робочого навантаження (сценарію) дасть змогу відтворити тільки результати роботи комп'ютерної системи в минулому. На підставі цього не можна визначити, як працюватиме система в майбутньому.

Для того щоб спрогнозувати поведінку системи в майбутньому, потрібно виявити закономірності та визначити один або кілька розподілів імовірностей, а не використовувати необроблені дані, отримані шляхом вимірювання. Якщо для визначення робочого навантаження на систему використовуються розподіли ймовірності, а для аналізу результатів моделювання – відповідні статистичні методи, то отримані результати можна поширити на більший діапазон робочих навантажень, ніж під час використання визначеного сценарію.

У теорії масового обслуговування важливе значення має формула Литтла (закон збереження стаціонарної черги), яка дозволяє обчислювати середню кількість вимог, що перебувають у системі. Щоб отримати формулу Литтла, розглянемо СМО загального виду, яку зображено на рис. 4.1 у вигляді «чорної скриньки», і будемо спостерігати за її вхідними та вихідними потоками вимог.

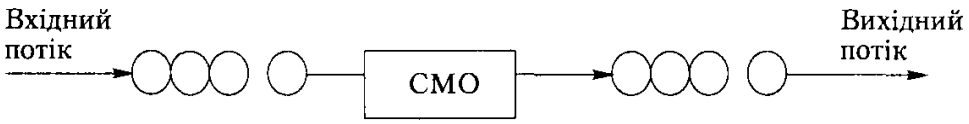


Рис. 4.1. СМО загального виду

Процес $\alpha(t)$ – деякий випадковий процес надходження вимог до системи за проміжок часу $(0, t)$. Процес $\delta(t)$ визначає вихідний потік вимог із системи на цьому ж проміжку. Відобразимо обидва випадкових процеси у вигляді графіків, наведених на рис. 4.2.

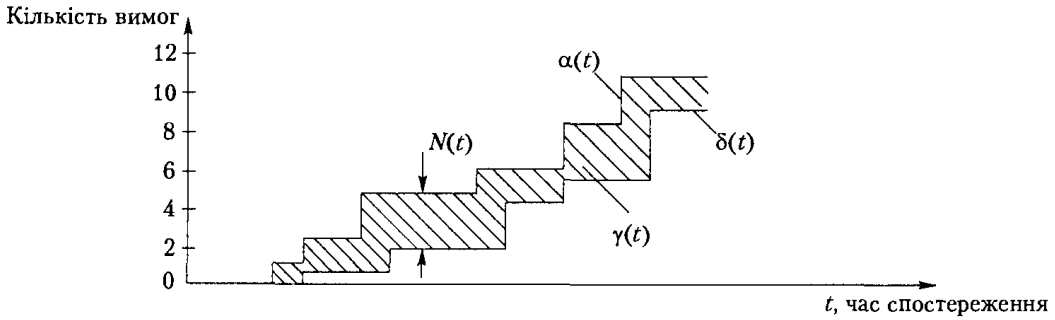


Рис. 4.2. Вхідні та вихідні випадкові процеси в СМО

Кількість вимог, що перебувають у системі в будь-який момент часу t, можна знайти як $N(t) = \alpha(t) - \delta(t)$.

Заштрихована площа між двома кривими $\gamma(t)$ визначає загальну роботу (добуток кількості вимог на час перебування їх у СМО) на проміжку часу $(0, t)$, яка вимірюється у вимогах за секунду.

Інтенсивність надходження вимог до СМО за час спостереження $(0, t)$ можна визначити як:

$$\lambda_t = \frac{\alpha(t)}{t},$$

а середній час перебування вимог у системі за той же проміжок часу як:

$$T_t = \frac{\gamma(t)}{\alpha(t)}.$$

Середня кількість вимог, що перебували в системі за проміжок часу $(0, t)$:

$$\overline{N_t} = \frac{\gamma(t)}{t}.$$

Використовуючи ці вирази, отримаємо таку формулу:

$$\overline{N}_t = \lambda_t T_t .$$

Для того щоб СМО була в стані рівноваги, потрібно, щоб середній час перебування вимог у системі був більшим за середній час їхнього обслуговування. Припустимо, що для СМО, яка розглядається, $\lambda = \lim \lambda_t$ і $T = \lim T_t$ (при $t \to \infty$), де λ – інтенсивність надходження, а T – середній час перебування вимог у системі. У цьому випадку існує також межа для середньої кількості вимог, які перебувають у системі, тобто $\overline{N} = \lim N_t$.

Враховуючи усі попередні співвідношення, можна отримати формулу Литтла у такому вигляді:

$$\overline{N} = \lambda T .$$

Отже, для будь-якого закону розподілу проміжків часу між двома моментами надходження вимог і будь-якого розподілу часу їхнього обслуговування, кількості пристроїв для обслуговування та дисципліни обслуговування середню кількість вимог, що перебувають у СМО, визначають через інтенсивність надходження та середній час перебування вимог у системі.

Інтуїтивне доведення формули Литтла базується на тому, що кількість вимог у системі в момент надходження нової вимоги буде такою самою, як і в момент, коли вимога залишає систему. Це свідчить про те, що СМО перебуває у стані рівноваги або сталому стані, тобто вимоги не можуть перебувати у системі нескінченно довго і завжди залишають її. Як бачимо, під час виведення формули Литтла ніяких обмежень на тип СМО немає. Можна, наприклад, вважати, що СМО складається тільки з однієї черги або з одного пристрою для обслуговування.

Розглянемо одноканальну СМО з одним пристроєм для обслуговування S і чергою до нього q, яку зображено на рис. 4.3.

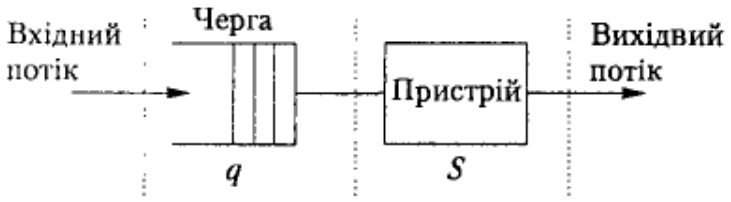


Рис. 4.3. СМО з одним пристроєм для обслуговування

Якщо позначити через w середній час перебування вимоги в черзі, то з формули Литтла можна отримати середню кількість вимог у черзі:

$$\overline{N}_q = \lambda w .$$

Якщо позначити середній час обслуговування вимоги в пристрої через $\overline{x}$ і розглядати СМО як таку, що має один пристрій, то, використовуючи формулу Литтла, можна знайти середню кількість вимог у пристрої для обслуговування:

$$\overline{N}_s = \lambda \overline{x} .$$

Для СМО з одним простроєм для обслуговування завжди має місце рівність $T = w + \overline{x}$, де T – середній час перебування вимоги в системі.

У реальних умовах функціонування СМО є перехідні режими, а вхідні і вихідні потоки вимог є далеко непростими. У цих умовах для оцінки якості функціонування систем обслуговування широко використовують **метод статистичних випробувань (метод Монте-Карло)**. Основою розв'язку задачі дослідження функціонування СМО в реальних умовах є статистичне моделювання вхідного потоку вимог і процесу їхнього обслуговування (вихідного потоку вимог).

Для розв'язку задачі статистичного моделювання функціонування СМО повинні бути задані такі початкові дані:

• опис СМО (тип, параметри, критерії ефективності роботи системи);

• параметри закону розподілу періодичності надходжень вимог у систему;

• параметри закону розподілу часу перебування вимоги в черзі (для СМО з очікуванням);

• параметри закону розподілу часу обслуговування вимог у системі.

Розв'язок задачі статистичного моделювання функціонування СМО складається з таких етапів:

1. Генерують рівномірно розподілене випадкове число r_i.

2. Рівномірно розподілені випадкові числа перетворюють у величини із заданим законом розподілу:

• інтервал часу між надходженнями вимог у систему (Δt_n);

• час відходу заявки з черги (для СМО з обмеженою довжиною черги);

• тривалість часу обслуговування вимоги каналами (Δt_a).

3. Визначають моменти настання подій:

• надходження вимоги на обслуговування;

• відхід вимоги з черги;

• закінчення обслуговування вимоги в каналах системи.

4. Моделюють функціонування СМО в цілому і накопичують статистичні дані про процес обслуговування.

5. Встановлюють новий момент надходження вимоги в систему й обчислювальна процедура повторюється відповідно до викладеного.

6. Визначають показники якості функціонування СМО шляхом обробки результатів моделювання методами математичної статистики.

4.4. Моделювання у виробництві

Більшість імітаційних моделей, в яких виникає потреба на практиці, – це моделі процесів різних видів: технологічних, логістичних, інформаційних, виробничих та ін. Процесний підхід є також одним із основних під час моделювання і проектування бізнес-процесів. Він дає змогу не тільки застосувати для створення і реалізації моделі сучасні програмні засоби, але і перевірити ефективність процесів; для цього використовуються імітаційні пакети, такі як Arena для BPWin.

За допомогою моделей інформаційних систем, як правило, досліджуються процеси перетворення, обробки та передачі інформації, які реалізуються комп’ютерними системами та системами передавання даних. У цьому розділі розглядаються особливості моделювання процесів, що протікають у виробничих та комп’ютерних системах різних типів.

Виробничі процеси – це процеси, результатом яких є випуск різноманітної продукції. Варто розрізняти два основних типи

виробничих процесів: неперервні та дискретні. Імітаційні моделі неперервних процесів подаються здебільшого у вигляді систем лінійних, нелінійних, диференціальних та інтегро-диференціальних рівнянь, для розв'язання яких використовуються числові методи. Для дискретних виробничих процесів типовими операціями є складання, розбирання, монтаж, контроль якості виробів, усунення браку, а також розподіл виробів і обладнання за групами та об'єднання таких груп. Під час створення моделей таких процесів варто враховувати правила побудови черг, послідовність виконання операцій, які задаються маршрутними технологічними картами, а також можливі простої обладнання. Необхідно також зважати на графіки роботи технічного персоналу і параметри надійності обладнання. Імітаційна модель таких процесів повинна відслідковувати інформацію щодо окремих об'єктів потоку виробів та їх атрибутів. Прикладами дискретних виробничих процесів можуть бути процеси виконання замовлень, розрахунку потрібних місць складання запасів та керування ними, визначення технологічного маршруту збирання обладнання, формування рахунків до сплати або обробка вимог тощо.

Основним завданням імітаційного моделювання виробничих процесів є пошук оптимальних параметрів та режимів процесу, що вже діє, або проектування нових технологічних процесів, які повинні забезпечити досягнення певної мети. Використовуючи модель процесу, можна уточнювати та визначати ймовірнісні характеристики параметрів, виявляти конкретні зв'язки між ними (наприклад, між рівнем завантаження виробничої дільниці, середнім часом пролежування заготівок і середнім часом, необхідним для виконання технологічної операції та ін.).

Будь-який технологічний процес, незалежно від його типу, являє собою сукупність об'єктів, що взаємодіють: виробів, одиниць технологічного обладнання, транспортних засобів, складів тощо. Вироби, рухаючись від одного об'єкта до іншого під час виконання технологічної операції, споживають певні ресурси. Тому виробничий процес можна зобразити як деякий матеріальний потік, що об'єднує всі без винятку об'єкти, наявні в системі. Усі операції, які виконуються над об'єктами матеріального потоку,

мають певну тривалість у часі, незалежно від того, чи змінюється стан об'єкта впродовж виконання операції. У ході більшості технологічних операцій, таких як монтаж або демонтаж, обробка на верстатах, зварювання, стан об'єктів змінюється. Типовими операціями, що не впливають на стан об'єктів, є транспортування або випробування.

Об'єкт у потоці може бути окремою одиницею (наприклад, заготівка) або групою деталей (наприклад, бункер з кількома заготівками, що рухається конвеєром). Під час моделювання групового матеріального потоку окремі вимоги об'єднуються в ансамблі вимог. Для керування такими вимогами використовуються блоки GATE M і GATE NM.

Проектування процесів, що протікають у виробничих системах, передбачає створення стійкої технологічної схеми, оскільки послідовність операцій під час випуску продукції повторюється. Важливою процедурною концепцією моделювання таких процесів і аналізу їхньої ефективності є визначення періоду нестійкої роботи системи й усунення статистичних даних, зібраних за цей період.

Вимоги, які подаються до програмного забезпечення, яке застосовується для моделювання виробничих систем, подібні до тих, що подаються до програм моделювання будь-яких систем. Єдина різниця у них пов'язана з моделюванням виробничих систем з вантажно-розвантажувальним обладнанням.

Процеси розподілу – це процеси, до складу яких входять операції транспортування і постачання, що забезпечують переміщення продукції або людей між різними пунктами в мережі розподілення. Характерною особливістю процесу транспортування на відміну від постачання є те, що об'єкти потоку під час виконання цієї операції – це люди, а не товари або вироби. Типові процеси транспортування можна зустріти у системах міського транспорту. Прикладами процесів постачання є збут продукції, доставка пошти і товарів.

Під час моделювання процесів розподілу необхідно спостерігати за такими характеристиками, як місце призначення, обсяг або витрати, а також контролювати властивості об'єктів потоку.

Іноді у разі моделювання процесів транспортування транспортні ресурси доцільніше зображати як об'єкти потоку. Транспортні засоби можуть характеризуватися кількістю місць, швидкістю та маршрутом руху. Для синхронізації об'єктів потоку бажано застосовувати списки користувачів (мовою GPSS це – блоки LINK і UNLINK), що дозволяє моделювати сумісний рух транспортного засобу та деталей або пасажирів.

Для більшості процесів розподілу характерний перехідний режим. Тому тривалість моделювання має бути достатньою, щоб охопити весь цикл процесу, в тому числі й період, коли процес протікає у стаціонарному режимі. Крім того, для аналізу показників ефективності системи прогін моделі необхідно виконати декілька разів.

Однією з найважливіших сфер, де застосовується імітаційне моделювання, є процеси обслуговування клієнтів, оскільки в окремих системах сумарний час очікування клієнта у черзі може досягати 90 % загального часу його перебування у системі.

Імітаційне моделювання **процесів обслуговування** вважається складним завданням, тому що в одній моделі люди можуть бути як об'єктами потоку, так і ресурсами. Людям притаманна складна і непередбачувана поведінка, тому моделювання її в різних ситуаціях вимагає неабиякої гнучкості програмування. Моделі процесів виготовлення продукції, підготовки документів, функціонування устаткування або пересування транспортних засобів, побудовані без урахування людського фактора, набагато простіші.

У більшості імітаційних моделей час обслуговування і моменти появи вимог є випадковими величинами. Отже, для моделювання таких систем необхідно використовувати випадкові величини із заданими законами розподілу ймовірностей, які також треба визначити перед початком моделювання.

Оскільки надходження вимог до системи носить циклічний і випадковий характер, системи обслуговування рідко функціонують у стійкому режимі. Тому під час моделювання таких систем треба обов'язково враховувати наявність перехідних процесів у моделі та можливість зміни інтенсивності потоків у часі.

Усі **проекти**, незважаючи на велику кількість їхніх типів і різноманітність масштабів, мають ряд спільних характеристик, а саме:

• спрямованість на досягнення конкретних цілей;

• необхідність координування взаємопов'язаних дій;

• обмеженість у часі й унікальність кожного проекту.

Виконання проектів націлено на отримання певних результатів. Для того щоб досягти конкретних цілей, необхідне планування виконання робіт. У комплексі взаємопов'язаних цілей проекту, як правило, є основна. Наприклад, головною метою проекту, пов'язаного з розробкою програмного забезпечення, може бути створення автоматизованої системи керування підприємством. Проміжні цілі (підцілі) – це розробка технічного, інформаційного та програмного забезпечення, що передбачає деталізацію підцілей нижчого рівня, пов'язаних зі створенням бази даних, математичного і програмного забезпечення, тестуванням системи. Під час розробки бази даних, у свою чергу, також може бути виділено цілі більш низького рівня: розроблення логічної структури бази даних, реалізація бази даних за допомогою системи керування нею, завантаження даних тощо.

Великі проекти включають значну кількість взаємопов'язаних дій та етапів. В одних випадках ці взаємозв'язки досить очевидні (наприклад, наявність технологічної або логічної залежності), в інших – приховані. Через це деякі проміжні цілі не можуть бути реалізовані, доки не буде завершено виконання інших завдань. Якщо на різних етапах реалізації проекту порушується логічний зв'язок і синхронізація дій, весь проект може опинитися під загрозою зриву. Таким чином, проект – це динамічна система, яка потребує особливих підходів до керування нею.

Проміжок часу, відведений для виконання будь-якого проекту, завжди обмежений. Проект має чітко виражений момент початку і закінчення. Проект закінчується, коли досягнута його основна мета. Значну частину зусиль під час роботи з проектом спрямовано саме на забезпечення того, щоб проект було завершено в намічений термін. Для цього будуються графіки виконання робіт проекту.

Виконання проектів – здебільшого заходи неповторні й одноразові. Разом з тим за ступенем унікальності проекти можуть значно відрізнятись один від одного. Якщо розробляється оригінальна технологія або система, то, безумовно, маємо справу із завданням унікальним, яке ніколи раніше не виконувалось. І оскільки під час виконання проекту не завжди можна використати досвід розробки попередніх проектів, він повний ризику і невизначеності.

Керування ризиками – це фундамент процесів керування проектами. Ризик можна визначити як вплив негативних подій і їх наслідків. Для мінімізації ризиків необхідно ідентифікувати сферу потенційного ризику, визначити ймовірність його виникнення і потенційні наслідки. Для керування ризиками менеджеру проекту варто проаналізувати великий обсяг інформації різних видів і оцінити ситуацію з урахуванням особистого досвіду. Часто така оцінка суб'єктивна і не враховує ступінь невизначеності фактора ризику. У результаті створюється неповна, а часом і неточна картина.

Необхідно визначати, в яких ситуаціях може виникнути ризик, зрозуміти його природу та оцінити його ймовірність. Для полегшення аналізу керування ризиками дію ризику прийнято оцінювати з позиції його впливу на вартість, якість і тривалість виконання робіт. Наприклад, ризик втрати висококваліфікованого програміста в проекті, пов'язаному з розробкою програмного забезпечення, впливає на вартість, якість і тривалість виконання робіт проекту. Керування ризиками визначається як систематичний процес, пов'язаний з ідентифікацією, аналізом ризиків й ухваленням рішень, що забезпечують мінімізацію негативних наслідків настання ризикових подій і максимізацію ймовірності наслідків настання позитивних подій.

Аналіз ризиків можна виконати за допомогою моделі. Для цього реалізують такі заходи:

• для встановлення тривалості окремих (або всіх) робіт проекту створюють процедури введення випадкових величин із заданими законами розподілу ймовірностей;

• для визначення впливу ймовірностей на терміни виконання проекту проводять аналіз ризиків за допомогою методу статистичного моделювання;

• для здійснення аналізу впливу невизначеностей на тривалість виконання проекту формують звіти про виконання основних робіт.

Під час аналізу ризиків необхідно враховувати рівень ризику ухвалення певного рішення в реальних умовах, що характеризуються неповнотою, невизначеністю та неточністю інформації. Тому поряд з традиційними методами імітаційного моделювання необхідно застосовувати методи ситуаційного моделювання і теорії ризиків. Варто також ураховувати, що аналіз та оцінка ризиків часто мають суб'єктивний характер.

Таким чином, основним завданням під час керування проектами є забезпечення максимальної ефективності виконання робіт у заданий термін у рамках виділених коштів або ресурсів відповідно до технічного завдання. Для того щоб впоратися з обмеженнями за часом, використовуються методи побудови календарних графіків робіт і контролю їхнього виконання для керування грошовими обмеженнями – методи формування фінансового плану (бюджету) проекту і контролю за його дотриманням під час виконання робіт. Для ресурсного забезпечення існують спеціальні методи керування людськими і матеріальними ресурсами (наприклад, матриця відповідальності, діаграми завантаження ресурсів). Звичайно, в аналізі подібних процесів задіяно програмний інструментарій керування проектами, такий як Microsoft Office Project 2003 та ін. Проте оцінки часу, необхідного для реалізації повного циклу процесу і вимог до ресурсів, які одержують у результаті аналізу, виконаного з використанням методик імітаційного моделювання, є більш точними, оскільки часові параметри здійснення проекту досить нестабільні, а спільне використання ресурсів призводить до появи безлічі взаємозв'язків.

У більшості випадків **імітаційні моделі комп'ютерних систем і мереж** використовують на етапі їхнього проектування для оцінювання прогнозованих характеристик. Варто мати на увазі, що на попередньому етапі проектування для таких досліджень

можна застосовувати і методи операційного аналізу мереж СМО. Такі мережі добре відображають роботу багатопроцесорних і багатомашинних комп'ютерних мереж та систем. У мережах СМО вузли моделюють роботу окремих пристроїв або вузлів.

Одним з найважливіших завдань, які необхідно розв'язувати під час моделювання комп'ютерних систем, є дослідження різних режимів роботи і функцій операційної системи. Операційну систему можна розглядати як сукупність функціональних компонентів, кожен з яких відповідає за реалізацію певної функції системи; серед них основними є функції планування і виконання програм. Для успішного виконання програми потрібні певні ресурси. До них належать:

• ресурси, необхідні для послідовного виконання програм (передусім процесорний час);

• ресурси, що дають можливість зберігати інформацію, яка забезпечує виконання програм (регістри процесора, оперативна пам'ять тощо).

Операційна система виступає в ролі менеджера цих ресурсів і надає їх прикладним програмам на вимогу. Під час розподілу ресурсів операційна система розв'язує можливі конфлікти, запобігає несанкціонованому доступу програм до тих ресурсів, на які вони не мають прав, забезпечує ефективну роботу комп'ютерної системи.

У разі моделювання комп'ютерних систем, у першу чергу, потрібно враховувати **принцип паралелізму**, який передбачає одночасне (з погляду прикладного програміста) виконання дій різними фрагментами коду програми або різними пристроями обчислювальної системи. Цей принцип реалізується на одному процесорі шляхом перемикання завдань (випадок псевдопаралелізму) або може базуватися на паралельному виконанні коду на декількох процесорах (випадок справжнього паралелізму).

Можна виділити такі основні види паралелізму: багатопроцесорні системи, операції введення-виведення, взаємодії з користувачем і розподілені системи. Паралелізм багатопроцесорних систем є справжнім паралелізмом, тому що в таких системах інструкції виконують декілька процесорів одночасно. Якщо

програма підтримує паралелізм введення-виведення, вона може виконуватись, не чекаючи на завершення операцій введення-виведення. Паралелізм взаємодії з користувачем необхідний, щоб виділити окремі потоки для безпосередньої взаємодії з користувачем. У ході інтерактивного сеансу роботи користувач може виконувати різні дії (і очікувати негайної реакції на них) до завершення обробки попередніх дій. Паралелізм розподілених систем дає можливість організувати паралельне обслуговування запитів, коли основний процес приймає запити, відразу передає їх для виконання іншим процесам і продовжує очікувати нові.

Моделювання мультипрограмного режиму побудоване на принципі розподілу часу роботи процесора між кількома програмами. Для кожної програми виділяється свій проміжок часу (квант часу), впродовж якого вона займає процесор. Якщо за цей час програма не завершується, надходить сигнал переривання, і процесор переходить до виконання іншої програми. Звичайно, програма, виконання якої було перервано, стає в чергу згідно з правилами, що існують у системі. Через деякий час програма знову надходить до процесора. Таким чином, у процесі виконання кожна програма займає процесор декілька разів. Подібні черги створюються і до інших пристроїв системи, наприклад до пристроїв введення-виведення, накопичувачів на магнітних дисках та ін. Здебільшого такі системи моделюються як одноканальні СМО, на відміну від багатоканальних, що моделюють роботу багатопроцесорних систем. Основними завданнями під час моделювання комп’ютерної системи у режимі розподілу часу є оцінювання величини квантів часу, які виділяються для програм певних груп користувачів, дослідження стратегій організації черг. Ще одне завдання, що виникає під час моделювання обчислювальних систем, – оцінювання розмірів основної та зовнішньої пам’яті і кількості процесорів, необхідних для виконання основних функцій системи.

Під час моделювання, звичайно, досліджують тривалість перебування програми користувача в комп’ютерній системі (від введення програми або запиту на її виконання до отримання результатів її роботи чи відповіді) або оцінюють кількість програм,

виконаних системою за одиницю часу. У таких випадках у системі моделювання для кожної програми чи запиту користувача фіксують такі дані: моменти надходження до системи і завершення роботи, обсяг потрібної пам'яті, кількість і тривалість запитів до пристроїв введення-виведення, обсяг даних, що виводяться на пристрої введення-виведення тощо. Стратегія використання ресурсів визначається алгоритмами планування та виконання програм в операційній системі. А окремі ресурси моделюються одно- або багатоканальними пристроями обслуговування.

Моделювання комп'ютерних мереж – це більш складне завдання, ніж моделювання систем, оскільки у цьому разі необхідно враховувати набагато більшу кількість факторів і забезпечити виконання багатьох суперечливих вимог. Під час створення імітаційної моделі мережі основним завданням проектувальника є ретельний аналіз роботи мережі, що складається з безлічі окремих компонентів: комп'ютерів, комутаторів, маршрутизаторів, пристроїв введення-виведення, ліній зв'язку тощо, й ухвалення рішення стосовно вибору типу моделі та методів дослідження. Попереднє вивчення мереж виконують за допомогою методів операційного аналізу, орієнтованих на обчислювальні системи, а більш детальне дослідження проводять за допомогою імітаційних моделей на основі мереж СМО.

Метою моделювання комп'ютерних мереж може бути:

• визначення типів і параметрів активного та пасивного обладнання мережі, яке забезпечить певні мінімальні потреби передавання, обробки та збереження інформації;

• оцінювання необхідного запасу продуктивності основних пристроїв мережі, яка забезпечить прогнозоване зростання виробничих потужностей інформаційної системи впродовж найближчих років;

• вибір одного чи декількох варіантів архітектури мережі на базі критерію вартості обладнання;

• перевірка роботи обчислювальної мережі із заданою архітектурою.

Типовим завданням дослідження мережі під час моделювання є **оцінювання середнього часу затримки** передачі файлів

великих розмірів унаслідок збільшення кількості комп'ютерів у мережі. Метою досліджень може бути й оптимізація роботи компонентів мережі, наприклад комутаторів або маршрутизаторів. У цьому випадку імітаційну модель мережі варто будувати як комплекс мереж СМО, який, можливо, містить сотні або навіть тисячі СМО.

Проектувальник мережі повинен отримати відповіді перш за все на такі запитання: як керувати перевантаженням у мережі; яку ємність повинен мати буфер кожного вузла; які пріоритети мають призначатися різним лініям зв'язку, що використовуються у мережі, та ін. Проектувальники мають також дослідити, яким є середній час відповіді на запит у мережі та як зміниться час реакції мережі на запит залежно від алгоритмів розподілу пакетів. Це вимагає визначення періоду чекання, коефіцієнтів використання компонентів, тривалості перемикання комутаторів і періоду затримки відповідей на запити, спричинені перемиканням тощо.

Під час передачі пакетів доцільно аналізувати такі показники роботи мережі, як продуктивність, час відповіді та обробка пакетів. Варто зазначити, що від виду досліджень залежить спосіб визначення часу затримки. Під час спрощеного визначення фіксується проміжок часу від моменту введення запиту користувачем до появи відповіді системи; тривалість введення запиту та виведення відповіді не враховується. У разі моделювання процесів взаємодії користувачів у комп'ютерних системах з розподілом часу затримка відповіді визначається від моменту закінчення введення даних до моменту закінчення виведення, а у пакетних системах – від початку введення запиту до завершення виведення.

Дещо інші запитання постають у разі дослідження процесів, що пов'язані з роботою адміністраторів вузлів мережі, наприклад компанії або міста, а саме: яка топологія мережі є оптимальною; які смуги частот мають бути виділені для індивідуальних користувачів та ін.

Два важливих показники, які часто використовуються як характеристики роботи мережі або системи в цілому, – час очікування і продуктивність. Час очікування означає затримку, пов'язану з виконанням певної операції, наприклад це може бути час

від моменту передачі у мережу першого біта повідомлення до моменту появи останнього біта у кінцевого адресата. Точне визначення цих проміжків часу залежить від цілей вивчення і моделювання системи.

За час чекання часто сприймають час відповіді, особливо коли аналізується робота системи. Просте визначення часу відповіді – фіксація проміжку часу від моменту, коли користувач направляє запит на виконання операції, до моменту видачі системою відповіді.

Продуктивність здебільшого визначається як швидкість проходження запитів або проміжок часу, за який запит обслуговується системою. Інтерактивну продуктивність вимірюють у запитах за секунду, тоді як пакетну – у задачах за секунду. Продуктивність процесора часто вказують у мільйонах команд за секунду (Million Instructions Per Second, MIPS) або мільйонах операцій з плаваючою комою за секунду (Million Floating Point Operations Per Second, MFLOPS), продуктивність системи діалогової обробки запитів – у транзакціях за секунду (Transactions Per Second, TPS).

Продуктивність визначається як кількість запитів користувачів, що можуть бути виконані за одиницю часу. В мережах зв’язку це належить до кількості бітів інформації (загальної або для кожного користувача окремо), яку може бути передано мережею за секунду. Під час дослідження роботи системи продуктивність обчислюється як кількість завдань, виконуваних за одиницю часу.

Варто мати на увазі, що тривалий час очікування не обов’язково означає, що система має низьку продуктивність. Наприклад, мережі супутникового зв’язку мають широку смугу частот і високу продуктивність, але тривалий час чекання.

Важливим показником ефективності роботи системи є також коефіцієнт використання ресурсу, що показує, яка частина ресурсу витрачається на обслуговування запитів. Коефіцієнт розраховується у процентах або у долях одиниці від обсягу всього ресурсу пристрою чи обладнання. Для процесорів коефіцієнт використання можна визначити як відношення тривалості простою до тривалості роботи, для пам’яті – як відношення об’єму

пам’яті, що зайнята, до загального об’єму пам’яті (використання визначається як середнє арифметичне за фіксований проміжок часу).

Зрозуміло, що значення коефіцієнта використання ресурсу полягає у проміжку між нулем (повністю не використовується) та одиницею (завжди зайнятий). За цим показником можна визначати критичні параметри в системі або її граничні можливості. Деякі ресурси, наприклад пам’ять комп’ютера, завжди завантажені лише частково. У цьому випадку коефіцієнт використання визначається як середня частина зайнятого ресурсу за інтервал часу.

Інші показники функціонування комп’ютерних систем, що часто розраховуються під час моделювання, пов’язані з надійністю обладнання і характеризують середній проміжок часу між перебоями в його роботі, або з доступністю обладнання, яка визначає середній проміжок часу між невдалими спробами доступу до нього. Імітаційне моделювання часто застосовується для оцінювання надійності системи, тобто середнього проміжку часу між відмовами компонента системи або системи в цілому.

4.4.1. Моделювання процесу ремонту та заміни обладнання

Розглянемо задачу моделювання технологічного процесу ремонту та заміни обладнання. **Мета дослідження** – необхідно визначити найкращий варіант технологічного процесу ремонту та заміни обладнання для забезпечення мінімальної собівартості виробництва за R робочих днів. Зверніть увагу на те, що оцінки параметрів необхідно обчислити для стаціонарного режиму.

Постановка задачі. Розглянемо технологічний процес ремонту та заміни обладнання. Припустимо, що деяка виробнича дільниця має L верстатів, які працюють цілодобово (24 години на добу). Усього в технологічному процесі задіяно M верстатів, що більше або дорівнює L (причому L – власні верстати, а решту орендують для резерву). Будь-який з верстатів може вийти з ладу в будь-який час. Якщо верстат вийшов з ладу, його замінюють іншим, резервним, а зламаний направляють у майстерню для ремонту. Відремонтований верстат повертається вже як резервний.

Для ремонту верстатів у майстерні є три спеціалізовані дільниці. Технологічний цикл ремонту починається на дільниці діагностики, де визначаються причина виходу з ладу обладнання та необхідний вид ремонту. Ремонт виконується на механічних і електронних дільницях. Статистичні дані аналізу виходу верстатів з ладу свідчать, що у 75 % випадків ремонту потребує електронне обладнання верстатів, а у 25 % – механічне. Діагностикою зайнято m_1 робітників, ремонтом механічного обладнання – m_2, а ремонтом електронного – m_3 робітників.

Заробітна плата робітників у ремонтній майстерні – W гривень за годину, плата за орендовані верстати – S гривень за добу. Погодинний збиток під час використання L верстатів у виробництві становить Q гривень за верстат. Збитки виникають унаслідок зменшення обсягів виробництва.

Практичний досвід експлуатації показує, що тривалість діагностики становить $A_1 \pm B_1$ годин (закон розподілу тривалості діагностики – рівномірний), тривалість ремонту електронного обладнання верстата – $A_2 \pm B_2$ годин (розподіл рівномірний), а механічного – $A_3 \pm B_3$ годин (розподіл також рівномірний). Якщо верстат використовується у виробництві, час напрацювання на відмову має експоненціальний розподіл з параметром T годин. Час, витрачений на перевезення верстатів із цеха в майстерню та у зворотному напрямі, незначний, і його не враховують. Додатковою умовою, яка спрощує постановку задачі, є те, що всі робітники в майстерні, як і верстати, взаємозамінні.

Дані для моделювання наведені в табл. 4.1.

Таблиця 4.1

Дані для моделювання технологічного процесу ремонту та заміни обладнання

L	T	$A_1 \pm B_1$	$A_2 \pm B_2$	$A_3 \pm B_3$	H	W	S	Q
50	160	2 ± 1	30 ± 10	45 ± 5	360	7,75	650	120

Плата за оренду верстатів не залежить від того, використовують їх чи ні. Керівнику потрібно визначити, скільки робітників

має працювати в майстерні і скільки верстатів має бути орендовано, тобто скільки верстатів треба мати в резерві для заміни тих, що вийшли з ладу.

Пошук найкращого рішення. Мета дослідження – мінімізація вартості виробництва, що потребує визначення оптимального варіанта технологічного процесу ремонту та заміни обладнання. Для його пошуку необхідно виконати дії у такій послідовності:

1) розрахувати середній час ремонту верстатів R за допомогою методів операційного аналізу мереж СМО;

2) сформулювати гіпотезу щодо потенційного вузького місця системи і визначити його;

3) описати стратегію пошуку розв'язку завдання, визначити необхідну кількість орендованих верстатів і кількість ремонтників для проведення моделювання;

4) розробити програму проведення експериментів, попередньо визначивши кількість прогонів моделі для кожної комбінації «кількість робітників – кількість верстатів» із записом вартості витрат у файл результату;

5) використовуючи дисперсійний аналіз ANOVA, провести аналіз результатів моделювання і зробити висновки щодо найкращого варіанта технологічного процесу ремонту та заміни обладнання.

Для пошуку найкращих рішень скористаємося методом структурної оптимізації. Модель використовується для оцінки комбінації «кількість робітників – кількість орендованих верстатів», які мінімізували б щоденні середні витрати на виробництво.

Якщо кількість робітників фіксована, середні денні витрати будуть змінюватись залежно від кількості орендованих верстатів. Залежність витрат має вигляд увігнутої донизу кривої. Аналогічно за заданою кількістю орендованих верстатів крива впливу кількості найнятих робітників на денні витрати має той самий вигляд. Якщо зобразити графік у тримірному просторі «кількість орендованих верстатів – кількість робітників – денні витрати», можна припустити, що цей графік буде також увігнутим донизу і матиме одну точку мінімуму, яку можна знайти, перебираючи

комбінації «кількість найнятих робітників – кількість орендованих верстатів».

Розглянемо «ідеальну» систему, в якій верстат, що вийшов з ладу, відразу потрапляє на ремонтну дільницю. Знайдемо нижню оцінку кількості ремонтників, необхідних для проведення ремонту. Функціонування кожного верстата складається з двох фаз: фази роботи із середньою тривалістю T годин і фази ремонту із середньою тривалістю R годин.

Мінімальний середній час ремонту верстатів можна визначити за допомогою методів операційного аналізу, використовуючи коефіцієнти відвідування вузлів вимогами V_j, яка є моделлю майстерні (рис. 4.4), та середню тривалість R ремонту верстата на кожному робочому місці.

$$R = \Sigma V_j R_j = 1, 2, 3.$$

Тоді $V_1 = 1$; $V_2 = q_{12} = 0{,}25$; $V_3 = 0{,}75$.

Рис. 4.4. Мережа СМО для виробничої дільниці

Пропускна здатність майстерні визначається вузьким місцем, тобто дільницею, коефіцієнт завантаження якої U_j наближається до одиниці. Потенційне вузьке місце визначають за формулою:

$$V_d R_d = \max\{V_1 R_1, V_2 R_2, V_3 R_3\}.$$

Задача полягає у збалансуванні системи, тобто досягненні такого завантаження, щодо якого середній час ремонту буде приблизно однаковий, оскільки тривалість ремонту верстатів повністю визначається вузьким місцем. Це можна зробити шляхом збільшення кількості ремонтників на тих робочих місцях, для яких $i \neq i_0$, де i_0 – номер найменш завантаженого робочого місця, що визначається за формулою:

$$V_{i0}R_{i0} = \min\{V_1R_1, V_2R_2, V_3R_3\}.$$

З умови приблизної рівності середніх значень тривалості ремонту випливає приблизна рівність:

$$\frac{V_1R_1}{m_1} \approx \frac{V_2R}{m_2} \approx \frac{V_3R_3}{m_3},$$

де $m_{i0} = 1$, тобто кількість робітників на найменш завантаженому робочому місці приймається за одиницю.

Таким чином, пропускна здатність майстерні буде збалансованою, якщо коефіцієнти завантаження всіх робочих місць майстерні будуть приблизно однаковими. Тоді коефіцієнт завантаження всіх верстатів такої системи визначатиметься як:

$$U_0 = \frac{T}{T + R}.$$

Щоб виключити витрати внаслідок зниження обсягу виробництва, загальна кількість верстатів, яка обертається в системі, повинна бути:

$$M = \left[\frac{L}{U_0}\right],$$

де $[x]$ означає операцію округлення x до найближчого цілого з надлишком (ціла частина).

Припустимо, що кількість резервних верстатів у системі:

$$L_r = M - L.$$

Однак, беручи до уваги те, що час відмови і тривалість ремонту є випадковими величинами, деякі верстати, що вийшли з ладу, можуть простоювати у черзі, чекаючи ремонту. Таким чином, враховуючи заданий витратний критерій, необхідно орендувати більш ніж L_r верстатів.

Найкращу комбінацію «кількість орендованих верстатів – кількість робітників» можна знайти таким чином:

1) вважаємо, що елементи комбінації «кількість орендованих верстатів – кількість робітників» визначаються за допомогою попередніх виразів;

2) проводимо серію експериментів для всіх допустимих комбінацій «кількість орендованих верстатів – кількість робітників». Після кожного прогону моделі зберігаємо значення коефіцієнтів завантаження U_j (j = 0, 1, 2, 3) і значення витрат на виробництво в матриці результатів;

3) результати моделювання, отримані в серії прогонів після виконання команд ANOVA, заносимо в табл. 4.2. Близькість значення коефіцієнта завантаження верстатів U_0 до одиниці свідчить про те, що верстати швидко повертаються на виробничу дільницю, тобто не простоюють. Це дозволяє зробити висновок, що кількість відремонтованих і (або) орендованих верстатів є достатньою;

Таблиця 4.2

Результати моделювання виробничої системи

Комбінації	**Кількість ремонтників**	**Кількість верстатів L_r**	**Середні значення коефіцієнтів навантаження**	**Середнє значення вартості виробництва**
	m_1 m_2 m_3		U_0 U_1 U_2 U_3	

4) за результатами моделювання визначаємо вузьке місце системи. Висуваємо гіпотезу про збільшення кількості ремонтників у цьому вузлі (збільшення може перевищувати одиницю). Якщо ж вузьких місць немає, збільшується кількість верстатів L_r і для перевірки нової комбінації «кількість орендованих верстатів – кількість робітників» повернемося до пункту 2 цього алгоритму;

5) моделювання припиняємо, якщо під час зміни значень L_r, m_1, m_2, m_3 не зменшується середня вартість виробництва. Комбінація «кількість орендованих верстатів – кількість робітників»,

якій відповідає найменше середнє значення витрат на виробництво, є розв’язком задачі.

За цим алгоритмом не завжди доцільно повністю збалансовувати завантаження робочих місць, тому що заробітна плата ремонтників під час їхнього простою може бути незначною порівняно зі збитками виробництва.

За результатами дисперсійного аналізу ANOVA робимо висновок про значущість розходжень отриманих результатів, наводимо значення критерію Фішера для найкращого розв’язку, аналізуємо побудований довірчий інтервал.

Якщо отримано кілька значень, близьких до оптимального значення функції витрат на виробництво, і ця функція є спадною, необхідно збільшити кількість прогонів у серіях відповідних комбінацій «кількість орендованих верстатів – кількість робітників», а потім для них провести дисперсійний аналіз ANOVA. Наведений алгоритм можна реалізувати за допомогою системи GPSS World.

4.4.2. Моделювання виробничої дільниці

Розглянемо тепер задачу моделювання виробничої дільниці.

Метою моделювання роботи виробничої дільниці є визначення найкращих керуючих дій, запроваджуваних з метою вдосконалення технологічної дільниці за критерієм збільшення доходу, отриманого в результаті виконання робіт.

Процедуру ухвалення рішень розглянемо також на прикладі моделі виробничої дільниці із заданими маршрутами руху деталей (рис. 4.5). Цей приклад аналогічний прикладу, описаному в праці Т. Шрайбера, за винятком процедур ухвалення рішень і включення в технологічний процес конвеєра для передавання деталей між верстатами.

Виробнича дільниця обладнана чотирма верстатами: токарним, свердлильним, шліфувальним та фрезерним. На дільниці обробляються деталі чотирьох типів. Деталі кожного типу потребують обробки на верстатах відповідного типу в певній послідовності, яка задається маршрутною картою.

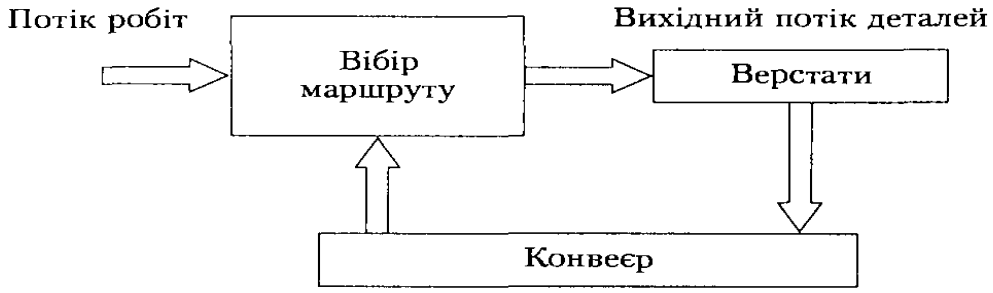


Рис. 4.5. Структурна схема концептуальної моделі

Кількість етапів обробки, послідовність проходження деталей технологічним маршрутом та середній час обробки деталей усіх типів наведено в маршрутній карті проходження деталей дільницею (табл. 4.3). Верстати в маршрутній карті вказані в порядку виконання технологічних операцій.

Таблиця 4.3

Технологічна карта процесу виготовлення деталей

Тип деталі	Кількість етапів обробки	Послідовність проходження деталей через верстати	Час обробки, хв
1	6	Токарний Фрезерний Свердлильний Шліфувальний Свердлильний Токарний	8,8 12,0 12,0 13,0 10,5 11,5
2	4	Фрезерний Шліфувальний Фрезерний Свердлильний	20,0 14,0 14,5 16,0
3	5	Токарний Свердлильний Фрезерний Токарний Шліфувальний	17,6 19,0 14,0 11,6 30,0
4	4	Свердлильний Токарний Фрезерний Шліфувальний	19,0 16,8 13,0 19,0

Час надходження деталей на дільницю має розподіл Пуассона із середнім значенням 24 деталі за 8 годин роботи дільниці. Поява будь-якого типу роботи рівноймовірна та не залежить від робіт інших типів.

Характеристики технологічного процесу виготовлення однієї деталі кожного типу й отриманий прибуток наведено в табл. 4.4.

Таблиця 4.4

Характеристики виготовлення деталей

Тип деталі	Прибуток, грн	Собівартість, грн	Допустимий час виготовлення, хв	Штраф за затримку виготовлення понад допустимий термін, грн
1	1 550	350	1 890	80
2	1 850	420	1 600	120
3	1 350	280	2 300	160
4	1 450	315	1 400	100

Пошук найкращого рішення

Процедура визначення найкращих рішень щодо керування технологічною дільницею та її удосконалення є ітераційною і полягає у внесенні змін у технологію обробки деталей на дільниці. З цією метою всі роботи можна поділити на такі етапи:

♦ виявлення причин зниження продуктивності роботи дільниці та зменшення прибутку від виконаних робіт;

♦ висунення гіпотез і попередній аналіз їхньої правильності;

♦ перевірка гіпотез і порівняння отриманих результатів;

♦ видача рекомендацій щодо вдосконалення технологічної дільниці.

Порядок роботи з імітаційною моделлю такий:

♦ здійснення пробного прогону моделі та усунення помилок, якщо вони є (під час пробного прогону бажано зменшити час моделювання);

♦ виконання повного прогону моделі;

♦ аналіз результатів прогону та висунення гіпотези щодо вдосконалення технологічної дільниці.

Пропонуються такі робочі гіпотези.

Гіпотеза А. Перехід на більш продуктивні режими роботи устаткування (зменшення тривалості виконання робіт на верстатах). Такі зміни швидкісних режимів можуть призвести до зниження якості продукції, що, в свою чергу, зменшить прибуток, але він може зрости у разі збільшення загальної продуктивності роботи дільниці та скорочення незавершеного виробництва наприкінці робочого дня. Крім того, можуть зменшитися штрафи, що накладаються через недотримання допустимих термінів виготовлення деталей, а завдяки переходу верстатів на швидкісний режим швидкість їхньої роботи можна збільшити на 20 %. Вихідні дані для перевірки гіпотези А – можливі зміни швидкостей роботи верстатів та величини прибутку – наведено в табл. 4.5.

Таблиця 4.5

Дані для перевірки гіпотези А

Збільшення швидкості обробки під час застосування різної кількості верстатів	Зменшення вартості деталей за типами, %			
	Тип 1	Тип 2	Тип 3	Тип 4
1	1,5	1,2	2,8	2,0
2	2,5	1,5	3,0	2,8
3	3,0	2,0	3,5	3,2
4	3,5	2,8	3,8	3,6

Гіпотеза В. Збільшення кількості однотипних верстатів на дільниці. Такі зміни приводять до тих самих наслідків, що й для гіпотези А, однак у цьому разі якість виготовлених деталей не погіршиться. Водночас зменшиться прибуток через амортизаційні відрахування на нові верстати (табл. 4.6).

Таблиця 4.6

Дані для перевірки гіпотези В

Кількість однотипних верстатів	Збільшення собівартості деталей, виготовлених на верстаті типу, %			
	Свердлильний	Токарний	Фрезерний	Шліфувальний
2	5	8	7	10
3	10	16	14	20
4	15	24	21	30

Гіпотеза С. Зменшення сумарного штрафу. Якщо впорядкувати роботи за зменшенням відношення штрафу, що накладається через затримку виготовлення деталей понад допустимий термін, до часу обробки, то зменшиться сумарний штраф на дільниці. Для реалізації цієї гіпотези необхідно задати пріоритети обробки деталей відповідно до наведеного відношення.

Гіпотези А, В, С можна використовувати одночасно.

За допомогою імітаційної моделі необхідно перевірити гіпотези, обрати найкращий варіант удосконалення роботи технологічної дільниці, описавши стратегію вибору цього варіанта, та обчислити прибуток.

За один прогін моделі неможливо визначити оптимальну структуру виробничої дільниці. Ця процедура неминуче виявляється ітеративною і вимагає утворення множини гіпотез та їхньої перевірки. Для кожної гіпотези варто провести кілька прогонів моделі, щоб одержати результати з потрібною точністю.

Перед проведенням експериментів множину гіпотез упорядковують за значенням збільшення матеріальних витрат на впровадження гіпотези. Для цього прикладу упорядкований список гіпотез такий: визначення початкової структури дільниці; введення нового режиму роботи устаткування; встановлення пріоритетів у чергах до верстатів усіх типів; встановлення пріоритетів і нового режиму роботи; введення нових додаткових верстатів. Найкращу гіпотезу потрібно вибирати з урахуванням того, що завантаженість устаткування не повинна перевищувати критичне значення – 87 %.

Якщо коефіцієнти завантаження верстатів перевищують критичне значення, потрібно встановити додаткові верстати цього типу. Завантаження введених верстатів на 60–70 % є умовою швидкої окупності.

Результат виконання цієї задачі свідчить, що найкращою є гіпотеза переходу на новий режим роботи устаткування виробничої дільниці та визначення пріоритетів під час обробки деталей на верстатах. На рис. 4.6 зображено графіки зміни прибутку для початкової структури дільниці та для поліпшеної структури у разі моделювання роботи дільниці впродовж 11 днів.

Під час порівняння альтернативних варіантів побудови модельованої системи виникає питання щодо надійності та однозначності отриманих результатів.

Установлено, що в цьому випадку варто дотримуватись таких вимог:

♦ порівнювати альтернативні варіанти потрібно за однаковими зовнішніми умовами, тобто в разі наявності однакових вхідних змінних і послідовностей потоків випадкових чисел;

♦ усі фактори, що впливають на критерій F, крім тих, які характеризують обидва варіанти (А і 2), необхідно змінювати так, щоб їх вплив на різницю ($F_1 - F_2$) був мінімальний.

Рис. 4.6. Графіки зміни прибутку

4.5. Моделювання в хімії

Хімія – наука експериментальна. Усі результати досліджень будови і реакцій речовин повинні перевірятися на досвіді з подальшими рекомендаціями до практичного використання. Моделювання властивостей і реакційної здатності хімічних сполук – складова частина загальної стратегії досліджень, роль якої стає все більш активною. Основні причини досягнень у цьому напрямі визначаються успіхами розвитку теоретичних уявлень про будову речовин і фантастичними досягненнями комп'ютерних технологій.

Маючи на увазі використання комп'ютерів у хімії, можна виділити такі напрями моделювання властивостей та динаміки молекул, результати якого досягають рівня точності, порівнянного з точністю сучасного експерименту. Перш за все це розрахунки будови та спектрів окремих молекул і міжмолекулярних комплексів методами квантової хімії і теоретичної молекулярної спектроскопії. Нині можна робити досить надійні передбачення для молекулярних систем з кількістю атомів до 100 і навіть більше.

4.5.1. Квантова хімія

Серед найважливіших досягнень квантово-хімічних розрахунків властивостей молекулярних систем виділимо можливість побудови поверхонь потенційної енергії. Для задач структурної хімії, як правило, досить обмежитися аналізом основного електронного стану, для моделювання хімічної кінетики часто необхідна також інформація про потенційні поверхні збуджених електронних станів. Отримувані з подібних розрахунків потенціали взаємодії хімічних частинок потрібні для таких важливих прийомів моделювання в хімії, як методи молекулярної механіки, молекулярної динаміки та Монте-Карло. Кількість атомів у системі, властивості якої моделюють подібним чином за допомогою суперкомп'ютерів, досягає гігантських величин – уже йдеться про мільйони частинок. Розвиток чисельних методів розв'язання рівнянь теорії багатьох частинок дозволяє моделювати і прогнозувати властивості твердих тіл, рідин, розчинів, розраховувати характеристики процесів на поверхнях, оцінювати параметри молекулярних систем, впроваджених у порожнині каркасних сполук, інертні чи реакційні матриці, здійснювати моделювання в матеріалознавстві.

Перехід від будови до реакційної динаміки молекул, тобто до моделювання елементарних хімічних реакцій, дається з великими труднощами навіть для невеликої кількості атомів у системі. Чисельне рішення квантово-механічних рівнянь, що описують зіткнення молекул, що супроводжуються перерозподілом складових їх частинок, тобто хімічні реакції, досі ще можливо лише для

найпростіших процесів, наприклад для взаємодії атомів з двохатомними молекулами. Істотно більшого успіху досягаються на шляху застосування напівкласичного наближення, згідно з яким ядра йдуть уздовж класичних траєкторій, що визначаються заданою поверхнею (або поверхнями) потенційної енергії всієї системи.

У квантовій хімії модель молекули – це сукупність ядер і електронів, що підкоряється законам квантової механіки. У молекулярній механіці та сама молекула розглядається як сукупність атомів, взаємодія яких задається, як правило, за допомогою емпіричних потенціалів тощо. Успіх чи невдача комп'ютерного експерименту визначаються не тільки і не стільки технічними можливостями комп'ютера й ефективністю алгоритму, скільки розумністю моделі, що полягає в основі розрахункової схеми.

У розумності моделі молекули, використовуваної для квантово-хімічних побудов, згідно з якою аналізу підлягає система ядер та електронів і її поведінка описується рівняннями квантової теорії, сумнівів немає. Уся сукупність експериментальних даних, отриманих різними методами, не повинна суперечити цій моделі. Труднощі отримання хімічно значущих результатів на її основі пов'язані з тим, що вона занадто загальна і всеосяжна, так що чисельне рішення рівнянь являє собою досить складну задачу. Доводиться робити чималу кількість кроків на шляху створення практичних алгоритмів розрахунків властивостей молекул, міжмолекулярних комплексів і твердих тіл.

4.5.2. Поверхні потенційної енергії

Побудова поверхонь потенційної енергії являє собою найважливішу складову частину комп'ютерного експерименту в хімії, оскільки інформація, що міститься в детальній картині цих поверхонь для молекулярної системи, воістину коштує тих серйозних витрат, які неминучі навіть із застосуванням потужної обчислювальної техніки (може йтися про тижні і місяці роботи сучасних робочих станцій або суперкомп'ютерів).

Перш за все на поверхнях потенційної енергії знаходять стаціонарні точки, тобто координати мінімумів, максимумів, сідлових точок. Для того щоб можна було свідчити про існування

стабільної молекули або молекулярного комплексу, на потенційній поверхні основного електронного стану повинен бути мінімум, енергія якого менше енергії будь-якої сукупності фрагментів, на які можна розбити молекулу. Якщо цих мінімумів декілька, то для молекули можливо декілька ізомерів. Координати ядер, що відповідають точкам мінімумів, визначають рівноважні геометричні конфігурації, а енергії щодо відповідних меж дисоціації на складові частини – енергії зв'язку хімічної системи. Знання положень і енергій сідлових точок необхідно для оцінок енергій активації під час розгляду елементарних хімічних реакцій. Наявність мінімумів з енергією вище межі дисоціації вказує на можливість утворення інтермедіатів у системі реагуючих молекул. Розраховуючи різниці електронних енергій різних електронних станів для тих геометричних конфігурацій ядер, які відповідають точкам мінімумів, можна інтерпретувати або передбачати електронні спектри молекул.

Після апроксимації фрагментів потенційних поверхонь в околах точок мінімумів можна переходити до розгляду рухів систем ядер молекули і прогнозувати або інтерпретувати коливально-обертальні спектри. Знаючи набір електронно-коливально-обертальних енергій молекули, можна за допомогою формул статистичної термодинаміки обчислювати будь-які термодинамічні функції цієї речовини. Якщо розглядається молекулярна система, в якій можливий перерозподіл часток, тобто хімічна реакція, то розраховується перетин потенційної поверхні уздовж шляху найменшої енергії, що пов'язує реагенти і продукти, і потім оцінюється константа швидкості елементарної хімічної реакції. Описана програма дій реалізує схему розрахунків властивостей речовин без залучення будь-яких емпіричних даних. При цьому результатом моделювання, яке немислиме без комп'ютерів, є теоретичний прогноз. Природно, на будь-якому проміжному етапі цієї схеми можна (а насправді і потрібно) залучати доступну експериментальну інформацію і вносити в комп'ютерне моделювання емпіричні елементи: у разі правильно сформульованої задачі цінність прогнозів не зменшується, а стає більш надійною.

Уже створені комплекси програм, що працюють і на суперкомп'ютерах, і на робочих станціях, і на персональних комп'ютерах типу «Pentium», за допомогою яких розрахунки поверхонь потенційної енергії стають рутинною операцією. Розрахунки геометричної будови і коливальних спектрів молекул активно проводяться експериментаторами, підтверджуючи результати вимірювань квантово-хімічним моделюванням.

4.5.3. Молекулярна механіка

Молекулярна механіка являє собою сукупність методів апріорного визначення геометричної будови й енергії молекул на основі моделі, в якій (на відміну від методів квантової хімії) електрони системи явно не розглядаються. Поверхня потенційної енергії, яка у квантово-хімічних моделях підлягає прямому розрахунку, тут апроксимується певними емпіричними функціями різного ступеня складності, що являють собою, наприклад, суми парних потенціалів взаємодії атомів. Ці потенційні функції, що визначають так зване силове поле молекули, містять деякі параметри, чисельне значення яких обирається оптимальним чином так, щоб отримати згоду розрахованих і експериментальних характеристик молекули. У найпростішому випадку параметрами є рівноважні меж'ядерні відстані (довжини зв'язків) і валентні кути, а також силові постійні, тобто коефіцієнти жорсткості пружних сил, що пов'язують пари атомів. Метод заснований на припущенні можливості перенесення цих параметрів з однієї молекули в іншу, так що чисельні значення параметрів, підібрані для деяких простих молекул, використовуються далі під час прогнозування властивостей інших більш складних сполучень.

Найпростіші моделі молекулярної механіки враховують розтягування зв'язків, деформацію валентних і двогранних (торсіонних) кутів, взаємодію валентно незв'язаних атомів, званою також ван дер Ваальсовою взаємодією, електростатичні вклади тощо.

Сума всіх внесків визначає енергію U молекули як функцію геометричної конфігурації ядер, і для знаходження рівноважної геометричної конфігурації досліджуваної молекули необхідно визначити мінімум U за допомогою комп'ютерної програми пошуку

стаціонарних точок на багатовимірних потенційних поверхнях. Таким чином, практичні дії дослідника найчастіше зводяться лише до задачі стартової геометрії і викликом програми оптимізації геометричних параметрів з умови мінімуму енергії. На видачі проглядається отримана структура і, якщо необхідно, аналізується енергія та її складові.

Важко переоцінити роль молекулярної механіки в сучасній хімічній практиці. Оскільки всі обчислювальні проблеми належать лише до добре розроблених процедур мінімізації, навіть на досить малопотужних персональних комп'ютерах можна аналізувати будову великих багатоатомних молекул за розумний час. Можливість побачити структуру молекули на екрані комп'ютера, розглянути її з різних боків, перевірити припущення, що виникають, про стеричні труднощі тощо, надає неоціненну допомогу в роботі. Молекулярна механіка відіграє роль молекулярного конструктора: для первинної оцінки будови молекули, що цікавить нас, найчастіше простіше зібрати молекулу на комп'ютері, ніж витрачати час на пошук необхідної інформації в довідковій літературі. За розрахунками молекулярної структури на більш високому рівні методами квантової хімії корисно використовувати координати ядер молекули, знайдені за допомогою молекулярної механіки як початкове наближення. Для багатьох задач, наприклад для конформаційного аналізу, рівень моделювання методами молекулярної механіки виявляється цілком достатнім для якісних і навіть кількісних висновків.

Проте простота отримання результатів іноді призводить до спокуси використовувати цю методику і тоді, коли вона є неприйнятною. У кожному конкретному випадку необхідно цікавитися, для яких класів з'єднань параметризована та версія програми, яку передбачається застосовувати під час моделювання властивостей нового сполучення. Особливо обережно варто ставитися до оцінок енергій, хоча і для геометричних конфігурацій можливі грубі помилки.

У процесі моделювання методами молекулярної динаміки або Монте-Карло властивість системи великої кількості молекул, що цікавить нас, обчислюється через статистичні середні за

положеннями і рухами молекул. Як і в методах молекулярної механіки, тут також необхідно перерахувати всі частинки системи і задати потенціали міжчасткових взаємодій. Однак на відміну від молекулярної механіки в цих підходах сфери завдання міжчасткових потенціалів взаємодії мають бути досить протяжними, і вони не повинні обмежуватися малими зсувами від положень рівноваги. Це накладає істотно вищі вимоги на способи розрахунку потенціалів.

Практично завжди рівняння, що пов'язують молекулярні параметри і властивості речовини, тобто макроскопічні властивості, розв'язуються чисельно, а ефективність рішення істотно залежить від потужності використовуваних комп'ютерів. Відомі схеми двох методик: Монте-Карло та молекулярної динаміки, що застосовуються в комп'ютерних експериментах. В обох випадках задаються кількість молекул N, обсяг V, доступний для руху молекул, накладаються певні граничні умови, пропонується потенціал міжмолекулярної взаємодії U. У методі Монте-Карло зазвичай незалежними змінними, що вони бережуть постійні значення під час моделювання, вибираються N, V і температура T. Молекули рухаються випадковим чином відповідно до приписів генератора випадкових чисел, і кожне нове розташування або приймається, або відкидається з імовірністю, визначеною згідно із законом $P = U/kT$, де k – константа Больцмана. Після досить великої кількості кроків і подальшого усереднення можна отримати оцінки рівноважних властивостей системи. У процесі моделювання в рамках молекулярної динаміки положення $r(t)$ і швидкості $v(t)$ кожної частки в момент часу t визначаються як рішення системи рівнянь класичної механіки (рівнянь Ньютона) або рівнянь, в яких до сил F, що задається потенціалом U, додаються так звані випадкові сили. Макроскопічні властивості розраховуються під час усереднення за положеннями і швидкостями молекул.

Як уже зазначалося, кількість частинок у разі моделювання методами Монте-Карло та молекулярної динаміки за допомогою сучасних суперкомп'ютерів може досягати значних величин. Навіть без суперкомп'ютерів досить типові чисельні експерименти для значень N порядку десятків і сотень тисяч. Приклади

успішного застосування методів Монте-Карло та молекулярної динаміки для моделювання рівноважних складів сумішей за постійним тиском, фазовими рівновагами, адсорбцією на поверхні твердих тіл, властивостей рідин у мікропорах тощо досить численні. Цими ж методами вирішуються задачі пошуку стійких конформацій (поворотних ізомерів) полімерних молекул, надзвичайно важливі для біохімічних додатків.

Якщо розглянути досить послідовну квантову модель на прикладі бімолекулярної реакції, то під час усереднення за квантовими станами реагентів і продуктів можна оцінити макроскопічну константу швидкості відповідної газофазної хімічної реакції як функцію температури.

Повне здійснення цієї програми в конкретних додатках досить важке, навіть якщо з попередніх квантово-хімічних розрахунків відома поверхня потенційної енергії. Найскладнішою стадією є чисельне рішення рівнянь квантової теорії зіткнень з урахуванням перерозподілу часток, тобто якраз найбільш важлива для хімії стадія. Навіть з використанням суперкомп'ютерів отримані донині результати належать до хрестоматійних прикладів типу $D + H_2HD + H$ або $O + H_2OH + H$. Варто, однак, підкреслити виняткову важливість наукових досліджень у цьому напрямі, оскільки вони формують каркас загальної теорії, з якою порівнюються простіші моделі. Крім того, сучасні експериментальні методи дослідження динаміки молекул дозволяють виміряти парціальні константи швидкості і безпосередньо зіставити експериментальні та теоретичні результати.

Простіші, а тому і більш практичні способи обчислення констант швидкості хімічних реакцій отримують зазвичай за певними спрощеннями повної квантової моделі. Так, починаючи з 50-х років XX ст. проводяться комп'ютерні розрахунки швидкостей реакцій методом класичних траєкторій. У цьому методі, як і раніше, передбачається поділ електронної та ядерної підсистем, але в цьому додатку необхідне знання поверхонь потенційної енергії для досить широких інтервалів між'ядерних відстаней. Для розрахунку рухів ядер, сумісних з цією потенційною поверхнею, вирішують рівняння класичної механіки, а оцінки констант

швидкості отримують під час зіставлення кількості траєкторій, що призводять до реакції, з вихідною кількістю траєкторій у процесі статистичного завдання початкових умов.

Послідовні стадії обчислень здійснюються методом класичних траєкторій. Реалізація подібної схеми на сучасних комп'ютерах дозволяє обчислювати константи швидкості реакцій з істотно більшою кількістю атомів, ніж за повністю квантовим описом.

4.6. Моделювання в біології

Комп'ютери в сучасності стали звичними для людської діяльності: у фінансовій сфері, в бізнесі, промисловості, освіті, сфері дозвілля. Завдяки комп'ютерам західній цивілізації вдалося істотно просунутися в багатьох напрямах.

Під час моделювання, вибору і формулювання моделі визначальними обставинами є об'єкт, мета і метод (засоби) моделювання.

У нашому курсі об'єктами моделювання будуть біологічні процеси різного рівня організації.

Методами моделювання слугують методи динамічної теорії систем. Засоби – диференціальні і різницеві рівняння, методи якісної теорії диференціальних рівнянь, комп'ютерна симуляція.

4.6.1. Загальні приклади

Для початку наведемо декілька прикладів моделей та моделювання.

Приклад 4.5. Ось об'єкт розгляду – портрет дами. Нехай хтось замовляє художнику написати портрет коханої жінки. Розглянемо на цьому прикладі об'єкт, метод (засоби) і мету моделювання.

Об'єктом моделювання є жінка.

Метод (засоби) – фарби, пензлі, полотно. Емаль, якщо портрет буде зроблений на медальйоні, як це було прийнято в минулих століттях. Фотоапарат і плівка. Рекламний щит, якщо хтось хоче,

щоб його даму бачили всі, хто проїжджає жвавою магістраллю. Обкладинка журналу або екран телевізора. Нарешті, сам художник, фотограф або рекламне агентство в особі своїх дизайнерів.

Мета. Під час моделювання метою, як правило, є маніпуляція з простором і часом. Зберегти вигляд дами в часі. Повісити портрет у вітальні або медальйон із зображенням улюбленої – на шию, як це робили в старовину, щоб нащадки захоплювалися красою дами і своїм пращуром, якому вдалося сфотографувати таку красу.

Інша мета – відтворення зображення (моделі) об'єкта з метою зробити модель доступною деякому колу людей. Або багаторазово тиражувати, якщо хтось хоче, щоб образ дами побачили мільйони.

Приклад 4.6. Помістивши літак в аеродинамічну трубу і досліджуючи його в різних повітряних потоках, вирішуємо задачу взаємодії системи із зовнішнім середовищем. Це ще одна досить важлива мета моделювання. При цьому в корпусі літака не обов'язково повинні міститися крісла і тим паче стюардеси. Які з властивостей об'єкта необхідно врахувати, а які можна опустити, ступінь подробиці відтворення моделлю об'єкта визначається тими питаннями, на які хочуть відповісти за допомогою моделі.

Приклад 4.7. Акваріум є прикладом фізичного моделювання. В акваріумі можна моделювати водну екосистему – річкову, озерну, морську, заселити її деякими видами фіто- і зоопланктону, рибами, підтримувати певний склад води, температуру навіть течії і чітко контролювати умови експерименту. Які компоненти природної системи будуть відтворені і з якою точністю, залежить від мети моделювання.

Приклад 4.8. Виділені з листя хлоропласти, на яких часто вивчають процеси, що відбуваються в живій системі, в цьому сенсі фрагмент є моделлю живої системи. Виділення більш простої системи дозволяє досліджувати механізми процесів на молекулярному рівні. При цьому виключається регуляція з боку більш

високих рівнів організації, в цьому випадку з боку рослинної клітини, листа, нарешті, всієї рослини. У більшості випадків спостерігати процеси на молекулярному рівні в нативній (непорушеній) системі не є можливим. Зазначають, що вивчені на виділеному хлоропласті первинні процеси фотосинтезу є моделлю первинних процесів фотосинтезу на живому аркуші. На жаль, цей метод фрагментування призводить до того, що «...живий килим життя розпускається за ниточками, кожна ниточка досконально вивчається, але чарівний малюнок життя виявляється втраченим» (лауреат Нобелівської премії з біохімії Л. Поллинг).

Приклад 4.9. Ще «більш модельним» прикладом є вивчення процесів іонного трансмембранного перенесення на штучній бішаровій ліпідній мембрані. Зрозуміло, що в реальних біологічних об'єктах мембрани частіше за все не бішаровими, а багатошаровими містять вбудовані білки та інші компоненти, поверхня їх не є плоскою і володіє безліччю інших індивідуальних особливостей. Однак щоб вивчити закони виникнення пор, через які іон проходить крізь мембрану всередину клітини або органели, необхідно створити «чисту», «модельну» систему, яку можна вивчати експериментально і для якої використовувати добре розроблений наукою фізичний опис.

Приклад 4.10. Популяція дрозофіли є класичним об'єктом моделювання мікроеволюційних процесів і прикладом виключно вдало знайденої моделі. Ще більш зручною моделлю є віруси, які можна розмножувати в пробірці. Хоча не зовсім зрозуміло, чи справедливі еволюційні закономірності, встановлені на віруси, для законів еволюції вищих тварин. Гарною моделлю мікроеволюційних процесів є також мікробні популяції в проточному культиваторі.

З наведених прикладів видно, що будь-яка фізична модель володіє конкретними властивостями фізичного об'єкта. У цьому її переваги, але і її обмеження.

Комп'ютерні моделі містять «знання» про об'єкт у вигляді математичних формул, таблиць, графіків, баз даних і знань. Вони

дозволяють вивчати поведінку системи у процесі зміни внутрішніх характеристик і зовнішніх умов, програвати сценарії, вирішувати задачі оптимізації. Однак кожна комп'ютерна реалізація відповідає конкретним, заданим параметрам системи. Найбільш загальними й абстрактними є математичні моделі.

Математичні моделі описують клас процесів або явищ, які володіють подібними властивостями, або є ізоморфними. Наука кінця XX століття синергетика показала, що подібними рівняннями описуються процеси самоорганізації різної природи: від виникнення скупчень галактик до утворення плям планктону в океані.

Якщо вдається сформулювати «хорошу» математичну модель, для її дослідження можна застосувати весь арсенал науки, накопичений за тисячоліття. Недарма багато класики незалежно висловлювали одну і ту саму мудру думку: «Сфера знання стає наукою, коли вона висловлює свої закони у вигляді математичних співвідношень».

З цієї точки зору найбільш «науковою» є наука фізика. Вона використовує математику як свою природну мову. Усі фізичні закони виражаються у вигляді математичних формул або рівнянь.

У хімію математика дійшла в тридцяті роки XX століття разом з хімічною кінетикою і фізичної хімією. Нині книги з хімії, особливо з хімічної кінетики, фізичної хімії, квантової хімії, рясніють математичними символами і рівняннями.

Чим складнішими є об'єкти і процеси, якими займається наука, тим важче знайти математичні абстракції, які підходять для опису цих об'єктів і процесів. У біологію, геологію та інші «описові науки» математика дійшла по-справжньому лише в другій половині XX століття.

4.6.2. Вступ до біологічних моделей

Перші спроби математично описати біологічні процеси належать до моделей популяційної динаміки. Ця сфера математичної біології і надалі слугувала математичним полігоном, на якому «відпрацьовувалися» математичні моделі в різних сферах біології.

У тому числі моделі еволюції, мікробіології, імунології та інших сфер, пов'язаних з клітинними популяціями.

Найперша відома модель, сформульована в біологічній постановці, – це знаменитий ряд Фібоначчі, який приводить у своїй праці Леонардо з Пізи в XIII столітті. Це ряд чисел, що описує кількість пар кроликів, які народжуються щомісяця, якщо кролики починають розмножуватися з другого місяця і щомісяця дають потомство у вигляді пари кроликів. Ряд являє собою послідовність чисел:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \ldots$$

за формулою $F(n) = F(n-1) + F(n-2)$, $n_1 = 1$, $n_2 = 1$.

Наступна відома історії модель – модель Мальтуса (1798) описує розмноження популяції зі швидкістю, пропорційною її чисельності. У дискретному вигляді цей закон є геометричною прогресією:

$$N_{t+1} = qN_t \text{ або } N_t = q^t N_0.$$

Цей закон, записаний у вигляді диференціального рівняння, являє собою модель експоненціального зростання популяції і добре описує зростання клітинних популяцій у відсутності будь-якого обмеження:

$$\frac{dx}{dt} = rx,$$

де r – коефіцієнт, аналогічний коефіцієнту q в дискретній моделі – константа власної швидкості зростання популяції, що відображає її генетичний потенціал.

На цих найпростіших моделях видно, наскільки примітивні математичні моделі порівняно з біологічними об'єктами, кожен з яких, наприклад, популяція – це сукупність складно організованих індивідуальних особин – організмів. У свою чергу, кожен організм складається з органів, тканин і клітин, здійснює процеси метаболізму, рухається, народжується, зростає, розмножується, старіє і вмирає. І кожна жива клітина – складна гетерогенна система, обсяг якої розмежований мембранами і містить субклітинні органели тощо аж до біомакромолекул, амінокислот і поліпептидів. На всіх рівнях живої матерії зустрічається складна просторово-

часова організація, гетерогенність, індивідуальність, рухливість, потоки маси, енергії та інформації.

Зрозуміло, що для таких систем будь-яка математика дає лише грубий спрощений опис. Справа істотно просунулася з використанням комп'ютерів, які дозволяють імітувати досить складні системи, однак і тут, як правило, йдеться саме про моделі, тобто про деякі ідеальні копії живих систем, що відображають лише деякі їхні властивості, причому схематично.

Нині біологічні журнали рясніють математичними формулами і результатами комп'ютерних симуляцій. Є спеціальні журнали, присвячені роботам у сфері математичних моделей: Theoretical Biology; Biosystems; Mathematical Ecology, Mathematical biology, Biological systems etc.

В основному моделі є інструментом вивчення конкретних систем, і роботи з моделювання друкують у журналах, присвячених тій сфері біології, до якої належить об'єкт моделювання. Це означає, що модель повинна бути цікава, корисна і зрозуміла фахівцям-біологам. Водночас вона має бути природно професійно зроблена з точки зору математики.

Найбільш успішні моделі зроблені у співдружності фахівців математиків або фізиків і біологів, які добре знають об'єкт моделювання. При цьому найбільш важка частина спільної роботи – це формалізація знань про об'єкт (як правило, у вигляді схеми) мовою, яка може потім бути переформульована в математичну або комп'ютерну модель.

Серед математичних моделей біологічних систем популярними є регресійні моделі.

Регресійні залежності – це формули, що описують зв'язок різних характеристик системи, не претендуючи на фізичний або біологічний сенс цих залежностей. Для побудови регресійної моделі досить статистично достовірних спостережених кореляцій між змінними або параметрами системи.

Приклад 4.11. Залежність між кількістю виробників хамси *S* і кількістю молоді від кожного нересту виробника в Азовському

морі (використовується у великій імітаційній моделі динаміки рибного стада Азовського моря, Горстко, 1985):

$$S = 4.95/x^2 + 27.78/x - 0.078,$$

де S – кількість сеголіток (штуки) на кожну особу для нересту;

x – кількість виробників хамси, що зайшли навесні з Чорного моря в Азовське (млрд штук);

s – середньоквадратичне відхилення.

4.6.3. Молекулярна динаміка

Основні принципи побудови моделей і результати молекулярної динаміки представлені на сайті www.biophys.ru/ Інформаційна система. Російська біофізика. Біофізична освіта.

Упродовж усієї історії західної науки стояло питання про те, чи можна, знаючи координати всіх атомів і закони їхньої взаємодії, описати всі процеси, що відбуваються у Всесвіті. Питання не знайшло своєї однозначної відповіді. Квантова механіка затвердила поняття невизначеності на мікрорівні. Відомо, що існування квазістохастичних типів поведінки в детермінованих системах робить практично неможливим передбачення поведінки деяких детермінованих систем і на макрорівні.

Наслідком першого питання є друге: питання «зведення». Чи можна, знаючи закони фізики, тобто закони руху всіх атомів, що входять до складу біологічних систем, і закони їхньої взаємодії, описати поведінку живих систем. В принципі, на це питання можна відповісти за допомогою імітаційної моделі, в яку закладені координати і швидкості руху всіх атомів будь-якої живої системи і закони їхньої взаємодії. Для будь-якої живої системи така модель повинна містити величезну кількість змінних і параметрів і практично нездійсненна, але спроби моделювати за допомогою такого підходу функціонування елементів живих систем біомакромолекул здійснюються, починаючи із 70-х років XX ст.

«Молекулярна динаміка» – напрям науки, що досить швидко й активно розвивається. Функціональні властивості білків, у тому числі їхня ферментативна активність, визначаються їхньою здатністю до конформаційних перебудов. Внутрішні рухи атомів і атомних груп глобулярних білків відбуваються з характерним

часом близько 10^{-13} – 10^{-15} з амплітудою порядку 0,02 нм. Істотні зміни конформації, наприклад відкриття «кишені» реакційного центру для створення фермент-субстратного комплексу, вимагає колективних узгоджених рухів, характерні часи яких на багато порядків більше, а амплітуди становлять десятки ангстрем. Простежити, яким чином фізичні взаємодії окремих атомів реалізуються у вигляді макроскопічних конформаційних рухів, стало можливим завдяки методам молекулярної динаміки.

Початкові координати і швидкості частинок задаються з урахуванням даних рентгенівської спектроскопії і ядерного магнітного резонансу. Значення параметрів атом-атомних взаємодій визначаються емпірично з умови максимальної відповідності розрахованих за потенціалом і експериментально виміряних спектральних, термодинамічних і структурних характеристик низькомолекулярних компонент біологічних макромолекул.

На екрані комп'ютера можна спостерігати траєкторії окремих атомів і внутрішню рухливість макромолекули.

Перші обчислювальні експерименти для білкової молекули інгібітора трипсину панкреатичної залози були проведені за методом молекулярної динаміки 1977 р. Дж. А. Мак-Кемоном із співробітниками. Молекула складається з 58 амінокислотних залишків і містить 454 важких атоми, в структуру також включали чотири внутрішніх молекули води, локалізовані згідно з кристалографічними даними. Вдалося відтворити основний елемент вторинної структури білка – антипаралельну скручену *b*-структуру, а також короткий *a*-спіральний сегмент.

В останні роки виконано розрахунки молекулярної динаміки сотень білків, серед них міоглобіну, лізоциму, ретиналь пов'язуючого білка, моделювали також перенесення електрона в білкових комплексах. У розрахунках спостерігалася значна рухливість сфери білок-білкового контакту, в тому числі переміщення ароматичної групи білка у сферу контакту за часів 100 пс. Результати молекулярної динаміки підтверджують роль флуктуацій в електронно-конформаційних взаємодіях, які супроводжують процеси транспорту електронів, міграції та трансформації енергії, ферментативного каталізу.

4.6.4. Моделі глобальної динаміки

Моделі водних екосистем. Водне середовище набагато більш однорідне, ніж сухопутні біогеоценози, імітаційні моделі водних систем успішно створюються, починаючи із 70-х років XX століття. Опис обмінних процесів у водному середовищі включає опис засвоєння азоту, фосфору й інших біогенних елементів, зростання фіто- і зоопланктону та детриту. При цьому важливо враховувати гідробіологічні процеси в розглянутих водоймах, які, як правило, є неоднорідними і під час моделювання розбиваються на ряд компартментів.

За допомогою імітаційного моделювання вирішувалися питання вироблення стратегії боротьби з ефтріфікацією закритих водойм, зокрема одного з Великих Американських озер – Озера Ері. Багато імітаційних моделей присвячено розробці оптимальної стратегії вилову риби.

Піонерськими в цій сфері були книги: В. В. Меншуткин. Математичне моделювання популяцій і співтовариств водних тварин. Л., 1971; S. E. Jorgensen. Lake management. Oxford, 1980; Екологічні системи. Адаптивна оцінка і управління ; під ред. Е. Холдінга. М., 1981; А. Б. Горстко, Ю. А. Домбровський, Ф. А. Сурков. Модели управления эколого-экономическими системами. М., 1985.

Основні ідеї та результати з моделювання водних систем, так само як і з моделювання продукційного процесу рослин, викладені в навчальному посібнику: Г. Ю. Різніченко, А. Б. Рубін. Математичні моделі біологічних продукційних процесів. М., 1993.

Моделі глобальної динаміки зіграли особливу роль у становленні імітаційного моделювання. Саме для цих моделей був розроблений формалізм представлення системи у вигляді вузлів і потоків між ними, який потім у різних видах використовувався практично у всіх моделях складних систем. Перша світова модель була створена Д. Форрестер і Д. Медоузом зі співавторами на замовлення Римського клубу в 60-ті роки XX століття (J. W. Forrester. World dynamics. Cambridge: Wright-Allen Press, 1972).

Отримані з її допомогою результати були опубліковані в знаменитій книзі «Межі зростання», перекладеній 35 мовами, і вперше послугували застереженням людству в тому, що Земля – обмежена система, нестримний прогрес веде до виснаження її ресурсів, і людство чекає глобальна екологічна криза (Donella H. Meadows et.al. The Limits of the Growth. N.-Y. Universe Books. 1972, переклад російською мовою 1991 р.). Сучасний стан проблеми описано в книзі Д. Х. Медоуз, Д. Л. Медоуз, Й. Рандерс. За межами зростання. М. : Прогрес, 1994 (Donella H. Meadows et.al. Beyond the Limits, (Confronting global collapse. Envisioning a sustainable future, 1992).

Друга знаменита глобальна модель – модель ядерної зими, була створена під керівництвом М. М. Моїсеєва. Її результати наочно показали, що глобальна ядерна війна призведе до знищення як переможених, так і переможців, оскільки після неї небо над усією Землею закриється хмарами і настане ядерна зима на період у декілька десятків років. Тому перемога в такій війні буде безглуздою.

Нині активно розробляються глобальні моделі, що дозволяють розрахувати «парниковий ефект» та інші процеси, що протікають у глобальному масштабі.

Зрозуміло, що розробка імітаційної моделі складної системи і робота з цією моделлю вимагають зусиль колективу фахівців як у сфері машинної математики, так і в предметній сфері.

Будь-яка складна система під час свого функціонування підкоряється фізичним, хімічним і біологічним законам. Однак нам відомі не всі закони. Одна з цілей математичного моделювання і полягає у встановленні цих законів шляхом перевірки альтернативних гіпотез фізичних (або біологічних) механізмів певного явища.

Іншою, більш практичною, є вже згадувана мета оптимального управління продукційним процесом.

Таким чином, приступаючи до побудови математичної моделі системи, необхідно поглянути на цю систему під певним кутом зору, який значною мірою визначає вид моделі. Необхідно сформулювати основні питання про поведінку системи, відповіді

на які хочемо отримати за допомогою моделі. Це дозволяє з множини законів, які керують поведінкою системи, відібрати ті, вплив яких істотний під час пошуку відповідей на поставлені запитання. На додаток до цих законів, якщо необхідно, для системи в цілому або її частин формулюються певні гіпотези про функціонування. Гіпотези, як і закони, формулюються у вигляді певних математичних співвідношень.

Подальша робота полягає в дослідженні отриманих співвідношень із застосуванням аналітичних або обчислювальних методів, що приводять до відповіді на поставлені перед моделлю питання. Якщо модель хороша, отримані на моделі відповіді можуть бути віднесені до самої системи, яка моделюється. Більш того, за допомогою такої моделі можна розширити коло уявлень про систему, наприклад обравши одну з альтернативних гіпотез про механізми її функціонування і відкинувши інші, неправдоподібні. Якщо ж модель погана, тобто недостатньо адекватно описує систему з точки зору поставлених перед нею запитань, її потрібно вдосконалити. Критерієм адекватності слугує практика, експеримент, і цей критерій не може бути повністю формалізований.

4.6.5. Системи, що розмножуються

Незважаючи на різноманітність живих систем, всі вони володіють такими специфічними рисами, які необхідно враховувати під час побудови моделей.

1. Складні системи. Усі біологічні системи є складними багатокомпонентними, просторово структурованими, елементи яких мають індивідуальність. У процесі моделювання таких систем можливі два підходи. Перший – агрегований, феноменологічний. Відповідно до цього підходу виділяються визначальні характеристики системи (наприклад, загальна чисельність видів) і розглядаються якісні властивості поведінки цих величин у часі (стійкість стаціонарного стану, наявність коливань, існування просторової неоднорідності). Такий підхід є історично найбільш древнім і властивий динамічної теорії популяцій.

Інший підхід – докладний розгляд елементів системи і їх взаємодій, розглянуте вище імітаційне моделювання. Імітаційна

модель не допускає аналітичного дослідження, але її параметри мають чіткий фізичний і біологічний сенс, у разі хорошої експериментальної вивченості фрагментів системи вона може дати кількісний прогноз її поведінки за різними зовнішніми впливами.

2. Системи, що розмножуються (здатні до авторепродукції). Це найважливіша властивість живих систем визначає їхню здатність переробляти неорганічну й органічну речовину для біосинтезу біологічних макромолекул, клітин, організмів. У феноменологічних моделях ця властивість виражається за наявності у рівняннях автокаталітичних членів, що визначають можливість зростання (в нелімітованих умовах експоненціального), можливість нестійкості стаціонарного стану в локальних системах (необхідна умова виникнення коливальних і квазістохастичних режимів) і нестійкості гомогенного стаціонарного стану в просторово розподілених системах (умова неоднорідних у просторі розподілів і автохвильових режимів).

Важливу роль у розвитку складних просторово-часових режимів відіграють процеси взаємодії компонентів (біохімічні реакції) і процеси переносу як хаотичного (дифузія), так і пов'язаного з напрямом зовнішніх сил (гравітація, електромагнітні поля) або з адаптивними функціями живих організмів (наприклад, рух цитоплазми в клітинах під дією мікрофіламентів).

3. Відкриті системи, які постійно пропускають через себе потоки речовини й енергії. Біологічні системи далекі від термодинамічної рівноваги, тому описуються нелінійними рівняннями. Лінійні співвідношення Онзагера, що пов'язують сили і потоки, справедливі тільки для станів поблизу термодинамічної рівноваги.

4. Біологічні об'єкти мають складну багаторівневу **систему регуляції**. У біохімічній кінетиці це виражається за наявності в схемах петель зворотного зв'язку як позитивного, так і негативного. У рівняннях локальних взаємодій зворотні зв'язки описуються нелінійними функціями, характер яких визначає можливість виникнення і властивості складних кінетичних режимів, у тому числі коливальних і квазістохастичних.

Такі нелінійності за обліком просторового розподілу і процесів переносу обумовлюють патерни стаціонарних структур

(плями різної форми, періодичні дисипативні структури) і різні типи автохвильової поведінки (рухомі фронти, хвилі, що біжать, провідні центри, спіральні хвилі та ін.)

На рівні органу, організму, популяції жива система також є гетерогенною, і її основну властивість необхідно враховувати під час створення математичної моделі. Саме виникнення просторової структури і закони її формування являють собою одну із задач теоретичної біології. Один з підходів вирішення такої задачі – математична теорія морфогенезу.

На закінчення варто зазначити, що комп'ютерні граматики дозволяють отримати зображення, які нагадують ті, які бачимо в природі і на картинах великих майстрів. Імовірно, що комп'ютерна логіка, людський мозок і вся природа слідують єдиним законам.

4.7. Моделювання в геології

Комп'ютерне моделювання відіграє велику роль у вивченні найрізноманітніших об'єктів дослідження людини, зокрема в геології.

Геологія сама по собі об'єднує багато напрямів вивчення навколишнього середовища. Наприклад, вивчення космосу допомагає вивчити будову нашої планети, а, в свою чергу, вивчення планети, її поведінки відіграє важливу роль у попередженні масштабних катаклізмів.

4.7.1. Історія впровадження комп'ютерного моделювання в геологію

У середині 90-х років XX ст. сформувалася нова загальна стратегія розвитку геокартування – створення баз цифрової картографічної інформації на основі сучасних комп'ютерних технологій. Геологічна карта стає двомірною геоінформаційною моделлю будови досліджуваної території, оскільки, крім інформації про геологічну будову поверхні, до карти стали додаватися бази даних будь-якої корисної інформації в цифровому вигляді

(дані про знахідки фауни, геохімії, геофізики, гідрогеології, корисних копалин тощо).

Розвиток сучасних комп'ютерних технологій дозволив перейти від «плоских» карт і розрізів до тривимірних моделей, що дозволяє вирішувати як теоретичні, так і прогнозні задачі в тривимірному просторі. На основі даних буріння свердловин, сейсмічних профілів і всіх видів геофізичних даних у цифровому вигляді будується ймовірнісна геометрія всіх виділених геологічних тіл на глибині.

Тривимірні геологічні моделі можуть дозволити:

• побудувати розріз з будь-якої вертикальної, горизонтальної або іншої геометрії поверхні;

• виділяти різні геологічні тіла і розглядати їх з будь-якої точки (обертати, влазити вглиб тощо);

• будувати об'ємні карти з показом літофацій і будь-яких інших характеристик (наприклад, пористості, обводнення, геохімічних характеристик, контурів рудних тіл).

На основі об'ємної цифрової геологічної карти можна проводити різні дослідження. Наприклад, відновлювати геологічну історію, вивчати запаси корисних копалин, вирішувати гідрогеологічні, інженерно-геологічні, екологічні задачі.

Наступним кроком у побудові геологічних моделей є перехід до чотиривимірного моделювання, тобто введення четвертого виміру – часу. Побудова чотиривимірних моделей надасть можливість вивчати розвиток геологічних структур у часі.

Такі роботи важливі як для вирішення прикладних задач, наприклад пошуки скупчень вуглеводнів, які в процесі геологічної еволюції осадового покриву мігрували в земних надрах, так і для фундаментальних теоретичних досліджень регіональної і глобальної геології та геодинаміки.

4.7.2. Сфери застосування комп'ютерного моделювання в геології

Геологи й інженери-розробники знають, що в основі ухвалення більшості успішних рішень з розробки родовища полягає глибоке розуміння його будови. Найефективнішим способом

досягнення такого розуміння сьогодні є побудова дво- і тривимірної комп'ютерної моделі родовища. Досконалий інструментарій, адресований широкому колу фахівців, які працюють у сфері такого моделювання, у світі просуває лише декілька компаній.

В основу моделювання покладена вимога – інформаційний (створення єдиної бази даних) і комп'ютерний (впровадження єдиних та сумісних технічних і програмних засобів) супровід трьох основних блоків задач під час подальшого розвитку:

• виробничого призначення – формування геологічної і виробничої звітності, аналізу поточного геологопромислового стану;

• проектування розробки – створення моделей родовищ, підрахунку запасів, динамічного моделювання;

• оперативного управління розробкою на основі супроводу моделі.

Сучасні системи моделювання в нафтогазопромисловому комплексі повинні відповідати таким вимогам:

– використання новітніх інформаційних технологій під час подальшого розвитку;

– гнучкість системи у зв'язку з можливими структурними реорганізаціями організаційної структури;

– забезпечення відкритості системи (додаток на будь-якому етапі).

У міру завершення робіт щодо заповнення баз даних і створення моделей родовищ аналогічні технології з деякими модифікаціями впроваджуються у виробництво для супроводу моделей, аналізу поточного стану й оперативного управління розробкою, збору й аналізу інформації на рівні цехів.

Комп'ютерне моделювання допомагає вченим сформувати загальний погляд на питання формування Землі. Зокрема, формування льодовиків, мінералів, гірських порід, викопних ресурсів.

Сучасні засоби дозволяють будувати моделі в чотирьох вимірах, четвертий з яких є час. Так, динамічні моделі чітко визначають структуру геологічних процесів і пояснюють появу багатьох геологічних явищ.

Комп'ютерне моделювання в науковій геології включає в себе такі розділи:

• комп’ютерне моделювання в геохімії. **Геохімія** – розділ геології, що вивчає хімічний склад Землі, процеси, що концентрують і розсіюють хімічні елементи в різних сферах Землі;

• комп’ютерне моделювання в геофізиці. **Геофізика** – розділ геології, що вивчає фізичні властивості Землі, що включає також комплекс розвідувальних методів: гравірозвідка, сейсморозвідка, магніторозвідка, електророзвідка різних модифікацій;

• комп’ютерне моделювання у вивченні Сонячної системи і космосу. Вивченням **Сонячної системи** займаються такі розділи геології: космохімія, космологія, космічна геологія і планетологія;

• комп’ютерне моделювання в мінералогії. **Мінералогія** – розділ геології, що вивчає мінерали, питання їхнього генезису, кваліфікації. Вивченням порід, утворених у процесах, пов’язаних з атмосферою, біосферою і гідросферою Землі, займається літологія. Ці породи не зовсім точно називаються ще осадовими гірськими породами. Багаторічномерзлі гірські породи набувають ряд характерних властивостей і особливостей, вивченням яких займається **геокріологія**;

• комп’ютерне моделювання в літології. **Літологія** – розділ геології, що вивчає породи, утворені в процесі, пов’язаними з атмосферою, біосферою і гідросферою Землі;

• комп’ютерне моделювання в петрології і петрографії. **Петрологія** – розділ геології, що вивчає походження гірських порід. **Петрографія** – розділ геології, що вивчає походження гірських порід, утворених за високих температур і тисків;

• комп’ютерне моделювання в геобаротермометрії. **Геобаротермометрія** – наука, що вивчає комплекс методів визначення тиску і температур утворення мінералів і гірських порід.

Комп’ютерне моделювання в геології використовується досить активно і часто. Жодна наукова робота в геології не обходиться без побудови або вивчення відповідної комп’ютерної моделі.

Простота і зручність проводити обчислювальні експерименти, логічність і формалізованість комп’ютерних моделей є основною причиною такої популярності комп’ютерного моделювання в геології.

Як і розвиток комп'ютерної техніки, розвиток моделювання не стоїть на місці. Комп'ютерне моделювання розвивається безпосередньо разом з комп'ютерними технологіями. Досить потужні комп'ютери дозволяють будувати найбільш точні моделі, що зачіпають значну кількість змінних і прораховують результат на більш тривалі часові відрізки.

4.8. Моделювання в соціальній сфері

4.8.1. Соціальні процеси

Під соціальними відносинами розуміється певна стійка система зв'язків індивідів, що склалася в процесі їхньої взаємодії один з одним в умовах цього суспільства. Соціальні відносини об'єктивні за своєю природою, переломлюються через внутрішній зміст або стан людини і виражаються в її діяльності як особисте ставлення до навколишньої дійсності.

Потреби індивідів, природа і спосіб задоволення цих потреб ставлять індивідів у залежність один від одного, зумовлюють необхідність їхньої взаємодії один з одним і викликають до життя соціальні відносини. Індивіди вступають у взаємодію один з одним не як суто «Я», а як індивіди, що перебувають на певному щаблі розвитку продуктивних сил і потреб.

Сукупність соціальних відносин являє собою структуру суспільства. Соціальна структура охоплює розміщення всіх відносин, залежностей, взаємодій між окремими елементами в соціальних системах різного рангу. Як елементи, виступають соціальні інститути, соціальні групи і спільності різних типів, базовими одиницями соціальної структури є норми і цінності.

Соціальна група – сукупність людей, які певним чином взаємодіють один з одним, усвідомлюють свою приналежність до цієї групи і вважаються членами цієї групи з точки зору інших. Соціальні групи як елементи соціальної структури в кожен цей момент розвитку суспільства є в певній й доступній для огляду кількості, але нескінченно безліч їхніх зв'язків, взаємин.

Будь-яка людина займає багато позицій у суспільстві. У кожній з цих позицій, що припускає визначені права та обов'язки, є «статус». Зі «статусом» людини пов'язана очікувана від неї іншими людьми поведінка, тобто «роль».

Соціальна роль – це соціальна функція, модель поведінки, об'єктивно задана соціальною позицією особистості в системі соціальних і міжособистісних відносин.

Поняття соціального інституту охоплює великі угруповання соціальних ролей. Виконання індивідами своїх соціальних ролей є необхідною умовою діяльності соціального інституту. Інституалізацію можна розуміти як обмін між різними індивідами, групами і сферами всередині суспільства, це стійкий комплекс формальних і неформальних правил, принципів, установок, що регулюють різні сфери людської діяльності й організують їх у систему ролей і статусів. Для опису нерівності між групами (спільнотами) людей застосовується поняття соціальної стратифікації.

Соціальна стратифікація – це диференціація деякої сукупності людей (населення) на класи в ієрархічному ранзі. Вона містить вираження в існуванні вищих і нижчих шарів. Її основа і сутність полягають у нерівномірному розподілі прав і привілеїв, відповідальності й обов'язку, наявності та відсутності соціальних цінностей влади і впливи серед членів певного співтовариства.

Із соціальною стратифікацією пов'язане поняття «соціальна мобільність». Під соціальною мобільністю розуміється «будь-який перехід індивіда чи соціального об'єкта (цінності), тобто всього того, що створено або модифіковано людською діяльністю, з однієї соціальної позиції в іншу». За мобільністю приховані структурні зміни в суспільстві.

Цілісні соціальні системи динамічні, що означає, що в них протікають процеси, тобто має місце зміна структурних елементів і зв'язків між ними, яке поступово переводить систему з одного стану в інший. Ціле являє собою процес, а тому структура є організацією його в часі.

Соціальна структура охоплює розміщення всіх відносин, залежностей, взаємодій між окремими елементами в соціальних системах різного рангу зрушень у суспільстві. Відносний

консерватизм соціальної структури виступає як момент динамізму суспільних процесів у цілому.

Суспільство має розглядатися не як статичний, стабільний стан, а як процес, постійно триваючий, нескінченний потік подій. Було визнано, що суспільство може бути визначене як існуюче лише стільки і доти, доки всередині нього щось відбувається, виконуються будь-які дії, протікають якісь процеси, що щось змінюється, суспільство не може існувати в незмінному стані. Уся соціальна реальність являє собою просто динаміку, потік змін різної швидкості, інтенсивності, ритму і темпу.

Відповідно змінився й образ об'єкта, він зазнає змін. Суспільство розглядається не як жорстка, «тверда» система, а швидше як «м'яке» поле взаємин. Соціальна реальність постає міжіндивідуальною (міжособистісною) реальністю, в якій існує мережа зв'язків, залежностей, обмінів. Вона є специфічним суспільним середовищем, або тканиною, що сполучає людей один з одним.

Соціальні взаємини пов'язують не людські особистості, це сплетіння ідей, правил, дій та інтересів (чотири види тканини існуючої в суспільстві). Взаємопов'язана мережа ідей становить ідеальний вимір поля, його «соціальну свідомість». Взаємопов'язані мережі правил, норм, цінностей утворюють нормативний вимір поля, його «соціальні інструкції». Взаємопов'язані мережі дій становлять «соціальну організацію» суспільства, а мережі інтересів – вимірювання поля за шкалою можливостей, його «соціальну ієрархію». На всіх рівнях процеси йдуть не незалежно один від одного, а навпаки, перебуваючи в численних і багатовимірних взаємозв'язках.

Класичне визначення соціального процесу надав Питирим Сорокін: «Під процесом розуміється будь-який вид руху, модифікації, трансформації, чергування або еволюції», іншими словами, будь-яка зміна цього досліджуваного об'єкта упродовж певного часу: або зміна його місця в просторі, або модифікація його кількісних і якісних характеристик.

До найбільш спірних, але водночас і найбільш впливових у всій історії людської думки належить ідея «соціального прогресу». Під «прогресом» розуміється спрямований процес, який

неухильно приводить систему все ближче або до більш кращого стану (до реалізації етичних цінностей, таких як щастя, свобода, процвітання, справедливість), або до ідеального стану суспільства, описаного в численних соціальних утопіях.

Соціальні процеси можуть бути спрямованими й ненаправленими. Перші незворотні і часто мають тенденцію до концентрації, накопичення. Кожна наступна стадія відрізняється від будь-якої досить ранньої і включає в себе її результат, тоді як рання стадія готує необхідність більш пізньої. Прикладами спрямованого процесу можуть слугувати соціалізація особистості, зростання населення, індустріалізація тощо. Ненаправлені (або текучі) процеси мають або суто випадковий, хаотичний характер (збуджений натовп), або їхній перебіг підпорядковується певним повторюваним чи щонайменше подібним моделям, такий процес розглядається як круговий або замкнутий цикл. Якщо після кожного циклу досягається більш високий рівень, то потрібно зазначити про розвиток у прогресивному циклі, якщо ж рівень виявляється більш низьким, то процес має кваліфікуватися як регресивний. Окремий випадок, коли в соціальних системах нічого не відбувається впродовж якогось часу, визначається як стагнація (застій).

Важливим критерієм є кінцевий результат процесу. Деякі воістину творчі процеси приводять до фундаментальних нововведень – виникнення абсолютно нових соціальних умов, станів суспільства, соціальних структур тощо. Процеси такого типу позначають терміном «морфогенезіз». До них належать, наприклад, поширення нового стилю життя, заснування нових міст, прийняття конституції нової держави. Морфогенетичні процеси відіграли вирішальну роль у походженні всіх цивілізацій, у технологічних, культурних і соціальних досягненнях людства, починаючи з ранніх примітивних суспільств і закінчуючи сучасною індустріальною епохою. Ці процеси потрібно відрізняти від простої трансмутації, що призводить до менш радикальних результатів і зумовлює лише модифікацію, реформацію або перегляд існуючих соціальних установок. Серед цього типу процесів можна виділити еволюційні, адаптивні, гомеостатичні, що врівноважують або підтримують процеси, які в кінцевому підсумку дозволяють

пристосовуватися до навколишніх умов, зберігаючи існування суспільства в незмінній формі.

Які ж рушійні сили, причинні фактори соціальних процесів? А, крім того, перебувають вони всередині самого процесу або діють ззовні? Ендогенні процеси (з іманентною, тобто внутрішньою причиною) розкривають потенційні можливості, властивості або тенденції, укладені всередині, змінюються реальності, екзогенні процеси (із зовнішньою причиною) є відповіддю на виклик (стимул, тиск) ззовні. Проте провести розмежовуючу лінію між ними буває досить важко. Швидше, особливо розглядаючи соціальні процеси на більш тривалому відрізку часу, більшість з них можна назвати «екзогенно-ендогенними»: розвиваючись, вони призводять до результатів, які впливають не тільки на правила функціонування системи, де протікають ці процеси, але і на її оточення, що також викликає відповідну реакцію. У якісному відношенні причини змін можуть бути різними: це і природні, і демографічні, і політичні, й економічні, і культурні та багато інших. Серед численних версій, що висувають різні фактори на роль головних, виділяються дві основні: прихильники однієї акцентують на «матеріальних процесах», породжених «жорстким» технологічним, економічним або біологічним тиском; представники другої вважали, що незалежну причинну роль відіграють ідеологія, релігія, етика, тобто «Ідеальні процеси». Нині намітилася тенденція уникати такого поділу і розглядати причинність як взаємодію численних сил і чинників, поширилося переконання, що свідчити про домінуючі рушійні сили помилково й означає спрощення ситуації, оскільки за всім цим стоїть реальна людська діяльність.

Існує інша точка зору на природу соціальних процесів. Під соціальними процесами розуміються соціальні зміни, що являють собою сукупні, односпрямовані та повторювані дії індивідів, груп тощо. Це акти соціальних взаємодій, результатом яких є зміна соціальних відносин між людьми, наприклад процеси соціальної мобільності, соціальні конфлікти та ін. Тобто не будь-яка зміна, а зміни, що відбуваються в результаті односпрямованої взаємодії людей, пов’язані з наявністю у людей однакових мотивів та орієнтацій.

4.8.2. Особливості управління соціальними процесами

Соціальна діяльність здійснюється за допомогою історично сформованих типів і форм взаємодії і відносин людини з іншими людьми. Вона може здійснюватися в різних сферах і на різних рівнях соціальної організації суспільства. Будь-яка діяльність складається з чотирьох взаємопов'язаних підсистем:

• об'єктивно-передпосильна (потреби та інтереси);

• суб'єктивно-регулятивна (диспозиція);

• виконавська (сукупність вчинків, скоєних в ім'я реалізації поставленої мети);

• об'єктивно-результативна (результати діяльності).

Соціальні процеси досить різноманітні. Вони пов'язані із соціальними відносинами між індивідами і соціальними групами як носіями різних видів діяльності, розрізняються соціальними позиціями і ролями в житті суспільства, тобто пов'язані з певними видами суспільних структур і відповідних їм суспільних відносин. При цьому під суспільними відносинами розуміється сукупність усіх видів відносин цього суспільства. Люди, що функціонують у певній структурі, здійснюють свої функції, взаємодіючи один з одним.

Управління соціальними процесами – одне з найбільш складних. Це пов'язано з тим, що кожен вид суспільних відносин відіграє певну роль у загальній системі. Суспільство, будучи соціентальною системою, має властивість самовідтворення, що здійснюється через ряд необхідних, диференційованих функцій. Ці функції – перш за все наслідок поділу суспільної праці, але, доповнюючи один одного і взаємодіючи, вони надають суспільству характер особливого соціального організму.

Диференціація суспільних функцій супроводжувалася виникненням різних безособистісних структур (економічних, соціальних, політичних та інших інститутів). Функції, пов'язані із забезпеченням функціонування цих структур, виконують люди, що володіють професійними знаннями та іншими необхідними якостями. Кожна зі структур соціентальної системи надає їй у процесі її відносин з іншими структурами нову (системну) якість.

При цьому соціентальна система постійно відтворює соціальну якість своїх структур і соціальні якості індивідів і груп індивідів, включених до їхнього функціонування, тобто суб'єктів соціальних відносин. Це один бік функціонування соціентальної системи.

Інший бік відображає процес поведінки соціентальной системи. Наприклад, суб'єкти соціальних відносин можуть виконувати невластиві їм функції (адміністративно-наказові методи регулювання економічного життя з боку політичної системи). Може бути також некомпетентність особистісних елементів цієї структури. У результаті порушується баланс у функціонуванні структурних і особистісних елементів системи, поведінка стає дисфункціональною і це може призвести до соціальної напруженості.

Усе вищевикладене визначає особливості управління соціальними процесами.

4.8.3. Моделювання соціальних процесів

Моделювання соціальних процесів переслідує безліч різних цілей і завдань. Моделювання дозволяє визначити оптимальні розміри, а також передбачити поведінку системи (наприклад, системи соціального захисту багатодітних сімей в умовах ринкових відносин). У процесі моделювання аналізується ряд факторів, у результаті яких обґрунтовуються різні рівні життя. У вітчизняній і зарубіжній практиці прийнято розрізняти 4 рівня життя: прожитковий мінімум, достатній, соціально необхідний і соціально комфортний. Кожен з рівнів життя містить у собі ряд показників, у зв'язку з чим під час моделювання розраховуються можливості їхнього здійснення (економічні, організаційні, духовні тощо); визначаються передбачувані терміни реалізації, їхнє прогнозне бачення.

Моделювання в соціології – це метод дослідження соціальних явищ і процесів на їхніх моделях, тобто опосередковане вивчення соціальних об'єктів, у процесі якого вони відтворюються в допоміжній системі (моделі), яка замінює в пізнавальному процесі оригінал і дозволяє отримувати нове знання про предмет дослідження.

Є два підходи до побудови моделі суспільних процесів: **локальний** і **глобальний**. У **локальному** випадку розглядають поведінку декількох індивідів (особистостей) або груп і на основі їхньої локальної взаємодії відображається загальний розвиток суспільства. Описуються об'єкти дослідження: людина, сім'я, група. Задаються можливі стани об'єктів, перераховуються фактори внутрішнього та зовнішнього впливу і визначаються правила, за якими об'єкти моделювання розвиваються і взаємодіють один з одним і з зовнішнім середовищем.

У процесі **глобального** підходу розглядається весь соціум (етнос, держава, людство), досліджуються загальні для всіх характеристики (наприклад, політична система). Як правило, під час глобального підходу досліджуються великі проміжки часу (кілька десятків або сотень років), оскільки тоді на динаміці соціуму менш позначається поведінка окремої людини, партії тощо. Для вивчення обирається об'єкт дослідження, виділяється його структура (елементи, функціональні залежності, визначається інтервал часу століття, тисячоліття).

Західні дослідники розглядають ці підходи з точки зору різних рівнів абстракції, засвідчуючи про «висхідну» (bottom up) і «низхідну» (top-down) моделі. У висхідній моделі йдуть від моделі індивідуальної взаємодії до моделі групової, що, в свою чергу, веде до моделі суспільства в цілому. А в спадному випадку, навпаки, від моделі суспільства в цілому «спускаються» до моделей групової та індивідуальної взаємодій.

Виходячи з вищесказаного будуються відповідні математичні моделі. Виділяються такі критерії класифікації математичних моделей соціальних процесів:

• тип математичного апарату, за допомогою якого здійснюється формалізація процесу. Основна відмінність пов'язана з тим, чи є модель стохастичною імовірнісною, випадковою, тобто характер зміни точно передбачити неможливо, або детерміністською (точною, причинно-обумовленою). Інші підкласифікації належать до типу використовуваних змінних: безперервний або дискретний час; чи є залежна змінна безперервною або вона являє собою дискретні стани;

• основна функція моделей процесів у теоретичному та емпіричному дослідженні. Відповідно до цієї основні функції моделі поділяються на теоретичні й емпіричні;

• зміст аналізованих процесів: процеси в малих і великих групах, процеси індивідуального і групового уявлення рішень, динаміка групової структури тощо;

• тип концептуалізації соціального процесу: чи розглядається цей процес як процес без управління або як керований процес. Керований процес можна розділити на процеси доцільної поведінки рефлексного типу та процеси цілеспрямованої поведінки нерефлексного типу.

Використання комп'ютерного моделювання в соціальних науках – досить нова ідея, хоча перші роботи в цьому напрямі були здійснені в 1960-х рр., а широке використання комп'ютерів почалося в 1990-х рр. XX ст. Ця ідея має величезний потенціал тому, що моделювання являє собою чудовий шлях прогнозування та розуміння соціальних процесів.

Комп'ютерне моделювання надає можливість реалізувати ідею народження складної соціальної поведінки з порівняно простих дій індивідів.

Процес комп'ютерного моделювання соціальних процесів включає в себе такі етапи:

1. Ознайомлення із соціологічною теорією, на основі якої будується модель.

2. Пошук основних елементів структури об'єкта, взаємозв'язків, керуючих факторів.

3. Побудова інформаційної моделі та аналітичних схем на основі соціологічної теорії об'єкта моделювання.

4. Теоретичне вивчення готової інформаційної моделі і побудова математичної моделі (вибір математичного апарату, формалізація структури, взаємозв'язків та елементів).

5. Побудова комп'ютерної реалізації математичної моделі (вибір методу комп'ютерного моделювання та алгоритму моделювання).

6. Практичне вивчення готової комп'ютерної моделі (робота з комп'ютерними моделями як з об'єктами дослідження: введення

початкових даних, отримання результатів у вигляді графіків і діаграм, аналіз та інтерпретація отриманих даних, зміна початкових умов на основі наявних результатів для знаходження оптимального рішення).

У результаті аналізу комп'ютерної моделі доходимо висновку про адекватність побудованої моделі соціальному процесу, який моделюється. Далі ухвалюється рішення: або змінити структуру побудованої моделі з метою її вдосконалення та покращення, або зробити додатковий аналіз соціологічного об'єкта, або зібрати відсутні відомості про досліджуваний соціальний процес.

Моделювання – один з найважливіших етапів проектної діяльності. Людство, маючи моделі, свідомо шукає і знаходить шляхи до виходу. Спочатку – полювання і збирання, потім – перехід до землеробства і скотарства, від кочового до осілого способу життя, від сіл до міських поселень; освоєння ресурсів Світового океану тощо. Моделювання в широкому сенсі – багатоплановий метод дослідження, один із шляхів пізнання. У вузькому сенсі – спеціальне наукове дослідження, предметом якого виступають перспективи розвитку явищ.

Одним з найважливіших видів моделювання є соціальне моделювання – це передбачення тенденцій та перспектив можливого розвитку соціальних систем, об'єктів, суспільних явищ, процесів на основі побудови моделей. Об'єктом соціального моделювання можуть бути всі соціальні системи, явища, які відбуваються в суспільстві. Соціальне моделювання – це визначення варіантів розвитку і видів найбільш прийнятного, оптимального, виходячи з ресурсів, часу і соціальних сил, здатних забезпечити їхню реалізацію.

Моделювання є складовою частиною процесу розробки соціального проекту. У відриві від проектування моделювання втрачає свій практичний сенс. Соціальне моделювання дозволяє враховувати різні варіанти руху і розвитку соціальних систем. Вироблення правильних прогнозів дозволяє зробити більш досконалим управління, ефективним – проектування.

У сучасних умовах уміння передбачати і прогнозувати майбутнє, а отже, і впливати на соціальні процеси стає також одним з найцінніших якостей молодого фахівця.

4.9. Моделювання у лінгвістиці

4.9.1. Поняття лінгвістичної моделі

Моделювання, за визнанням багатьох лінгвістів, є одним з найбільш ефективних методів лінгвістичного дослідження тексту. «Пізнати об'єкт, – пише І. Б. Новік, – отже, змоделювати його». У широкому загальнопізнавальному сенсі моделювання висловлює «деякий загальний аспект пізнавального процесу». За всезростаючою складністю та обсягом науково-технічних і соціальних завдань моделювання у багатьох випадках стає єдиним ефективним способом їхнього вирішення.

Однак необхідно визначити терміни «моделювання» і «лінгвістична модель», описати властивості моделей і їхню типологію, а також дати характеристику методу моделювання як одного з інструментів дослідження. Необхідність у моделюванні виникає в тих наукових сферах, де об'єкт науки недоступний безпосередньому спостереженню. Завдання дослідника полягає в тому, щоб зрозуміти той прихований механізм, який здійснює переробку вихідних матеріалів у кінцеві продукти. Оскільки побачити те, що відбувається, неможливо, залишається єдиний шлях до пізнання об'єкта: на основі зіставлення вихідних і кінцевих даних побудувати образ об'єкта, тобто висунути гіпотезу про його можливу побудову і реалізувати її у вигляді логічного пристрою, здатного переробляти деякий матеріал так само, як це здійснює реальний механізм у природних умовах. Таким чином, сутність моделювання полягає в тому, щоб замість прихованих від нас властивостей об'єкта вивчити задані в явному вигляді властивості моделі і поширити на об'єкт ті закони, які виведені для моделі.

Природна мова є складним об'єктом для моделювання, однак спроби дослідження тексту за допомогою моделей здійснювалися багатьма вченими. Спочатку потреба у моделюванні виникла в електротехніці, потім у фізіології вищої нервової діяльності та атомної фізики, де не можемо спостерігати безпосередньо ні діяльність мозку, ні процеси, що протікають в атомі. У цьому відношенні положення лінгвіста багато в чому подібне з положенням фізіолога або фізика: єдиною реальністю, з якою

лінгвіст безпосередньо має справу, є текст, а питання, що цікавлять його механізми мови, які полягають в основі мовної діяльності людини, не надані в прямому спостереженні. Тому і в лінгвістиці одним з основних засобів пізнання об'єкта є побудова моделей. Модель у мовознавстві – це «штучно створений лінгвістом реальний або уявний пристрій, що відтворює, імітує своєю поведінкою (зазвичай у спрощеному вигляді) поведінку будь-якого іншого («справжнього») пристрою (оригіналу) в лінгвістичних цілях».

Завдання лінгвіста не вичерпується складанням граматики і словника на підставі обмеженого матеріалу. «Побудувавши з фактів цього матеріалу якусь абстрактну систему, необхідно перевіряти її на нові факти, тобто дивитися, чи відповідають факти, що виводяться з неї, дійсності». Таким чином, у мовознавство вводиться принцип експерименту. Зробивши якесь припущення про сенс певної форми, правило словотворення або формоутворення тощо, варто спробувати створити ряд різноманітних фраз, застосовуючи це правило. Позитивний результат підтверджує правильність постулату, негативний вказує або на неправильність постульованого правила, або на необхідність будь-яких його обмежень. У можливості застосування експерименту криється величезна перевага вивчення живих мов з теоретичної точки зору. За допомогою експерименту зможемо підійти в майбутньому до створення граматики і словника, адекватних дійсності. Подібну ідею висловлював і М. Хомський, пропонуючи спосіб експериментальної перевірки пояснювальної сили лінгвістичної моделі: модель повинна вміти будувати не тільки ті мовні об'єкти, які вже зустрічалися в мовній практиці тих, що розмовляють, але й об'єкти, принципово допустимі, хоча вони і не зустрічалися в мовній практиці. Тобто, наприклад, модель, що імітує мовну діяльність слухача, повинна мати здатність аналізувати не тільки ті мовні твори, які послугували як вихідний матеріал під час її розробки, а й інші мовні твори. Тільки такі моделі можуть пояснити здатність мовця будувати будь-які нові пропозиції та здатність слухача розуміти будь-які нові пропозиції. Ці вказівки, звичайно, не вирішують повністю виключно складного і цікавого питання

про експериментальні способи перевірки передбачень моделі і визначення її пояснювальної сили.

4.9.2. Типи лінгвістичних моделей

Вербалізація є перехід від комунікативної потреби до тексту – фактичного породження тексту. Вона носить активний і багатофакторний характер. У механізмі породження тексту, крім прямого ланцюга взаємопов'язаних між собою процесів, що ведуть «від думки до тексту», паралельно функціонує ланцюг зворотних процесів («від тексту до думки»), так званий ланцюг зворотного зв'язку. Необхідно зазначити, що завершені моделі мовної діяльності неминуче являють собою опис того комплексного, але єдиного механізму, який здійснює взаємозв'язок сприйняття, мислення і мови. З точки зору характеру цього об'єкта можна виділити три типи моделей.

По-перше, це моделі, в яких як об'єкт виступають конкретні мовні процеси і явища, тобто моделі, що імітують мовну діяльність людини. До моделей цього типу належать моделі, що породжують, включають кінцевий набір правил, здатних поставити всі правильні об'єкти деякої множини і приписати кожному об'єкту певний аналіз (це, наприклад, модель породження за безпосередніми складниками, трансформаційна породжуюча модель і аплікативна модель); синтаксичні моделі, що визначають синтаксичну структуру мови (наприклад, послідовний аналіз, аналіз, що прогнозує пошук опорних точок і метод фільтрів); і семантичні моделі, що імітують не тільки володіння граматикою мови, а й володіння значенням слів. Прогрес, досягнутий структуралістами у сфері імітації мовної діяльності людини, досить значний: розроблені варіанти моделей фонологічного аналізу і синтезу, які розкладають звуковий потік у фонологічні ознаки і синтезують важливі компоненти мови; для багатьох мов побудовані алгоритми автоматичного морфологічного аналізу, що розкладають кожну словоформу на основу й інформацію, про які висловлюються словоформи у граматичних значеннях; є алгоритми автоматичного синтезу, які конструюють будь-яку словоформу за її основою і

набором інформацій про граматичні значення цієї словоформи; є кілька класів моделей, що породжують, імітують здатність людини відрізняти правильне від неправильного і будувати правильні мовні об'єкти; починається розробка семантичних моделей аналізу і синтезу.

По-друге, це моделі, які розглядають як об'єкт процедури, що ведуть вченого до виявлення певного мовного явища. Такі моделі, що імітують дослідницьку діяльність лінгвіста, іменуються також моделями дослідження. До моделей цього типу належать моделі лінгвістичного дешифрування, вихідною інформацією для яких є текст, про який заздалегідь нічого невідомо (ні мова (код), використана для шифрування, ні генетичні зв'язки цієї мови з уже відомими мовами, ні сфера дійсності, яка описується у тексті), а всі інші відомості про елементарні одиниці тексту і закони їхнього поєднання повинні бути автоматично отримані з тексту; експериментальні моделі, які переслідують ту саму мету, що і дешифрувальні: в них ставиться завдання переходу від тексту до «системи». Однак у дешифрувальних моделях лінгвіст фіксує поведінку об'єкта в природних умовах тексту, піддаючи дані спостережень тільки математичній обробці, а в експериментальних моделях лінгвіст спостерігає матеріал і в штучних умовах, піддаючи його перетворенням, таким як додавання або опущення елементів до цієї форми, субституція або трансформація цієї форми в іншу. Розробкою таких моделей займалися американські дескріптивісти, які намагалися створити універсальні алгоритми відкриття граматик. Система вважається достатньою мірою вивченою, якщо знаємо її елементарні одиниці, класи елементарних одиниць і закони поєднання елементів різних класів на всіх рівнях аналізу, включаючи семантичний. Дослідницькі моделі можна поділити на три класи залежно від того, яка інформація використовується в них як вихідна.

У **моделях першого класу** як вихідна інформація використовується тільки текст, а всі відомості про мову, що породжує цей текст, витягуються виключно з текстових даних. Це класичні дешифрувальні моделі.

У **моделях другого класу** вважається заданим не лише текст, а й безліч правильних фраз цієї мови.

У **моделях третього** класу вважаються заданими не тільки текст і множина правильних фраз, але і множина семантичних інваріантів.

По-третє, це моделі, які розглядають як об'єкт уже готові лінгвістичні описи, а не мовну діяльність людини або дослідницьку діяльність. Перший серйозний крок у розробці моделей цього типу був зроблений глосематикою. Якщо звичайна граматика є теорією конкретних мовних процесів, то модель третього типу є метатеорією (теорією теорії). Моделі, що імітують мовну діяльність людини, є найбільш важливим типом, власне, лінгвістичних моделей. Щодо них моделі другого і третього типів виконують допоміжну роль. Моделі, що імітують дослідницьку діяльність лінгвіста, призначені для того, щоб об'єктивно обґрунтувати вибір тих понять, якими він користується під час викладу моделі першого типу. В ідеалі вони зводять до мінімуму роль суб'єктивного фактора в дослідженні. Таким чином, вони в певному сенсі є мірилом правильності моделей першого типу. Ефективність моделі першого типу також можна підвищити, не даючи об'єктивного обґрунтування використовуваних у ній понять, а порівнюючи її за деякими критеріями, в тому числі експериментальним, з аналогічними моделями. У цьому і полягає призначення моделей третього типу: вони забезпечують систему критеріїв і теоретичних доказів, за допомогою яких з декількох моделей, що формалізують одне і те саме явище, можемо вибрати кращу. Залежно від того, який бік мовної діяльності – слухання або говоріння – є предметом моделювання, моделі мовної діяльності поділяються на моделі аналізу і моделі синтезу. **Моделлю аналізу** називається кінцева кількість правил, здатних проаналізувати нескінченну кількість пропозицій цієї мови. Синтаксичні аналітичні моделі отримують на «вході» текст, а на «виході» видають для кожної пропозиції запис його синтаксичної структури. Семантичні аналітичні моделі отримують на «вході» той самий матеріал, а на «виході» видають змістовий запис (зображення сенсу) кожної пропозиції спеціальною семантичною мовою. **Моделлю**

синтезу називається кінцева кількість правил, здатних побудувати нескінченно велику кількість правильних пропозицій. Синтаксичні синтетичні моделі використовують як вихідну інформацію запис синтаксичної структури речень, а на виході видають правильні пропозиції цієї мови. Семантичні синтетичні моделі отримують на вході смисловий запис деякої пропозиції спеціальною семантичною мовою і видають на виході безліч пропозицій, синонімічних цій пропозиції.

Тому в ряді випадків буває вигідніше пояснити цю сукупність фактів не детерміністською моделлю, яка через значну кількість правил може виявитися надмірно громіздкою для виконання деякого цілком певного завдання, а ймовірнісною моделлю, яка обходиться меншою кількістю суто статистичних правил і тому менш громіздка. Проведений аналіз моделей мови дозволяє зробити висновок про те, що лінгвістами було розроблено велику кількість моделей, що ґрунтуються на різних параметрах, але досі не було вироблено однозначного розуміння типології текстових моделей. Хоча лінгвістична модель – комплексне поняття зі складною структурою і великою типологією, лінгвісти не залишають спроб описати мову за її допомогою. Таким чином, бачимо, що, залишаючись основним засобом реалізації думки, мова, проте, не дозволяє досліднику побачити його механізми безпосередньо в дії, що змушує лінгвіста будувати образ об’єкта, тобто на основі зіставлення вихідних і кінцевих даних висувати гіпотезу про його можливу будову. Взявши свій початок з точних наук, метод моделювання нині інтенсивно поширюється у сферу гуманітарних наук, у тому числі і на лінгвістику, де основні механізми мови, що полягають в основі мовної діяльності людини, не дані лінгвістові в прямому спостереженні, тому і в сучасній лінгвістиці одним з основних засобів пізнання об’єкта є побудова моделей.

4.10. Штучний інтелект

Ще одним важливим прикладом застосування та побудови моделей є проблема штучного інтелекту.

4.10.1. Визначення штучного інтелекту

Термін «штучний інтелект» був введений Дж. Маккарті 1956 р. Сам термін «штучний інтелект» має два основних значення:

• по-перше, під штучним інтелектом розуміється теорія створення програмних і апаратних засобів, здатних здійснювати інтелектуальну діяльність, яку можна порівняти з інтелектуальною діяльністю людини;

• по-друге, самі такі програмні апаратні засоби, а також діяльність, яка виконується за їхньою допомогою.

Основні труднощі штучного інтелекту полягають у тому, що донині не існує однозначного і загальноприйнятого визначення і розуміння інтелекту природного. Тому більшість дослідників штучного інтелекту, так само як і фахівці з інформаційної епістемології, змушені користуватися паліативом. На практиці під штучним інтелектом мається на увазі набір програмних і апаратних засобів, використання яких повинно було б приводити до тих самих результатів, до яких під час вирішення цього класу задач приходить інтелектуальна діяльність людини. Це, по суті, підсумкова концепція штучного інтелекту. Інший поширений паліатив визначає штучний інтелект як повну або наближену імітацію інтелектуальної діяльності людини, оскільки ж людський інтелект донині залишається найбільшою філософською загадкою, і навіть якщо на спеціально науково-психологічному, психіатричному і логічному рівнях вивчений лише феноменологічно, то жодне з визначень штучного інтелекту не може вважатися цілком прийнятним, а тим більше остаточним. Тому під час вирішення практичних задач частіше користуються завданням їхнього списку і приймають твердження, що ця система є системою штучного інтелекту, якщо вона має змогу вирішувати ці задачі. По суті, центральна проблема штучного інтелекту полягає в такому. Якщо володіємо чіткими знаннями про рішення певного класу задач,

які піддаються формальній експлікації, то на основі регуляризації таких знань можуть бути отримані чіткі алгоритми або евристичні правила. Використовуючи їх, можна сконструювати програми, реалізація яких сучасними апаратними засобами здатна дати рішення цих задач. Однак людина досить часто вирішує задачі, не знаючи того, як саме вона це робить. Іншими словами, люди фактично не володіють повним і вичерпним самопізнанням. Це стосується не тільки суто інтелектуальної сфери абстрактного, логічного мислення, а й сфери емоційної фізіологічної. Ми бачимо, користуємося зоровими образами, чуємо, оперуємо звуковими образами тощо, не знаючи, як саме виникають образи і які в точності закономірності їхнього функціонування в нашій свідомості. Часто ставимо завдання, висловлюємо припущення, ухвалюємо несподівані, в тому числі принципово нові, творчі, рішення, не знаючи, як це робимо, не вміючи в точності уявити алгоритм такої діяльності. З цього випливає, що не завжди можемо регуляризувати процеси, процедури й операції, що полягають в її основі, а отже, не можемо доручити комп'ютеру виконання відповідних дій, що імітують або дублюють. Тут нібито бере реванш знаменита «теза Лавлейс», згідно з якою машина ніколи не зможе робити того, що їй не доручає людина, чого вона сама не вміє робити. Насправді ж людина вміє робити набагато більше, ніж знає, як робити. Ці міркування слугують підставою для комп'ютерного агностицизму. Його підкріплюють також певні філософські міркування, що ґрунтуються на обмеженій пізнаванності світу взагалі і суб'єктивно-духовного світу людини особливо. Водночас уже нині існують гігантські бази знань і потужні, наприклад, експертні системи, що містять тисячі правил і здатні вирішити деякі задачі краще, ніж писали для них програми програмісти або фахівці відповідного профілю. На сьогодні є інтелектуальні комп'ютерні системи, які читають газетні тексти будь-яким голосом і до того ж у режимі реального часу, виконують переклади принаймні технічної літератури. Ці та інші факти полягають в основі комп'ютерної ейфорії, яка стверджує, що труднощі на шляху створення штучного інтелекту, що перевершує за силою і творчими можливостями людський інтелект, носять тимчасовий характер і пов'язані лише з

технічними проблемами, принципово усуненими в доступному для огляду майбутньому. І комп'ютерний агностицизм, і комп'ютерна ейфорія мають філософські корені.

4.10.2. ЕОМ і штучний інтелект

І тому повинно йтися про з'ясування принципової, а не технічної сторони справи. З філософської ж точки зору вона полягає в дослідженні того, чи є мислення виключною прерогативою людини, точніше людського мозку, або ж така діяльність не пов'язана з ним однозначно і навіки та може здійснюватися нелюдськими, в тому числі технічними, апаратними системами. Якщо прийняти першу альтернативу, то варто далі відповісти на запитання, чи володіє людський мозок якимись специфічними механізмами, унікальними, невідтворюваними за допомогою інших систем і на додаток до всього непізнаваними, внаслідок чого щодо суто гуманоїдної природи мислення не можуть бути отримані адекватні знання, а отже, неможлива і їхня регуляризація. Якщо на це запитання може бути отримана доказова негативна відповідь, то це ще теж не означає визнання прямої практичної можливості створення штучного інтелекту, оскільки може, наприклад, виявитися, що його створення впирається в технічну нездійсненність певних інтелектуальних процедур. Але все ж така відповідь дала б принципову підставу якщо не для ейфорії, то принаймні для обмеженого комп'ютерного оптимізму. Суперечка між комп'ютерними песимістами й оптимістами має на увазі дві протилежні філософські гіпотези. Перша виходить з абсолютної унікальності «людської тілесності», неповторності людської індивідуальності. Тому створення штучного інтелекту, подібного інтелекту людини, оголошується неможливим. Друга гіпотеза, навпаки, приймає тезу про принципову ідентичність елементарних операцій людського і машинного мислення. Пізнавальні процеси, чуттєві образи, установки і цінності можуть бути більшменш адекватно реалізовані і змодельовані на дискретних електронних обчислювальних системах. Основу другої гіпотези становить добре розроблена теорія обчислювальних функцій,

орієнтована на конструктивно-апаратну реалізацію. Цікаву думку щодо ставлення до штучного інтелекту висловив А. Ендрю: «Не можна піти від того факту, що обчислювальна машина дійсно є слухняним виконавцем програми. Але коли ЕОМ і програма стають досить складними, поведінка машини може виявитися практично непередбачуваною, хоча вона і передбачувана в принципі». Тому не позбавлено сенсу розглядати машину як пристрій, принципово здатний до «новаторства». Проблема подання знань у комп'ютерних системах – одна з основних проблем у галузі штучного інтелекту. Вирішення цієї проблеми дозволить фахівцям, які не навчені програмуванню, безпосередньо мовою «ділової прози» в діалоговому режимі працювати з ЕОМ і за її допомогою формувати необхідні рішення. Таким чином, рішення проблеми подання знань у комп'ютерних системах дозволить суттєво посилити інтелектуальну творчу діяльність людини за рахунок ЕОМ. Зупинимося на історії розвитку цієї проблеми. З появою ЕОМ відкрилася можливість електронного подання знань. На першому етапі це були самі дані і програми, що їх обробляють. Взаємодія фахівців різних профілів, в інтересах яких використовувалися ЕОМ, здійснювалося через математиків-прикладників і програмістів. Надалі відбулося відділення даних від програм – з'явилися бази і банки даних, що, в свою чергу, дозволило створювати інформаційно-довідкові, інформаційно-пошукові системи різних типів. З'явився діалоговий режим взаємодії людини з ЕОМ, який у певних межах дозволив забезпечити роботу фахівців, не навчених програмуванню. У свою чергу, створення банків даних та баз даних, а також найскладніших програм багато в чому стало можливим тому, що докорінно змінилися і мова, і принципи програмування. Практично вся представлена тут еволюція спиралася на важкий, але наполегливо здійснюваний процес зближення мов ЕОМ з людською мовою. Певні успіхи в цій галузі дозволили свідчити навіть про інтелектуалізацію ЕОМ. У першу чергу, проблема зближення мов вирішувалася для створення великих інформаційно-пошукових систем, де користувач спілкувався з ЕОМ обмеженою природною мовою, тобто мовою «ділової прози». Проблема змістового аналізу текстів, що виникла тут, одразу

поставила питання про побудову семантичної (змістової) моделі певної предметної сфери. Однак оскільки ЕОМ нині здатні обробляти тільки формалізовані дані, такі моделі могли бути побудовані тільки у разі успішної формалізації знань у цій сфері. У зв'язку з цим у теорії штучного інтелекту були розроблені формалізми представлення знань: семантичні мережі, фрейми, продукційні системи. Формалізми штучного інтелекту дозволили, з одного боку, будувати бази знань як абстрактну надбудову над базою даних, а з іншого – створювати моделі знань множини сфер описових і слабоформалізованих наук (геологія, медицина, біологія, суспільні науки та ін.). Однак не можна не враховувати того, що створювати штучний інтелект, подібний людському, шляхом повної формалізації всього навколишнього світу – це безуспішна спроба. Там, де починається абсолютна формалізація, закінчується справжній інтелект, що містить творчий початок, властивий людині. Інтерпретуючи це положення для комп'ютерних систем, можна стверджувати, що повна формалізація – це ворог штучного інтелекту.

Сьогодні ЕОМ свідомо використовуються як засіб представлення знань. Однак самі ЕОМ містять не знання, а інформацію, тобто подання або модель знання. На основі цієї моделі користувач відтворює необхідні йому знання. Вміст пам'яті ЕОМ нерівносильний людському знанню, яке є набагато більш складним феноменом, але може слугувати зручною для комунікації моделлю цього знання. Цей принцип моделювання професійних знань полягає в основі експертних систем. Оскільки експертні системи безпосередньо допомагають у здійсненні інтелектуальної діяльності людини, то розробку експертних систем часто відносять до досягнень у сфері штучного інтелекту. Однак багато фахівців вважають експертні системи ефективною альтернативою штучного інтелекту, хоча в їх створенні використаний ряд сучасних досягнень зі сфери штучного інтелекту. У той час, як штучний інтелект становить завдання створення інтелектуальних моделей дійсності, що забезпечують доцільну поведінку, основне в розробці експертних систем – це модель професійних знань про певні аспекти дійсності, властивих людині – експерту або

декільком експертам. Розробки у сфері штучного інтелекту спрямовані на заміну інтелектуальних функцій людини функціями ЕОМ. На противагу цьому експертні системи не лише не передбачають витіснення людини з будь-яких інтелектуальних сфер діяльності, а навпаки, орієнтуються на те, що професійні знання фахівця, як правило, краще описують погано структуровану дійсність, ніж будь-яка штучна модель, а роль експертних систем полягає в тому, щоб зробити знання одного або декількох експертів надбанням будь-якого фахівця у цій сфері незалежно від просторово-часових обмежень. При цьому від користувача експертної системи як умови ефективного використання консультацій, що представляються, потрібно професійне творче володіння предметом. В ідеалі користувач у процесі взаємодії з експертною системою сам стає експертом, знання якого враховуються в цій системі. Якщо штучний інтелект традиційно відводить людині пасивну роль особи, перекладає на ЕОМ тягар важких рішень, то експертні системи орієнтуються на творчість користувача, здатного самостійно ухвалювати відповідальні рішення з урахуванням професійних знань, які представляються йому через експертні системи.

4.11. Моделювання в інформаційній безпеці

Розглянемо можливості застосування методів моделювання для опису інформаційної безпеки систем. Варто зазначити, що моделювання систем захисту інформації наштовхується на суттєві труднощі, серед яких потрібно визначити такі:

• математична модель розглядає систему захисту в деякому стаціонарному стані, у дійсності ж система проходить шлях від повної відсутності захисту до повного оснащення її захисними механізмами, а це досить важко врахувати;

• важко формально описати різні аспекти захисту, але ще важче їх реалізувати на практиці;

• має місце виняткове різноманіття систем, для яких необхідно вирішувати задачу захисту інформації (операційні системи, СКБД, локальні чи корпоративні мережі тощо);

• розробка та впровадження інформаційних технологій (зокрема, і засобів захисту) нині набуло вибухового характеру, внаслідок чого теорія просто не встигає за практикою, отже, практика не базується на теорії, а теорія вчасно не використовує досягнення практики;

• наявність найважливішого фактору – людина, людино-машинні системи взагалі неможливо якісно моделювати.

Проте все ж вдається побудувати моделі, які описують деякі важливі аспекти інформаційної безпеки, такі як питання доступу суб'єктів до об'єктів: захищена інформація, оцінка вартості захисту, процес захисту інформації та ін.

4.11.1. Модель безпеки системи

Однією з перших спроб використати математичну модель для опису механізму захисту була модель ADEPT-50. Це – модель безпеки системи.

Приклад 4.12. Модель АДЕРТ-50 включає чотири типи об'єктів, що мають відношення до безпеки: користувачі (*u*), завдання (*j*), термінали (*t*) і файли (*f*), причому кожний з об'єктів описується певною чотирьохмірною структурою (автори називали її кортежем) (*A, C, F, M*), який містить основні параметри безпеки.

Як бачимо, зміст та назва наведених типів об'єктів і параметрів безпеки цілком визначаються тогочасною ситуацією (і, як наслідок, термінологією) у сфері комп'ютерних технологій: відсутність мережних технологій, великі обсяги технічного та апаратно-програмного забезпечення, як наслідок, їхньої недосконалості, складнощі в питаннях вводу-виводу інформації тощо.

Компетенція *A* – скалярна величина (фактично це лінійна порядкова шкала цінностей з використанням грифів таємності) – елемент з набору ієрархічно впорядкованих положень про безпеку, таких як, наприклад: НЕТАЄМНО, КОНФІДЕНЦІЙНО, ТАЄМНО, ЦІЛКОМ ТАЄМНО.

Категорія *C* – дискретний набір рубрик (множин). Варто зазначити, що категорії не залежать від рівня компетенції. Як приклад,

можна навести такий набір: ОБМЕЖЕНО, ТІЛЬКИ ДЛЯ ПЕРЕГЛЯДУ, ЯДЕРНИЙ, ПОЛІТИЧНИЙ.

Повноваження *F* – множина користувачів, які мають право на доступ до певного об'єкта; це підмножина всієї множини користувачів.

Режим *M* – набір видів доступів (множина), які може здійснювати користувач до певного об'єкта (або множини об'єктів). Наприклад: ЧИТАТИ, ЗАЛУЧИТИ ДАНІ, ВИКОНАТИ ПРОГРАМУ.

Обмеження доступу, тобто реалізація механізму захисту, починається з фіксації множин користувачів та їхніх можливостей щодо доступу. Це реалізується таким чином.

Введемо позначення: $U = \{u_i, i = 1,..., n\}$ – набір усіх відомих системі користувачів, $F(i) = \{u_j, j = 1,..., m \le n\}$ – набір користувачів, що мають право використовувати об'єкт i (іншими словами, набір користувачів, яким «дозволено» знати об'єкт i). Як об'єкт, тут може виступати завдання, термінал та файл.

Тепер залишається сформувати такі прості правила, за якими функціонує система Σ, тобто за якими користувач послідовно здійснює доступ:

1. Користувач u_i отримує доступ до системи Σ тоді і тільки тоді, коли $u_i \in U$, або інакше $\forall u_i \to \Sigma \Leftrightarrow u_i \in U$.

2. Користувач u_i отримує доступ до термінала t_j тоді і тільки тоді, коли $u_i \in F(t_j)$, тобто $\forall u_i \to t_j \Leftrightarrow u_i \in F(t_j)$.

3. Користувач u_i отримує доступ до файла f_k тоді і тільки тоді, коли $A(j_l) \ge A(f_k)$, $C(j_l) \supseteq C(f_k)$, $M(j_l) \supseteq M(f_k)$, $u_i \in F(f_k)$.

Останнє правило фіксує важливу вимогу, що всі привілеї виконуваного завдання повинні бути більшими, ніж привілеї файла, або дорівнювати їм, а також, що всі користувачі u_i повинні належати до множини тих користувачів, які мають право використовувати файл f_k., тобто $u_i \in F(f_k)$. Така вимога цілком зрозуміла, оскільки з точки зору інформаційної безпеки найбільш важливим об'єктом системи є файл. Наприклад, найвищим повноваженням доступу до файла для користувача «ЦІЛКОМ ТАЄМНО», який виконує завдання з термінала «КОНФІДЕНЦІЙНО», буде, звичайно, тільки «КОНФІДЕНЦІЙНО».

Задаючи частину параметрів безпеки певним чином (у вигляді констант для кожної конкретної системи), можна отримати таку матрицю визначення параметрів безпеки. У таблиці наведено також приклад призначення привілеїв новому створеному файла.

Об'єкт	***A***	***C***	***F***	***M***
Користувач u_i	Константа	Константа	$\{u_i\}$	Константа
Термінал t_j	Константа	Константа	$F(t_j)$	Константа
Завдання j_l	$Min(A(u_i), A(t_j))$	$C(u_i) \cap C(t_j)$	$F(j_l)$	$M(u_i) \cap M(t_j)$
Файл f_k	Константа	Константа	$F(f_k)$	Константа
Новий файл $f = (f_1, f_2)$	$Max(A(f_1), A(f_2))$	$C(f_1) \cup C(f_2)$	$F(j_l)$	$M(f_1) \cap M(f_2)$

Як бачимо, новий створений (з використанням даних (f_1, f_2)) у системі файл f отримує найвищі параметри безпеки серед параметрів даних (f_1, f_2), що його складають. Крім того, звернемо увагу на зв'язок між параметрами у стовпчиках для C і M. Для об'єкта «Завдання j_l» результуючі параметри C і M беруться як перетини відповідних множин. Водночас для нового файла параметр C береться як об'єднання множин. Це легко зрозуміти, зважаючи на те, що новий файл має належати до обох категорій, яким належали старі файли, а привілеї завдання повинні бути не більшими, ніж найменший привілей з пари користувач – термінал.

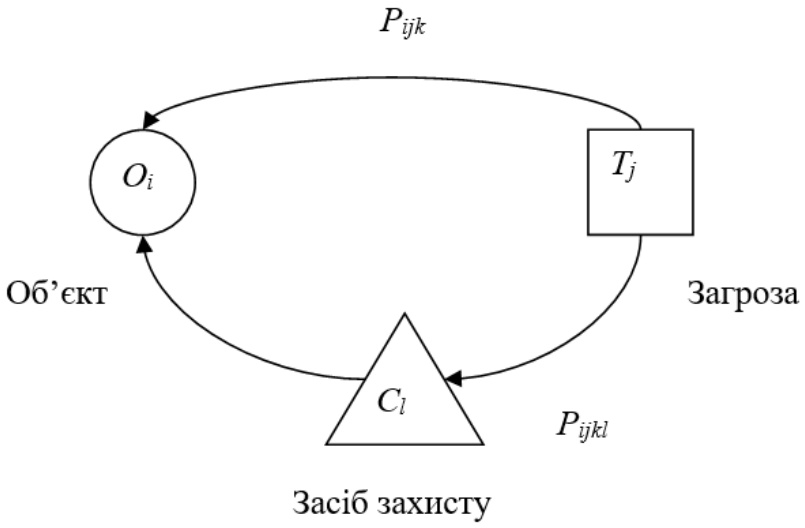
Чотирьохмірний кортеж безпеки, отриманий на основі прав завдання, а не прав користувача, використовується в моделі для управління доступом. Така «парасолька завдань» забезпечує однорідний контроль прав на доступ над неоднорідною множиною програм і даних, файлів, користувачів і терміналів. Варто додати також, що ця перша модель безпеки виявилася досить вдалою спробою опису механізму доступу і деякі її варіанти досі ще є актуальними. За сучасною термінологією, це – модель дискреційного доступу.

4.11.2. Модель процесу захисту системи

Іншим прикладом застосування загальних моделей захисту може бути модель процесу захисту.

Приклад 4.13. У самому загальному виді процес захисту інформації можна представити в такому вигляді.

Вважатимемо, що обробка інформації на об'єктах системи здійснюється в умовах дії на інформацію загроз (або дестабілізуючих факторів – ДФ). Для протидії загрозам інформації можуть використовуватися спеціальні засоби захисту, які здійснюють нейтралізуючу дію на ДФ. Нехай O_i – *i*-ий об'єкт захисту, стан якого може змінюватися за часом, T_j – дестабілізуючий фактор, C_l – засіб захисту. Тоді процес захисту інформації можна представити у вигляді такої схеми. Система може перебувати в різних станах, що підкреслюється індексом *k*.



Тоді якщо P_{ik} є ймовірністю захищеності *i*-го об'єкта в *k*-му стані і ці ймовірності є незалежними, то:

$$P_i = 1 - \prod_{\forall k} (1 - P_{ik})\alpha_k ,$$

де α_k – доля *k*-го стану (режиму роботи) ІТС за період часу, що аналізується. Цю долю найбільш об'єктивно можна оцінити, вважаючи представлення α_k у вигляді долі інтервалу часу ІТС в *k*-му

стані (Δt_k) в загальній тривалості часу, який оцінюється величиною ΔT, тобто:

$$\alpha_k = \frac{\Delta t_k}{\Delta T}.$$

Для загального випадку, звичайно, ватро вважати, що СЗІ може бути неповною в тому сенсі, що в ній можуть бути відсутніми засоби попередження деяких ДФ. Тоді:

$$P_{ik} = P'_{ik} P''_{ik},$$

де P'_{ik} – ймовірність захищеності інформації на *i*-ому об'єкті в *k*-му його стані (режимі роботи) від сукупної дії від тих ДФ, для протидії яким у системі захисту не передбачені засоби захисту; P''_{ik} – те ж для ДФ, протидія яким можлива на основі засобів захисту, що присутні в системі захисту.

У свою чергу,

$$P'_{ik} = \prod_{\forall j} (1 - P_{ikj}),$$

де *j* приймає значення номерів тих ДФ, проти яких відсутні засоби захисту, P_{ikj} – ймовірність реалізації цих ДФ, а:

$$P''_{ik} = \prod_{\forall j} \prod_{\forall l} (1 - P_{ikjl}),$$

де *j* приймає значення номерів ДФ, для протидії яким у системі захисту передбачені засоби захисту; *l* – значення номерів тих засобів захисту інформації, які діють на ДФ з номером *j*; P_{ikjl} – ймовірність їхнього подолання. Ймовірність надійного захисту інформації для групи об'єктів визначається за формулою:

$$P(\Delta T) = \prod_{\forall i} P_i.$$

Можна урахувати також фактор часу. Дійсно, показники захищеності, що мають вигляд отриманих раніше залежностей, будуть справедливими для деякого невеликого інтервалу часу δt. Якщо ж інтервал часу ΔT, на якому оцінюється захищеність інформації, набагато більший, ніж δt, то:

$$P(\Delta T) = \prod_{\forall z} P_z(\delta t),$$

де $z = \left[\frac{\Delta T}{\delta t} \right]$ (квадратні дужки означають частину від частки), $P(\delta t)$ – показник захищеності інформації на z-ому проміжку часу завдовжки δt. Звернемо ще раз увагу на те, що всі наведені формули отримані з урахуванням припущення про повну або майже повну незалежність дії всіх ДФ, а також усіх засобів захисту. Звичайно, таке припущення не завжди відповідає дійсності.

Розглянута модель привертає увагу своєю простотою: для визначення показників захищеності інформації досить знати ймовірносні характеристики дестабілізуючої дії на інформацію та ефективності функціонування засобів захисту. Однак основним недоліком моделі є те, що в ній цілком ігнорується взаємовплив ДФ і засобів захисту, а також неможливість отримати оцінки витрат від дії різних ДФ. Отже, таку модель можна використовувати лише для загальних наближених оцінок рівня захищеності.

4.11.3. Модель оцінки вартості захисту системи

Оцінка вартості захисту системи є досить важливим фактором під час створення системи захисту, адже саме така оцінка або спонукає до організації захисту в системі, або скасовує діяльність до захисту. Основним фактором для ухвалення рішення тут є запитання: що дорожче – інформація, яку необхідно захищати, чи витрати на її захист.

Приклад 4.14. Одним з можливих методів вартісної оцінки різних заходів щодо забезпечення безпеки може бути такий.

Нехай $I(x, y)$ – очікуваний об’єм інформації, який може отримати зловмисник (наприклад, грабіжник, що планує пограбувати банк), витративши x коштів для подолання захисту, на який захисником (наприклад, банком) витрачено y коштів. Нехай $f(N)$ – вартість об’єму в N одиниць інформації з точки зору зловмисника, а $g(N)$ – її вартість з точки зору захисника. Тоді чистий прибуток зловмисника $U(x, y)$ становитиме:

$$U(x, y) = f(I(x, y)) – x,$$

а чисті збитки для захисника і власника інформації $V(X, Y)$ становитимуть:

$$V(x, y) = g(I(x, y)) + y.$$

Зрозуміло, що зловмисник може змінювати свої витрати для максимізації значення першого виразу. Захиснику ж потрібно оцінювати вартість інформації, яка захищається, технічні можливості реалізації загроз і ймовірні ресурси зловмисника з метою мінімізації другого виразу. Якщо функції f, g, I диференційовані, то шукані значення x та y мають задовольняти умовам:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial x} = 0; \\ \dfrac{\partial V}{\partial y} = 0. \end{cases} \text{ або}$$

$$\frac{\partial}{\partial I} f(I(x, y)) \cdot \frac{\partial}{\partial x} I(x, y) = 1;$$

$$\frac{\partial}{\partial I} g(I(x, y)) \cdot \frac{\partial}{\partial y} I(x, y) = -1.$$

Для дослідження цієї моделі необхідно мати аналітичні або емпіричні вирази для величин:

• вартість інформації з точки зору зловмисника (тобто функції $f(N)$);

• вартість інформації з точки зору захисника (тобто функції $g(N)$);

• величину очікуваного об'єму інформації (тобто функції $I(x, y)$);

• вартість реалізації різних рівнів захисту;

• вартість можливих співвідношень між ступенями забезпеченості зловмисника (витрати зловмисника) і витратами захисника.

Як бачимо, їх досить важко визначити і часто вони залежать від конкретних деталей системи забезпечення безпеки й інформації, яка захищається. Тому, незважаючи на привабливість та простоту такої схеми, реалізувати її досить важко. Проте вона може використовуватися у комплексі з іншими моделями для отримання оціночних даних у задачах проектування систем захисту.

4.11.4. Модель вибору профілю захисту

Як відомо, для організації захисту інформації в державних установах існує ряд нормативних документів, які регламентують основні етапи проектування, розробки та експлуатації систем захисту. В Україні створено державний стандарт із захисту інформації, який являє собою систему нормативних документів і в якому наведено класифікацію сучасних інформаційно-технічних систем, а також детально подано процес організації захисту інформації в державних установах (служба безпеки, армія, банківські установи тощо). Зокрема, для спрощення проблем замовника системи захисту інформації визначено поняття профілю захисту – певного стандартизованого набору засобів, заходів та конкретних дій, які суттєво полегшують процес створення системи захисту інформації. Проте залишається важливе питання вибору такого профілю для конкретних ситуацій.

Приклад 4.15. Як відомо, під час проектування систем захисту в інформаційно-технічних системах необхідно вирішити задачу – на підставі аналізу характеристик системи обрати найбільш придатний профіль захисту. Стандартний функціональний профіль захисту (або просто профіль) – це мінімально необхідний перелік послуг захисту, що може забезпечити певний рівень захищеності інформації. Стандартом визначено 22 послуги декількох рівнів, з яких і формуються профілі. Відомо кілька десятків профілів з перерахуванням усіх вимог до механізмів і засобів захисту, що необхідні для реалізації кожного з профілів.

У подальшому залишається тільки реалізувати послуги, що входять до складу обраного профілю. Але як обрати необхідний профіль?

Нехай певним чином формалізовано поняття функціонального профілю, тобто кожному профілю поставлено у відповідність певний математичний образ (наприклад, вектор, компонентами якого будуть оцифровані послуги). Нехай також формалізовано поняття набору характеристик системи, тобто кожному

набору поставлено у відповідність певний математичний образ (наприклад, вектор, компонентами якого будуть оцифровані характеристики системи). Таким чином, отримуємо дві множини: множину векторів – функціональних профілів і множину векторів, що визначають систему.

Чи існує між множиною функціональних профілів та множиною систем якась функціональна (можливо, і невзаємнооднозначна) залежність?

Наявність такої функціональної залежності (формули) між цими двома множинами суттєво спростила б задачу визначення найбільш придатного для цієї системи функціонального профілю – визначаються характеристики системи і за формулою (якби вона існувала) просто обчислюється необхідний профіль. Більше того, цю процедуру легко можна було б реалізувати у вигляді відповідної комп'ютерної системи.

Кожному профілю поставимо у відповідність вектор $p = (p_1, ..., p_n)$ евклідова простору E^n, тобто $p \in E^n$, причому $p \in P$, де P – множина відомих профілів. У такий самий спосіб уведемо вектор характеристик системи $d = (d_1, ..., d_m)$, $d \in E^m$. Залежність між векторами p і d можна виразити за допомогою такого відображення:

$$F(d) = p,\ d \in D \subset E^m,\ F,\ p \in P \subset E^n,$$

де F – деяка функція (оператор), що відображає множину D (векторів-характеристик системи) на множину P (векторів-профілів).

Оскільки залежність $F(d)$ невідома, то виникає задача його визначення або задача ідентифікації моделі.

Спочатку зазначимо деякі загальні властивості оператора. Цей оператор вважаємо неперервним і диференційованим. Крім того, його можна довизначити в точці $d = 0$ таким чином: $F(0) = 0$. Це цілком співпадає з його практичною інтерпретацією – за відсутності будь-яких характеристик системи, тобто за $d = 0$ (фактично це означає взагалі відсутність системи), немає і профілю, тобто $p = 0$.

У подальшому, скориставшись розкладанням оператора $F(d)$ в ряд в околі точки $d = 0$ до лінійного члена:

$$F(d) \approx F(0) + F'(0)d$$

і позначивши $F'(0) = A$, врахувавши, що $F(0) = 0$, дістанемо:

$$F(d) = Ad = p,\ d \in D \subset E^m,\ p \in P \subset E^n.$$

Тепер за допомогою цього наближеного матричного представлення оператора, яке є лінійною математичною моделлю шуканого взаємозв'язку, можна сформулювати задачу її ідентифікації, яка на змістовному рівні полягає у такому: визначити параметри цієї моделі, тобто визначити елементи матриці A. Ця задача ідентифікації зводиться до задачі квадратичного програмування.

4.12. Резюме

Моделювання як багатоетапний процес дослідження складних систем у загальному випадку передбачає вирішення таких взаємопов'язаних завдань: розробка моделі, аналіз характеристик системи, синтез системи, детальний аналіз синтезованої системи.

Під час дослідження технічних систем з дискретним характером функціонування найбільш широке застосування отримали аналітичні, чисельні, статистичні (імітаційні) і комбіновані методи математичного моделювання.

У цьому розділі розглянуто ряд сфер, в яких регулярно й активно використовується моделювання. Зокрема, потрібно віднести моделювання в економіці, яке давно і плідно використовує математичні методи моделювання. Описано також використання моделювання під час дослідження систем масового обслуговування та моделювання у виробництві. Крім того, розглянуто проблеми моделювання в хімії, біології, геології, соціальній сферы та лінгвістиці. Окремо розглянуто проблему моделювання штучного інтелекту та винятково актуальну сучасну сферу – інформаційну безпеку.

4.13. Практикум: обговорення

Під час викладу будь-якої наукової і технічної дисципліни одним з основних питань є формування термінології, яка є в подальшому фундаментом для вивчення теоретичних і практичних аспектів цієї дисципліни. Метою формування термінологічної основи є встановлення однозначної відповідності між використовуваним терміном і вкладеним у нього змістовим сенсом.

Питання 1. Запропонуйте множину вхідних змінних та множину вихідних змінних моделі, а також множину параметрів моделі, якщо досліджуваний об'єкт – технологічний процес обробки деталей.

Обговорення. Функціонування технологічного процесу обробки деталей залежить насамперед від інтенсивності потоку деталей, що надходять на обробку. Структура технологічного процесу описується кількістю та послідовністю технологічних операцій, характеристиками обладнання, призначеного для виконання кожної операції технологічного процесу, кількістю працівників, зайнятих у кожній операції. До характеристик обладнання належать такі величини, як тривалість виконання технологічної операції, кількість одночасно оброблюваних деталей, пристроїв, що призначені для виконання технологічної операції. Складне обладнання, як правило, часто псується в процесі експлуатації, тому потрібно передбачити в моделі можливість виходу з ладу обладнання й описати процес виникнення та усунення несправностей обладнання. Основним показником ефективності технологічного процесу є інтенсивність вихідного потоку деталей. Важливими показниками є також коефіцієнт завантаження обладнання, працівників, зайнятих у технологічному процесі. У деяких задачах розглядається проблема накопичення деталей, що на цей момент не можуть опрацьовуватись технологічним процесом.

Множина вхідних змінних технологічного процесу обробки деталей може складатися залежно від цілі моделювання з таких змінних: інтенсивність надходження деталей на початок

технологічного процесу, кількість операцій технологічного процесу, кількість та характеристики обладнання, призначеного для виконання кожної операції технологічного процесу, кількість працівників, зайнятих у кожній операції технологічного процесу; ймовірныть виходу з ладу обладнання, тривалість виконання кожної операції технологічного процесу, кількість місць для зберігання деталей, що на цей момент не можуть опрацьовуватись технологічним процесом – для кожної операції технологічного процесу окремо. Множина вихідних змінних технологічного процесу обробки деталей може складатися залежно від цілі моделювання з таких змінних: інтенсивність вихідного потоку деталей на кінець технологічного процесу, завантаження обладнання, завантаження працівників, обсяги накопичення деталей у місцях зберігання. Як параметри технологічного процесу, обробки деталей, залежно від цілі моделювання, можуть розглядатись: кількість операцій технологічного процесу, кількість обладнання, що забезпечує виконання технологічного процесу, кількість працівників, зайнятих у технологічному процесі; наявність місць для зберігання деталей, що на цей момент не можуть опрацьовуватись технологічним процесом.

Питання 2. Запропонуйте множину вхідних змінних та множину вихідних змінних моделі, а також множину параметрів моделі, якщо досліджуваний об’єкт – система управління транспортним рухом на перехресті.

Обговорення. Множина вхідних змінних системи управління транспортним рухом на перехресті може складатися, залежно від цілі моделювання, з таких змінних: інтенсивність надходження автомобілів на ділянку транспортного руху, ймовірності вибору маршруту слідування автомобіля. Множина вихідних змінних системи управління транспортним рухом на перехресті може складатися, залежно від цілі моделювання, з таких змінних: обсяги накопичення автомобілів на кожному напрямку руху, середній час очікування автомобіля на кожному напрямку руху, максимальний час очікування автомобіля на перехресті. Як параметри системи управління транспортним рухом, залежно від цілі

моделювання, можуть розглядатися: структура перехрестя (Т-подібне перехрестя, Х-подібне, кільце), кількість напрямків руху, кількість рядів руху для кожного напрямку руху, параметри управління транспортним рухом – наявність керування світлофорними об'єктами, наявність дорожніх знаків, кількість світлофорних об'єктів та їхні характеристики – кількість фаз управління та їхня структура, тривалість горіння червоного, жовтого та зеленого світла у кожному напрямку впродовж кожної фази, параметри автомобілів, що надходять, – їх габарити, маршрути слідування, швидкість руху.

Питання 3. Поставте задачу моделювання для системи обслуговування клієнтів у банку з метою визначення кількості клієнтів, що перебувають у приміщенні банку.

Обговорення. Для відомих значень інтенсивності надходження клієнтів у банк, інтенсивності обслуговування клієнтів у касирів банку та клерків залежно від виду банківської операції, ймовірності звернення клієнта до касира або клерка знайти середню та найбільшу кількість клієнтів у банку, що обслуговуються або очікують обслуговування, якщо відомі кількість касирів, клерків, різних банківських операцій та ймовірності їхнього затребування клієнтом банку, а також обслуговування клієнтів у банку.

Питання 4. Поставте задачу оптимізації для системи обслуговування клієнтів у банку з метою визначення найменшої кількості касирів та клерків, що забезпечують обслуговування клієнтів за умови, що кількість клієнтів, які очікують обслуговування, не перевищує десяти.

Обговорення. Для відомих значень інтенсивності надходження клієнтів у банк, інтенсивності обслуговування клієнтів у касирів банку та клерків залежно від виду банківської операції, ймовірності звернення клієнта до касира або клерка визначити найменшу кількість касирів, що забезпечує найбільшу кількість клієнтів у чергах меншу або рівну десяти, якщо відома процедура обслуговування клієнтів у банку.

Питання 5. Поставте задачу управління для системи транспортного руху на перехресті, керованому світлофорами, з метою забезпечення найменшого накопичення автомобілів на перехресті.

Обговорення. Для відомих значень інтенсивності надходження автомобілів у кожному напрямку руху, кількості рядів руху у кожному напрямку, інтенсивності від'їзду автомобілів з перехрестя за зеленим сигналом світлофора визначити тривалість горіння зеленого та червоного сигналів світлофора у кожному напрямку руху, що забезпечують найменше значення спостережуваної найбільшої кількості автомобілів, які очікують переїзду перехрестя, якщо відомі правила дорожнього руху на перехресті.

Питання 6. Поставте задачу прогнозування для системи маркетингу товару визначеного виду з метою оцінювання обсягів закупок товарів.

Обговорення. Для відомих спостережуваних значень змінювання попиту на товар визначеного виду впродовж року, змінювання кількості реклами, збільшення кількості видів використовуваної реклами прогнозувати подальше змінювання попиту на товар.

Питання 7. Наскільки необхідний детальний аналіз спроектованої системи?

Обговорення. Настільки, наскільки важливо отримання якісного проекту синтезу системи. Завдання синтезу зазвичай вирішується з використанням порівняно простих моделей, що дозволяють отримати рішення в явній аналітичній формі. При цьому похибка моделі, а також методів розрахунку.

Питання 8. Рівняння Кортевега – де Фріза і солітони.

Обговорення. Моделювання на основі призначених для користувача рівнянь входить у функціонал базової платформи COMSOL Multiphysics. За допомогою нього можна створювати свої моделі, засновані на довільних математичних рівняннях безпосередньо в графічному інтерфейсі користувача (GUI) ПЗ.

Цей функціонал дає повний контроль над моделлю. Ви можете точно налаштовувати модель під будь-які спеціальні вимоги або ускладнювати її в міру необхідності. Для забезпечення такої гнучкості в COMSOL Multiphysics використовується вбудований інтерпретатор математичних рівнянь і виразів. Також можна скористатися інструментами Physics Builder (Будівник фізичних інтерфейсів), щоб створити власний фізичний інтерфейс, або Application Builder (Середовище розробки додатків), щоб створити новий інтерфейс (UI) для користування.

Використовуючи зазначений функціонал, можна використовувати і задавати:

– диференціальні рівняння в часткових похідних (PDE);

– звичайні диференціальні рівняння (ODE);

– алгебраїчні рівняння;

– алгебраїчні диференціальні рівняння (DAE);

– рухливі сітки на основі методів Лагранжа-Ейлера (Arbitrary Lagrangian-Eulerian – ALE);

– розрахунки з використанням криволінійних координат;

– аналіз чутливості.

Можливості моделювання на основі призначених для користувача рівнянь визначаються лише вашою фантазією і творчим підходом, а також доступними обчислювальними і тимчасовими ресурсами. Давайте розглянемо три приклади, які дозволять детальніше дізнатися про цей функціонал.

1895 року для опису нелінійних хвиль у воді було отримано рівняння Кортевега – де Фріза (далі – КдФ). Оскільки у рівнянні відсутня дисипація, то хвилі фактично повинні поширюватися нескінченно. Сьогодні такі хвилі називаємо солітони. Вони розглядаються як поодинокі «горби», які можуть поширюватися на великі відстані без зміни швидкості і форми.

Нині інженери використовують рівняння КдФ у т.ч. для аналізу світлових хвиль. Таким чином, солітони в основному застосовуються в оптоволоконних системах.

Для розв’язку рівняння КдФ у COMSOL Multiphysics користувачі можуть додати рівняння в часткових похідних і звичайні диференціальні рівняння (далі – ЗДУ) в інтерфейс програми,

використовуючи математичні вирази і підбираючи необхідні коефіцієнти. Можна легко визначити залежні змінні і коефіцієнти у фізичному інтерфейсі General Form PDE (загальна форма диференціального рівняння в часткових похідних).

Після коректного налаштування користувачі зможуть задати початковий імпульс в оптоволокні та змоделювати результуючі хвилі або солітони. Відповідно до рівняння КдФ швидкість імпульсу визначає його амплітуду і ширину. Ці параметри можна отримати і проаналізувати за результатами розрахунку. Крім того, результати моделювання покажуть, що, як і лінійні хвилі, солітони можуть стикатися, а потім відновлювати свою форму. Це суперечливе відкриття було б складно зробити без допомоги моделювання.

Якщо хочете дізнатися більше про ці приклади, ознайомтеся з навчальною моделлю «Рішення рівняння КдФ» у Галереї моделей і додатків.

Питання 9. Електричні сигнали серця.

Обговорення. Тепер перейдемо до наступного прикладу. У ньому побачимо, як можна використовувати моделювання для аналізу ритмічних скорочень і розслаблень серця. Ритмічні скорочення виникають, коли серце посилає імпульс іонного струму через м’яз. Під час цього процесу іони переміщаються через невеликі пори, які перебувають у відкритому (збудженому) або закритому (спокійному) станах всередині клітинної мембрани. Таким чином, щоб краще зрозуміти дію серцевих ритмів, потрібно розрахувати електричну активність серцевих тканин.

Моделювання електричних імпульсів серця – непроста задача, яка включає моделювання й опис властивостей збудженого середовища. Однією із сформованих практик вирішення цієї задачі є використання двох наборів рівнянь для опису різних аспектів поширення електричного сигналу. Розглянемо модель «Поширення електричних сигналів у серці», яку нам надали доктор Крістіан Черубіні (Christian Cherubini) і професор Сімонетта Філіппі (Simonetta Filippi) з Римського біомедичного університету Італії. У цьому прикладі використовується модель Фітцхью –

Нагумо і комплексна теорія Гінзбурга – Ландау, які реалізовані в COMSOL Multiphysics через фізичні інтерфейси для завдання диференціальних рівнянь у часткових похідних (PDE-інтерфейси).

Використання двох різних диференціальних рівнянь у часткових похідних для аналізу поширення електричних сигналів у серцевих тканинах

Використовуючи рівняння з моделі Фітцхью – Нагумо для розрахунку порушуваних тканин, вчені створили просту фізіологічну модель серця з двома змінними – активатором (у цьому випадку їм є електричний потенціал) та інгібітором (залежна від напруги змінна, яка визначає ймовірність того, що пори мембрани відкриті і по ним може протікати іонний струм). Використовуючи ці рівняння і різні параметри, користувачі можуть візуалізувати поворотну хвилю (reentrant wave), яка поширюється навколо тканин без загасання, що призводить до її характерної спіралевидної форми. За допомогою цієї моделі можна візуалізувати ефекти, аналогічні дії аритмії, що порушує нормальний ритм серця.

За допомогою комплексних рівнянь Гінзбурга – Ландау вчені змоделювали перехід системи від періодичного коливального стану до хаотичного. Під час цього процесу амплітуда коливань поступово збільшується, а період – зменшується. Такі рівняння використовуються для вивчення динаміки поширення спіралеподібних хвиль у збудженому середовищі. Результати демонструють дифузію компонентів з характерними спіралевідними паттернами, які з часом стають більш складними.

Одночасне використання двох наборів рівнянь у моделі дозволяє візуалізувати складні явища реального світу.

Питання 10. Атрактор Лоренца.

Обговорення. Спочатку про поняття атрактора.

Атрактор (англ. attract – притягати) – множина точок у фазовому просторі, до якої збігаються фазові траєкторії дисипативної системи. Атрактори можуть бути точковими (точки рівноваги), лініями (граничні цикли), поверхнями і навіть складними багатовимірними фрактальними структурами.

Якщо розглянути рівняння Лоренца, за допомогою яких можна створити просту математичну модель атмосферної конвекції, то вони також пов’язані з атракторами. Під час використання певних значень параметрів і початкових умов система звичайних диференціальних рівнянь (система Лоренца) матиме хаотичні рішення. Одним з таких рішень є атрактор Лоренца, який виглядає, як вісімка або метелик у разі побудови у фазовому просторі на екрані.

Для створення моделі атрактор Лоренца в програмне забезпечення необхідно додати систему трьох пов’язаних ЗДУ з трьома ступенями свободи. Це досить легко зробити, використовуючи фізичний інтерфейс Global ODEs and DAEs для завдання системи Лоренца.

Потім користувачі можуть візуалізувати вихідне рішення, яке буде схоже на атрактор, і вивчити зростання досить невеликого обурення, доданого до цих початковими даними. Результати показують, як збільшується з плином часу різниця між рішенням вихідної задачі і задачі з додаванням незначного обурення. Також результати моделювання показують, що з вибраними значеннями параметрів система (у фазовому просторі) виходить на атрактор Лоренца у вигляді метелика.

4.14. Самоконтроль

4.14.1. Перелік питань

1. Перерахуйте основні виробничі операції, що виконуються під час моделювання виробничих дискретних процесів складання.

2. Виконайте завдання «Моделювання процесу складання комп’ютерів».

3. Виконайте завдання «Моделювання роботи маршрутних таксі».

4. Визначте імовірнісні характеристики часу передачі повідомлень між абонентами регіональної мережі обчислювальних машин.

5. Наведіть приклади застосування моделювання в різних сферах людської діяльності.

6. У чому полягає основна відмінність моделювання в техніці та економіці?

7. Що описують макроекономічні моделі?

8. Що описують мікроекономічні моделі?

9. Подайте приклади лінійних моделей.

10. Що таке нелінійна модель?

11. Що дає використання звичайних диференціальних рівнянь у процесі моделювання?

12. Що дає використання диференціальних рівнянь з частковими похідними під час моделювання?

13. Чому процеси моделювання в інформаційній безпеці наштовхуються на великі труднощі?

14. Що таке регресійна залежність?

15. Наведіть сфери застосування комп'ютерного моделювання в геології.

4.14.2. Тестові питання

1. Швидкість руху тіла – це:

а) перша похідна від переміщення тіла за часом;

б) друга похідна від переміщення тіла за часом;

в) добуток переміщення на час руху;

г) інтеграл від швидкості руху тіла за певний проміжок часу;

д) добуток прискорення на час руху.

2. Математична модель – це:

а) система алгебраїчних співвідношень;

б) система звичайних диференціальних рівнянь;

в) система диференціальних рівнянь у часткових похідних;

г) система інтегральних рівнянь;

д) система будь-яких математичних співвідношень (рівнянь, нерівностей тощо).

3. Під час вивчення об’єкта реальної дійсності можна створити:

а) одну єдину модель;

б) кілька різних видів моделей, кожна з яких відображає певні суттєві ознаки об’єкта;

в) одну модель, яка відображатиме сукупність ознак об’єкта;

г) точну копію об’єкта в усіх проявах його властивостей і поведінки;

д) креслення конкретної будівлі.

4. Схема електричного кола є:

а) табличною інформаційною моделлю;

б) ієрархічною інформаційною моделлю;

в) графічною інформаційною моделлю;

г) словесною інформаційною моделлю;

д) математичною моделлю.

5. Вкажіть у моделюванні процесу дослідження температурного режиму кімнати мету моделювання:

а) конвекція повітря в кімнаті;

б) дослідження температурного режиму кімнати;

в) кімната;

г) температура;

д) тиск повітря.

6. Вибрати пару об’єктів, про які можна зазначити, що вони перебувають у відношенні «об’єкт – модель»:

а) країна – її столиця;

б) болт – креслення болта;

в) курка – курчата;

г) О. С. Пушкін – М. М. Гончаров;

д) начальник – підлеглий.

7. Як можна охарактеризувати метод Монте-Карло:

а) як точний метод, що моделює на ЕОМ випадкові числові послідовності із заданими імовірнісними характеристиками;

б) як точний метод, що моделює на ЕОМ псевдовипадкові числові послідовності із заданими імовірнісними характеристиками;

г) як чисельний метод, що моделює на ЕОМ випадкові числові послідовності із заданими імовірнісними характеристиками;

д) як найпотужніший метод моделювання технічних систем.

8. Чи може ідеальний електричний контур бути моделлю ідеального математичного маятника:

а) ні, тому що обидва випадки – вже моделі;

б) так, за відсутності зовнішнього впливу (гомоморфізм);

в) так, за відсутності консервативних сил (гомоморфізм);

г) так, це випадок ізоморфізму;

д) ні, тому що ідеальних маятників не існує.

9. Матеріальна точка це не тільки математична, а й:

а) знакова модель;

б) наочна модель;

в) натурна модель;

г) фізична модель;

д) вербальна модель.

10. Формалізація – це:

а) етап переходу від змістовного опису зв’язків між виділеними ознаками об’єкта до опису, який використовує деяку мову кодування;

б) заміна реального предмета знаком або сукупністю знаків;

в) перехід від нечітких задач, що виникають у реальній дійсності, до формальних інформаційних моделей;

г) виділення суттєвої інформації про об’єкт;

д) побудова математичної моделі.

11. Інформаційною технологією називається:

а) процес, який визначається сукупністю засобів і методів обробки, виготовлення, зміни стану, властивостей, форми матеріалу;

б) зміна вихідного стану об’єкта;

в) процес, що використовує сукупність засобів і методів обробки і передачі первинної інформації нової якості про стан об’єкта, процесу або явища;

г) сукупність певних дій, спрямованих на досягнення поставленої мети;

д) процес створення комп’ютера.

12. Інформаційна модель, що складається з рядків і стовпців, називається:

а) таблиця;

б) схема;

в) графік;

г) креслення;

д) вербальна модель.

13. Моделлю організації знань можна вважати:

а) розклад уроків;

б) зміст підручника;

в) список літератури;

г) дзвінок на урок;

д) бібліотеку.

14. Формальною моделлю є:

а) анатомічний муляж;

б) технічний опис;

в) малюнок;

г) формула;

д) макет будівлі.

15. Встановіть відповідність:

а) таблиця типу «об’єкт – властивості»;

б) таблиця типу «об’єкт – об’єкт»;

в) двійкова матриця;

г) формалізація:

– відбиває взаємозв’язок між різними об’єктами;

– один рядок містить інформацію про один об’єкт. Стовпці – окремі характеристики об’єктів;

– відбиває якісний характер зв’язків між об’єктами;

– результат переходу від реальних властивостей об’єкта моделювання до їхнього формального позначення.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Алиев Т. И. Основы моделирования дискретных систем / Т. И. Алиев. – СПб. : СПбГУ ИТМО, 2009. – 363 с.

2. Альтшуллер Г. С. Найти идею / Г. С. Альтшуллер. – Новосибирск, 1986.

3. Антонович А. В. Организация компьютерных систем в нефтегазовой отрасли [текст] / А. В. Антонович // Томск-инфо. – 2009. – № 2. – С. 3.

4. Антонюк А. О. Моделювання систем захисту інформації: монографія / А. О. Антонюк; Державна фіскальна служба України, Університет ДФС України. – Ірпінь, 2016. – 446 с.

5. Барганалиева Ж. К. Компьютерное моделирование : методическое пособие по информатике / Ж. К. Барганалиева. – Б., 2014. – 76 с.

6. Беляева М. А. Моделирование систем : конспект лекций : в 2 ч. – Ч. 1 / М. А. Беляева; Моск. гос. ун-т печати имени Ивана Федорова. – М. : МГУП имени Ивана Федорова, 2012. – 188 с.

7. Бондаренко Н. Ф. Моделирование продуктивности агроэкосистем / Н. Ф. Бондаренко. – Л., 1982.

8. Буркерт У. Молекулярная механика / У. Буркерт, Н. Аллинжер. – М. : Мир, 1986. – 364 с.

9. Васильев А. А. Компьютерное моделирование [Электронный ресурс] / А. А. Васильев. – Режим доступа : http://www.ctc.msiu.ru/materials/Book2/ch_09_model/01_model/01_comp_model/index.html.

10. Виноградов Е. Б. Современная геология [текст] : научное издание / Е. Б. Виноградов. – Екатеринбург : Изд-во ЕПД, 2007. – 81 с. – 500 экз. ISBN 5-7174-0222-8.

11. Горстко А. Б. Модели управления эколого-экономическими системами / А. Б. Горстко, Ю. А. Домбровский, Ф. А. Сурков. – М., 1984.

12. Дейт К. Дж. Введение в системы баз данных / К. Дж. Дейт ; пер. с англ. – 8-е изд. – М. : Издательский дом «Вильямс», 2005. – 1328 с. : ил. – Парал. тит. англ.

13. Джефферс Д. Введение в системный анализ: применение в экологии / Д. Джефферс. – М., 1981.

14. Духанов А. В. Имитационное моделирование сложных систем : курс лекций / А. В. Духанов, О. Н. Медведева; Владим. гос. ун-т. – Владимир : Изд-во Владим. гос. ун-та, 2010. – 107 с.

15. Игнатьев А. А. Основы теории идентификации объектов управления : учеб. пособие / А. А. Игнатьев, С. А. Игнатьев. – Саратов : Сарат. гос. техн. ун-т, 2008. – 44 с.

16. Исаев В. Ю. Моделирование в геологи [Электронный ресурс] / В. Ю. Исаев. – Режим доступа : http://www.drtisygeology.ru/materials/Book2/ch_09_model /_model423/index

17. Клейнрок Л. Вычислительные системы с очередями. – М. : Мир, 1979. – 600 с.

18. Лем С. Сумма технологий. – М. : Мир, 1968.

19. Майер Р. В. Компьютерное моделирование как метод научного познания. Компьютерные модели и их виды [Электронный ресурс] / Р. В. Майер // Научный электронный архив. – Режим доступа : http://econf.rae.ru/article/6722

20. Теория выбора и принятия решений / И. М. Макаров и др. – М. : Наука, 1987.

21. Немухин А. В. Компьютерное моделирование в химии / А. В. Немухин ; Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова. – М., 2007.

22. Неуймин Я. Г. Модели в науке и технике / Я. Г. Неуймин. – Л. : Наука, 1984.

23. Никитин Е. Е. Теория элементарных атомно-молекулярных процессов в газах / Е. Е. Никитин. – М. : Химия, 1970. – 454 с.

24. Перегудов Ф. И. Введение в системный анализ : учеб. пособие для вузов / Ф. И. Перегудов, Ф. П. Тарасенко. – М. : Высш. шк., 1989. – 367 с.

25. Растригин Л. А. Кибернетика и познание / Л. А. Растригин. – Рига : Зипатне, 1978.

26. Ризниченко Г. Ю. Математические модели биологических продукционных процессов / Г. Ю. Ризниченко, А. Б. Рубин. – М. : Изд-во МГУ, 1988.

27. Сафронова В. М. Прогнозування та моделювання в соціальній роботі / В. М. Сафронова. – М., 2002.

28. Ситник В. Ф. Імітаційне моделювання : навч. посібник / В. Ф. Ситник, Н. С. Орленко. – К. : КНЕУ, 1998. – 208 с.

29. Советов Б. Я. Моделирование систем : учебник для вузов / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. – М. : Высш. шк., 1998. – 320 с.

30. Сорокін П. А. Система соціології / П. А. Сорокін. – Т. 2. – М., 1993.

31. Степанов Н. Ф. Квантовая механика молекул и квантовая химия / Н. Ф. Степанов, В. И. Пупышев. – М. : Изд-во МГУ, 1991. – 384 с.

32. Томашевський В. М. Моделювання систем / В. М. Томашевський. – К. : Видавнича група BHV, 2005. – 352 с.

33. Усамов А. И. Системный подход и общая теория систем / А. И. Усамов. – М. : Мысль, 1978.

34. Франс Дж. Математические модели в сельском хозяйстве / Дж. Франс, Дж. Торнли. – М., 1987.

35. Хаин В. Е. Геология [текст] : учебник для высших учебных заведений / В. Е. Хаин. – Москва : Изд-во Московского государственного университета, 1997. – 447 с. – 300 экз. ISBN 5-211-03504-6

36. Шэннон Р. Имитационное моделирование систем – искусство и наука / Р. Шэннон. – М. : Мир, 1978.

37. Юсов А. Б. Математическое моделирование в управлении социально-экономическими процессами / А. Б. Юсов; LAP LAMBERT Academic Publishing Gmbh & Co KG, 2015. – 128 с.

Корисні посилання в Інтернет:

38. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://www.ideanaroda.ru/4biblioteka/2fond/fondV/zernovmodel. htm

39. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://www.ecsocman.edu.ru/db/msg/54338

40. Міжнародне товариство комп’ютерного моделювання [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://www.scs.org/

41. Український портал з імітаційного моделювання [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://www.simulation.org.ua/

42. Російський портал з імітаційного моделювання [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://www.gpss.ru/

43. Найбільш загальні ресурси з моделювання [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://www.efg2.com/Lab/Library/SimulationAndModeling.htm

44. Загальна характеристика пакетів моделювання [Електронний ресурс]. – Режим доступу : www.tbm.tudelft.nl/webstaf/edwinv/SimulationSoftware/Review_Simple.htm

45. Підручник з імітаційного моделювання економічних процесів [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://glspro.narod.ru/teach/index.html

46. Підручник з моделювання [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://ermak.cs.nstu.ru/-shalag/enter.html

47. Моделювання : конспект лекцій [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://yevgeny.nm.ru/institut/model.html

48. Поведінка та функція витрат [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://pidruchniki.com/1961092653286/buhgalterskiy_oblik_ta_audit/povedinka_fun ktsiya_vitrat. – Назва з екрану.

49. Моделі поведінки витрат [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://posibniki.com.ua/post-modeli-povedinki-vitrat. – Назва з екрану.

50. Поведінка витрат [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://pfor.com/book_480_glava_13_2.3._Povedinka_vitrat.html. – Назва з екрану.

51. Пользовательский контент [Электронный ресурс] / Википедия. – Режим доступа : https://ru.wikipedia.org/ wikiПользовательский_контент

52. Sentiment Analysis [Електронний ресурс] / Wikipedia. – Режим доступу : https://en.wikipedia.org/wiki/Sentiment_analysis

53. Задача классификации [Электронный ресурс] / Википедия. – Режим доступа : https://ru.wikipedia.org/wiki/ Задача_классификации

54. Sentistrenth documentation [Електронний ресурс] / Sentistrenth. – Режим доступу : http://sentistrength.wlv.ac.uk/documentation/

55. 8 Tactics to Combat Imbalanced Classes in Your Machine Learning Dataset [Електронний ресурс] / Machinelearningmastery. – Режим доступу : https://machinelearningmastery.com/tactics-to-combat-imbalanced-classes-in-your-machine-learning-dataset/

56. API [Електронний ресурс] / Wikipedia. – Режим доступу : https://en.wikipedia.org/wiki/Application_programming_interface

57. Twitter documentation [Електронний ресурс] / Twitter. – Режим доступу : https://developer.twitter.com/en/docs

58. Discovertext [Електронний ресурс] / Discovertext. – Режим доступу : https://discovertext.com/pricing/

59. About discovertext gnip [Електронний ресурс] / Discover Text. – Режим доступу : https://discovertext.com/gnip-enabled-access-for-discovertext-users/

60. Visual Studio [Електронний ресурс] / Visual studio. – Режим доступу : https://www.visualstudio.com/ru/vs/pricing/

61. Microsoft Azure [Електронний ресурс] / Microsoft. – Режим доступу : https://azure.microsoft.com/en-us/pricing/details/machine-learning-studio/

62. Векторна модель [Електронний ресурс] / Вікіпедія. – Режим доступу : https://uk.wikipedia.org/wiki/Векторна_модель

63. Современные методы анализа тональности текста [Электронный ресурс] / Data Review. – Режим доступа : http://datareview.info/article/sovremennyie-metodyi-analiza-tonalnosti-teksta/

64. Немного про word2vec: полезная теория [Электронный ресурс] / Nlpx. – Режим доступа : http://nlpx.net/archives/179

65. Brown Clustering [Електронний ресурс] / Wikipedia. – Режим доступу : https://en.wikipedia.org/wiki/Brown_clustering

66. Machine Learning Tutorial: The Naпve Bayes Text Classifier [Електронний ресурс] / Datumbox blog. – Режим доступу : http://blog.datumbox.com/machine-learning-tutorial-the-naive-bayes-text-classifier/

67. Sentiment Symposium Tutorial: Classifiers [Електронний ресурс] / Christopher Potts. – Режим доступу : http://sentiment.christopherpotts.net/classifiers.html

Навчальне видання

СЕРІЯ «НА ДОПОМОГУ СТУДЕНТУ УДФСУ»

Антонюк Анатолій Олександрович

МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ

Навчальний посібник

Відповідальний за випуск	*Д. Ф. Салахова*
Редактор	*М. М. Грабарчук*
Форматування та комп'ютерна верстка	*О. В. Лисенко*

Здано до друку 26.11.2019. Формат 60×84/16.
Папір офсетний № 1. Гарнітура «Times New Roman».
Друк. арк. 23,8.
Тираж 300 примірників. Замовлення № 817.

Підготовлено до друку Видавничо-поліграфічним центром
Університету ДФС України
08200, вул. Університетська, 31, м. Ірпінь, Київська область, Україна

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до державного реєстру видавців, виготовлювачів і
розповсюджувачів видавничої продукції
Серія ДК № 5104 від 20.05.2016