

МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА:

МИНУЛЕ, СЬОГОДЕННЯ, МАЙБУТНЄ

*до 100-річчя
від дня народження
О. Ф. Семеновича*

*Міністерство освіти і науки України
Черкаський національний університет
імені Богдана Хмельницького*

**МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА:
минуле, сьогодення, майбутнє**

до 100-річчя від дня народження О. Ф. Семеновича

Монографія

за редакцією Н. А. Тарасенкової

Черкаси 2020

Рецензенти:

- К. М. Гнезділова* – доктор педагогічних наук, професор, професор кафедри дошкільної освіти Черкаського національного університету ім. Б. Хмельницького
- Р. А. Заторський* – доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри диференціальних рівнянь і прикладної математики ДВНЗ "Прикарпатський національний університет ім. Василя Стефаника

Математична освіта: минуле, сьогодення, майбутнє, до 100-річчя від дня народження О. Ф. Семеновича: монографія / М. І. Бурда та ін.; за ред. Н. А. Тарасенкової. – Черкаси: Видавець ФОП Гордієнко, 2020. 200 с.

ISBN 978-617-7886-08-1

Матеріали монографії призначені для широкого загалу науковців у галузі теорії та методики навчання математики, аспірантів, студентів математичних спеціальностей, викладачів математичних дисциплін, учителів математики.

*Роботу виконано за підтримки МОН України
(держ. реєстрац. номер 0119U101735)*

*Рекомендовано до друку Вченою радою Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького
(протокол № 2 від 05.11. 2020 року)*

ISBN 978-617-7886-08-1

© Н. А. Тарасенкова, автори, 2020
© Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького, 2020

ЗМІСТ

Передмова	5
Розділ 1. Життя і творчість О. Ф. Семеновича	7
1.1. Сторінки біографії О. Ф. Семеновича <i>Тарасенкова Н.</i>	8
1.2. Окремі статті О. Ф. Семеновича	15
1.3. Геометрія для 6-8 класів: сторінки підручника	23
1.4. Творче професійне середовище – детермінанта педагогічної майстерності О.Ф. Семеновича <i>Кляцька Л., Акуленко І.</i>	39
Розділ 2. Математика в початковій школі	47
2.1. Сучасний етап розвитку математичної освіти у початковій школі <i>Скворцова С.</i>	48
2.2. Методичні аспекти реалізації наступності під час навчання розв’язування задач учнів початкової та основної шкіл <i>Гаєвець Я., Тумбрукакі А.</i>	57
Розділ 3. Математична підготовка в базовій та профільній школі	70
3.1. Вступ до шкільного курсу геометрії у ретроспективі <i>Бурда М., Тарасенкова Н., Сердюк З.</i>	71
3.2. Впровадження динамічних інформаційних моделей у процес навчання стереометрії <i>Кульчицька Н., Черняхівська Ю.</i>	77
3.3. Модель інтерактивного навчання старшокласників початків математичного аналізу <i>Забранський В., Федосєєв С.</i>	89
3.4. Про деякі типи пошукових задач <i>Чернобай О.</i>	102
Розділ 4. Організація вивчення математики в ЗП(ПТ)О	108
4.1. Використання онлайн-інструментів при вивченні стереометрії у ЗП(ПТ)О машинобудівного профілю <i>Тінькова Д.</i>	109
4.2. Впровадження елементів STEM-навчання при вивченні математики в ЗП(ПТ)О <i>Юхименко О.</i>	121

ПРО ДЕЯКІ ТИПИ ПОШУКОВИХ ЗАДАЧ

Ольга Чернобай

Успішність вивчення оновленого шкільного курсу математики в значній мірі залежить від того, якими засобами та методами проводиться навчання. Досвід показує, що ідеї, закладені в чинній програмі та підручниках, не засвоюються учнями на належному рівні, якщо саме навчання математики не базується на основі збудження пізнавальної активності школярів, а ведеться застарілими методами, нехай навіть за досить активної діяльності вчителя, але пасивному ставленні учнів.

Одним із найбільш важливих засобів інтенсифікації навчання математики є ефективна організація та управління пошуковою діяльністю учнів в процесі розв'язування різноманітних математичних задач і вправ.

Важливим є той факт, що під час розв'язування задач в процесі навчання математики існує можливість найбільш природним чином формувати у школярів творчу активність поряд зі створенням системи математичних знань, умінь і навичок, що передбачені програмою та у шкільних підручниках математики.

Якщо термін «задача» розуміти досить широко (зокрема віднести до числа задач і довільну обчислювальну вправу, і довільну теорему, спосіб доведення якої потрібно встановити і вивчити, встановлення тих чи інших ознак математичного поняття, що вивчається, та відбір серед них тих ознак, котрі характеризують згадане поняття), то можна стверджувати, що вивчення математики здійснюється в процесі розв'язування задач. Але водночас уміння розв'язувати математичні задачі в наш час проявляються недостатньо, хоча саме ці вміння найбільш яскраво характеризують стан математичних знань здобувачів освіти та рівень їх математичного розвитку. Здебільшого це відбувається тому, що математичні задачі, які пропонуються в підручниках, як правило, обмежені однією темою, вимагають для їх розв'язування певних знань, умінь і навичок з одного, окремо взятого питання програмового матеріалу і не передбачають широких зв'язків між розділами курсу математики. Роль таких задач вичерпується протягом того часу, який відводиться на вивчення розглядуваного питання програми. Функціями таких задач при вивченні теоретичного матеріалу є: відображати теоретичне питання, що вивчається; роз'яснити його зміст; допомогти засвоїти навчальний матеріал через простіші вправи, що виконуються за зразком.

Звичайно, у системі задач шкільного курсу математики необхідні задачі ілюстративного характеру, тренувальні вправи, задачі, пов'язані з відпрацюванням певного математичного уміння, тобто задачі, які є звичайними для навчального курсу математики. Але, в той же час, місце, яке вони повинні займати в навчанні математики, повинно бути чітко визначене, а час, що витрачається на їх розв'язання, повинен відповідати запланованим результатам навчання та їх значимості у всій системі математичної підготовки учнів. Той навчальний час і та навчальна енергія школярів, які можуть звільнитись у результаті обмеження числа традиційних задач та вправ, можуть бути використані з більшою користю на інші цілі, зокрема на виховання в учнів постійного інтересу до вивчення математики, творчого ставлення до навчальної діяльності математичного змісту. Зрозуміло, що для цього необхідна не тільки постановка навчальних математичних задач проблемного характеру, які навчають загальних методів розв'язування задач, діяльності пошукового змісту на різноманітних конкретних матеріалах, а й використання задач для навчання школярів способів самостійної діяльності, оволодіння ними методами наукового пізнання явищ реальної діяльності.

У даній роботі ми не прагнемо зробити повну класифікацію математичних задач. Назвемо задачу пошуковою, якщо при її поданні учні заздалегідь не знають ані способу її розв'язування, ані того, на який навчальний матеріал спирається спосіб її розв'язування. Тобто в процесі розв'язування таких задач учні повинні спочатку здійснити пошук плану

розв'язання задачі, встановити, який теоретичний матеріал дає ключ до того чи іншого способу розв'язування. На відміну від пошукової, задачу вважаємо стандартною, якщо її розв'язування вимагає від учнів застосувати той чи інший відомий їм алгоритм або використати доведення за аналогією, який в практиці називається розв'язуванням за зразком.

Мета нашої роботи – наповнити зміст оновлених програм шкільного курсу математики задачами практичного спрямування, як пошуковими, так і стандартними відповідно до деяких тем. До таких пошукових задач можна віднести задачі з фінансовим та податковим змістом. Деякі типи таких задач вже розглядалися й раніше. Наприклад, у роботі (Задорожня, 2016) сформульовано задачі з податковим змістом відповідно до тем, які вивчаються у 5-11 класах загальноосвітніх шкіл, а також деякі задачі, опубліковані в навчальному посібнику (Руденко, 2017) та збірнику задач (Башук, 2019).

В оновлених програмах навчальних дисциплін для закладів загальної середньої освіти (Математика, 2020) розглядаються наскрізні змістові лінії, до яких відноситься і громадянська відповідальність.

Громадянська відповідальність – це готовність і здатність людини, громадянина до активної участі у справах суспільства та держави на основі глибокого усвідомлення своїх прав та обов'язків. Основи громадянської відповідальності закладаються в шкільні роки на різних навчальних та виховних заняттях, зокрема під час навчання математики.

Наприклад, вже у четвертому класі учні вивчають нумерацію чисел у межах мільйона, засвоюють поняття класу та розрядів, що входять до складу перших двох класів, узагальнюють позиційний принцип запису чисел; засвоюють алгоритми письмового додавання і віднімання, множення і ділення багатоцифрових чисел. У п'ятому класі ці знання узагальнюються.

У зв'язку з цим, ми пропонуємо наступну творчу задачу (Чернобай О.Б., 2019).

Завдання 1. Прочитайте текст, запишіть числа, які зустрічаються в тексті цифрами, укажіть розряди кожного числа. «У 2017 році податок на нерухоме майно, відмінне від земельної ділянки в м. Дніпро, заплатили п'ять тисяч чотириста осіб, а у 2018 році більше ніж сімнадцять з половиною тисяч осіб. Бюджет міста отримав чотирнадцять мільйонів триста тисяч гривень у 2017 році, а у 2019 році на десять мільйонів сімсот тисяч гривень більше».

Разом з вивченням арифметичного матеріалу вводять також елементи алгебри, що визначаються темою «Математичні вирази. Рівності. Нерівності». У цей час на конкретних прикладах варто розкрити поняття про вирази – числові та зі змінною; рівності – числові, рівняння, формули; нерівності – числові та зі змінною. Основним питанням пропедевтики алгебраїчних знань у початковій школі є формування уявлення про залежність результату арифметичної дії від зміни одного з її компонентів. Робота із цим змістом є підготовкою до засвоєння функціональної залежності на наступному ступені математичної освіти.

У цьому аспекті пропонуємо розглянути пошукові задачі, пов'язані з цікавими історичними відомостями про податки.

Завдання 2. Скласти вираз для обчислення сумарного податку, та знайти його значення при конкретних значеннях змінних a та b . В Англії у XVI столітті існував податок на капелюхи. Кожен житель міста, який носить капелюх, платив два фунти за рік, а села – 0,5 фунта. Скільки фунтів податків надійшло до державної казни за рік, якщо у місті носили шляпи a чоловік, а в селі b жителів.

Завдання 3. У Новій Гвінеї існує податок на мир. За рік без війни кожен житель сплачує 17 євро. Скласти вираз, щоб знайти скільки євро заплатять жителі міста, в якому проживає a жителів, за b років. Визначити скільки євро заплатять жителі міста при $a = 5$; 12 ; $b = 213542$; 52346 .

Завдання 4. Записати у стандартному вигляді суму податкових надходжень до бюджету України у 2018 році – 494 663 744,8 тисяч гривень, зокрема:

- а) податок на доходи фізичних осіб – 55750356 тисяч гривень;
- б) податок на прибуток підприємств – 469 25000 тисяч гривень;

в) внутрішні податки на товари та послуги – 312 428 000 тисяч гривень.

Завдання 5. Записати у стандартному вигляді суму податкових надходжень до бюджету міста Ірпінь у 2017 році – 276 914,3 тисяч гривень, зокрема:

а) податок на доходи фізичних осіб – 198 902,5 тисяч гривень;

б) податок на прибуток підприємств – 99,8 тисяч гривень;

в) внутрішні податки на товари та послуги – 10000 тисяч гривень.

У програмі з математики для 5-6 класів (Математика, 2020) окремо виділена наскрізна лінія «Підприємливість і фінансова грамотність», націлена на розвиток лідерських ініціатив, здатність успішно діяти в технологічному швидкозмінному середовищі, забезпечення кращого розуміння учнями практичних аспектів фінансових питань. Ця наскрізна лінія пов'язана з розв'язуванням практичних задач щодо планування господарської діяльності та реальної оцінки власних можливостей, складання сімейного бюджету, формування економного ставлення до природних ресурсів. Вона реалізується під час вивчення відсотків, рівнянь та функцій.

Для реалізації згаданої наскрізної лінії при викладанні теми «Відсоткові розрахунки», частину стандартних завдань також можна сформулювати з фінансовим та податковим змістом. Вашій увазі пропонуємо кілька таких задач.

Завдання 6. Населення міста становить 36000 осіб, податки до місцевого бюджету сплачує 25%. Скільки жителів сплачує податок до місцевого бюджету?

Завдання 7. Податок на додану вартість в Люксембурзі становить 15%, в Угорщині – 25%, а в Україні – 20% від ціни товару. Яку суму податку на додану вартість буде сплачено у кожній країні за товар ціною 9876 гривень?

Завдання 8. Податок на прибуток у Франції становить 31%, в Іспанії – 25%, у Словаччині – 21%, а в Україні – 18%. Визначити яку суму буде сплачено у кожній державі, якщо прибуток становить 235 567 гривень.

При вивченні теми «Відношення та пропорції» доцільно запропонувати учням наступні творчі задачі.

Завдання 9. Податок на додану вартість з коробки фломастерів становить n гривень, а з п'яти зошитів – m гривень.

1) Визначити яку суму складає частка податку на додану вартість у ціні товарів, якщо купили дві коробки фломастерів і п'ятнадцять зошитів.

2) Обчислити суму грошей, що сплатили за покупку до каси, якщо ставка податку становить 20%.

Завдання 10. Записати у стандартному вигляді суму внутрішніх податків на товари та послуги у 2016 році – 312428000 тисяч гривень, зокрема:

а) акцизний податок із вироблених в Україні підакцизних товарів – 52711000 тисяч гривень;

б) акцизний податок із ввезених на територію України підакцизних товарів – 29181000 тисяч гривень;

в) податок на додану вартість із вироблених в Україні товарів (робіт, послуг) із урахуванням бюджетного відшкодування – 59336000 тисяч гривень;

г) податок на додану вартість із ввезених на територію України товарів – 171200000 тисяч гривень;

д) податки на міжнародну торгівлю та зовнішні операції – 19642000 тисяч гривень;

е) ввізне мито – 19276000 тисяч гривень;

є) вивізне мито – 366000 тисяч гривень;

ж) інші податки і збори – 1168024,9 тисяч гривень.

Завдання 11. Шість однакових підприємств сплачують 280 тисяч гривень податку до державної казни. Який податок сплачує 15 таких підприємств?

Завдання 12. Побудувати кругову та стовпчасту діаграми податкових надходжень у 2019 році до місцевого бюджету міста Ірпінь, якщо податок на доходи фізичних осіб становив 77%, податок на прибуток підприємства – 2%, а місцеві податки і збори – 21%.

Особливе місце займають задачі, пов'язані з сімейним бюджетом.

Завдання 13. Робітнику за один місяць роботи була нарахована деяка зарплата. З усіх нарахувань утримали: профспілкові внески – 1%, податок на доходи фізичних осіб – 1843,96 грн., що становить 18% від усіх нарахувань, військовий збір – 1,5%. Усі утримання разом становлять 2100,06 грн. У результаті працівник отримав 79,2% від нарахованої суми. Заповнити таблицю 1 у грошових одиницях.

Таблиця 1

Нарахування	
Утримано	
Профспілкові внески	
Податок на доходи фізичних осіб	
Військовий збір	
Інші	
Усього утримано	
Видано	

При вивченні теми «Функції» особливо цікавим для аналізу можуть бути наступні завдання.

Завдання 14. До податкової реформи 2016 року податок на доходи фізичних осіб становив 15% при сумі доходу не більше за 12180 грн. та 20% при доході, більшому за 12180 грн. Скласти функцію залежності податку від доходу. Побудувати графік.

Завдання 15. Після змін в Податковому кодексі податок фізичних осіб становить 18%. Скласти функцію залежності податку від доходу. Побудувати графік.

Завдання 16. За графіками, побудованими в попередніх задачах:

- знайти, за якої суми доходу податок не змінився;
- визначити, в якому випадку податок зменшився;
- встановити, за яких доходів податок виріс.

Завдання 17. За рішенням місцевих рад $a\%$ від мінімальної заробітної плати b грн. громадяни відраховують щороку до місцевого бюджету як податок на нерухоме майно за один квадратний метр житлового будинку, площа якого більша за 120 квадратних метрів. Якщо площа будинку більша за 500 квадратних метрів, то додатково щороку до місцевого бюджету власник будинку сплачуватиме ще 25000 гривень. Скласти функцію залежності податку від площі житлового будинку.

Завдання 18. Власник квартири, площа якої більша за 60 квадратних метрів, сплачує до бюджету міста податок на нерухоме майно за ставкою $a\%$ від мінімальної заробітної плати. Мінімальна заробітна плата становить b гривень. Якщо площа квартири більша за 300 квадратних метрів, то він додатково сплачує 25000 гривень. Квартири, площею до 60 квадратних метрів включно, податком не обкладаються. Потрібно:

- скласти функцію залежності податку від площі квартири;
- побудувати графік при $a = 3\%$ та $b = 3200$ грн;
- визначити суму податку на нерухоме майно, яку сплачує власник квартири площею 120 кв. м, 320 кв. м, 500 кв. м.

Продемонструвати необхідність свідомої сплати податку можна досить наочно не лише в навчанні зазначених тем курсів математики та алгебри, а й при вивченні теми «Елементи комбінаторики, теорія ймовірностей та математична статистики». Учням можна запропонувати наступні задачі з податковим змістом, алгоритми розв'язування яких розглядалися у роботах (Chernobai, 2019) та (Чернобай, 2019).

Завдання 19. Напочатку XX століття за Гетьманату українці сплачували чотири прямі податки та шість акцизів. У той період було введено дві монополії. Припускаємо, що підприємець сплачує три прямі податки, один акциз та має право на одну монополію. Визначити, скільки різних варіантів сплати податків може бути.

Завдання 20. Визначити, скільки існує способів скласти ваш ідентифікаційний код, який утворюється з 10 цифр.

Завдання 21. Серія та номер паспорта складається з двох букв українського алфавіту та шести цифр. Визначити скільки існує варіантів для утворення серії та номера паспорта.

Завдання 22. Знайти, яка ймовірність того, що ідентифікаційний код закінчується нулем; парною цифрою; числом 25.

Завдання 23. Група з 25 студентів Університету державної фіскальної служби України проходять практику у відповідних установах міста Києва, а саме: 10 осіб у Шевченківському районі, 7 осіб у Деснянському районі та 8 осіб у Оболонському районі. Визначити, яка ймовірність того, що двоє друзів потраплять до однієї установи.

Завдання 24. Ймовірність того, що громадянин X скористається правом податкової пільги, дорівнює 0,4, а громадяни Y та Z – 0,5 та 0,6 відповідно. Визначити, яка ймовірність того, що правом на податкові пільги скористались:

- а) всі три особи;
- б) лише громадянин X ;
- в) жодна особа;
- г) хоча б один громадянин;
- д) тільки один громадянин;
- е) дві особи.

Завдання 25. На оформлення кожної з десяти справ працівником фіскальної служби було затрачено наступний час (хв). За даними таблиці 2 визначити відносну частоту події; середнє значення, моду та медіану вибірки.

Таблиця 2

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i *	25	30	22	22	54	36	41	45	25	40

* Символом x_i позначено час, затрачений на оформлення справи з номером i .

Задачі, подані в цій роботі, як правило, нестандартні та можуть бути використані для введення вивчення нової теми, для самостійного встановлення школярами певного факту, що підлягає вивченню, для ілюстрації цього факту, для більш глибокого засвоєння теоретичного матеріалу, для набуття деяких необхідних умінь та навичок з метою контролю та самоконтролю, для відродження інтересу до математики, для залучення учнів до творчої діяльності, розвитку у школярів математичного мислення, а також з метою виховання.

Деякі системи задач, подані в чинних навчальних посібниках, не мають потрібної повноти та послідовності для повноцінного пізнання учнями основних аспектів фінансової грамотності.

У даній роботі є задачі, за типом, ідеєю чи змістом яких викладач або учень може скласти аналогічні, якщо він вважає це необхідним. Представлені задачі можна пропонувати не тільки на уроках, а також і на позакласних заняттях.

Від ефективності використання творчих задач у навчанні математики залежить не тільки якість навчання, виховання та розвиток учнів, а також і рівень їх практичної підготовленості до майбутньої професійної діяльності в будь-якій сфері життєдіяльності.

Глибоке та досконале засвоєння школярами основ сучасного курсу математики є надзвичайно важливим у формуванні їхньої математичної культури. Разом з тим, формування високої математичної культури випускників шкіл сьогодення пропонує принципово нову організацію пізнавальної діяльності учнів, у процесі якої у них повинні формуватися вміння вивчати математику самостійно і творчо, створювати задатки до активного застосування математичних знань у майбутньому.

Формування у школярів інтересу до розв'язування задач є важливим інструментом формування у них зацікавленості до математики і разом з тим ефективним способом залучення учнів до навчальної математичної діяльності творчого змісту. Для цього в процесі навчання математики необхідно систематично ставити певні задачі або серії задач, які легко

формується на базі задач, що містять навчальні посібники. Використання задач, що розвивають творчі здібності учнів є важливою умовою підвищення якості освіти.

Саме активізація самостійної пізнавальної діяльності учнів при вивченні математичних дисциплін сприяє більш ефективному використанню системи навчальних задач, які є важливим інструментом формування у школярів системи основних математичних знань та способів діяльності, що є провідною формою навчальної діяльності учнів в процесі вивчення математики, одним з ефективних засобів їх математичного розвитку.

Список використаних джерел

1. Задорожня, Т. М. (2016). Задачі про податки/Задорожня Т. М., Харенко С. Б., Кучменко С. М., Чернобай О. Б., Башук О. Ю., Скасків Л. В., Мамонова Г. В., Салієнко В. Д. *Математика в рідній школі*, № 10, pp. 16-21.
2. Руденко, І. Б. (2017). *Вища та прикладна математика : навч. посіб.* / Руденко І. Б., Чернобай О.Б. Ірпінь: Університет ДФС України.
3. Башук, О. Ю. (2019). *Вища та прикладна математика: збірник вправ та задач*/ Башук О. Ю., Кучменко С. М., Скасків Л. В., Чернобай О. Б. Ірпінь: Університет ДФС України.
4. *Математика*. (2020, травень). Retrieved from Міністерство освіти і науки України: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-rochatkovoyi-shkoli>
5. Чернобай О.Б. (2019). Роль та значення задач з податковим змістом при формуванні громадянської свідомості. *Управління публічними фінансами та проблеми забезпечення національної економічної безпеки* (сс. 217-218). Ірпінь: Університет державної фіскальної служби України.
6. Chernobai, O. (2019). On the use of Algorithms in Teaching Probability Theory. In N. Tarasenkova, *Curent Issues in Ensuring the Quality of Mathematical Education* (pp. 138-154). Budapest: SCASPEE. : <https://seanewdim.com/other-publications.html#>
7. Чернобай, О. Б. (2019). Алгоритмізація в процесі навчання теорії ймовірностей. *Матеріали Сьомої Міжнародної науково-практичної конференції "Математика всучасному технічному університеті"* (сс. 197-200). Київ: НТУУ "КПІ".