НАЦІОНАЛЬНА
АКАДЕМІЯ НАУК
УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

ІНТЕГРАЛЬНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ ДО КРАЙОВИХ ЗАДАЧ

Збірник наукових праць

Випуск 13

1996

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

ІНТЕГРАЛЬНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ
ТА
ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ
ДО
КРАЙОВИХ ЗАДАЧ

збірник наукових праць

Інститут математики НАН України

Чернівецький державний університет
ім. Ю. Федьковича

кафедра диференціальних рівнянь

Зареєстровано Державним комітетом
України у справах видавництва,
поліграфії та книгорозповсюдження

Свідоцтво
серія КВ N 56
видається з 1992 року

Випуск 13
1996

©Інтегральні перетворення ... 1996

Засновник і головний редактор
М.П. Ленюк (Чернівці),
доктор фіз.-мат. наук

Редакційна колегія:

В.М.Віґак (Львів),
доктор фіз.-мат. наук

Ю.В. Гандель (Харків),
доктор фіз.-мат. наук

В.В. Городецький (Чернівці),
доктор фіз.-мат. наук

М.І. Матійчук (Чернівці),
доктор фіз.-мат. наук

В.В. Рудницький (Хмельницький),
доктор технічних наук

В.Ю. Слюсарчук (Рівне),
доктор фіз.-мат. наук

А.Н. Хомченко (Херсон),
доктор фіз.-мат. наук

О.М. Шаблій (Тернопіль),
доктор фіз.-мат. наук

І.В. Юрченко (Чернівці),
кандидат фіз.-мат. наук
технічний секретар

ІНТЕГРАЛЬНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ ДО КРАЙОВИХ ЗАДАЧ: Зб. наук. пр. - Київ:Ін-т математики НАН України, 1996.- Вип. 13.- 303 с.

Запроваджено гібридні інтегральні перетворення типу Канторовича-Лебедева-Лежандра на полярній осі, типу Канторовича-Лебедева-Фур'є на двоскладовому сегменті, типу Фур'є-Ганкеля 2-го роду-Лежандра на декартовій осі, а також матричні інтегральні перетворення типу Ватсона для n-шарового півпростору. Інтегральні перетворення застосовано для обчислення невласних інтегралів, підсумовування функціональних рядів, розв'язання стаціонарних задач теплопровідності для кусково-однорідних середовищ, квазістатичних задач термопружності і термов'язкопружності для багатоскладових пластин, узагальненої динамічної задачі термов'язкопружності для двошарової обмеженої тонкої пластини.

Одержано критерії стійкості та асимптотичної стійкості інтегральних множин системи диференціальних рівнянь; необхідні та достатні умови виконання принципу локалізації для лінійних методів сумування формальних рядів Фур'є-Ерміта та Фур'є-Лагерра; інтегральне зображення Помпейю з параметром; умови стабілізації розв'язків у середньому квадратичному крайової задачі для лінійних систем диференціальних рівнянь з частинними похідними,в праві частини яких адитивно входять вінерівські процеси та пуассонівські збурення; умови існування і єдиності розв'язку багатоточкової задачі для багаточастотної резонансної системи; рівняння оцінки параметрів динамічних систем.

Побудовано математичні моделі задач дифракції електромагнітних хвиль на періодичних структурах. Дано конструктивний опис всіх УШН[ ]-груп з комутантом простого порядку.

Запропоновано метод визначення нормального напруження і температури в області контакту обертаючого короткого кругового циліндричного штампу скінченної довжини з плоскою основою на пружний ізотропний півпростір.

Рецензент А.Д.Дучка, доктор фіз.-мат. наук,
професор

Затверджено до друку вченою радою
Інституту математики НАН України

© Ін-т математики НАН України, 1996

1. Ленюк М.П., Шинкарик Н.И. Гибридные интегральные преобразования Лежандра.- Львов, 1989.- 60 с.- (Препринт / АН УССР. Ин-т прикл. проблем механики и математики).

2. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений.- М.:Физматгиз, 1959.- 468 с. .

3. Пилипюк Т.М. Гібридні інтегральні перетворення Лежандра 2-го роду-Лежандра 2-го роду-Фур'є // Інтегральні перетворення та їх застосування до крайових задач: Зб. наук. пр.- Київ: Ін-т математики АН України, 1992.- Вип. 1.- С.149-160.

УДК 519.41/47

М.М.Семко

ПРО БУДОВУ УЩН[]-ГРУП

(м.Київ)

УЩН[]-групою називається така група G, у якої для будь-якої пари підгруп A та B таких, що A - власна немаксимальна підгрупа в B, існує нормальна підгрупа N із G і $A \leq N \leq B$. Теорема роботи дає конструктивний опис всіх УЩН[]-груп з комутантом простого порядку. Бібліогр.: 5 назв.

У багатьох роботах (див., наприклад, [1,2]) вивчались групи, в яких певна властивість V підгрупи групи G є щільною в групі G. Властивість V підгрупи групи G називається щільною в G, якщо для будь-якої підгрупи A в підгрупи B групи G існує підгрупа N із властивістю V така, що $A \leq N \leq B$. У даній роботі також розглядаються групи з деякими умовами щільності нормальності для підгруп (УЩН[]-групи), які є значним узагальненням раніше вивчених груп з умовами щільності нормальності для підгруп (див., наприклад, [1,2]).

УЩН[]-групою називається така група G, у якої для будь-якої пари підгруп A та B таких, що A - власна немаксимальна підгрупа з B, існує нормальна підгрупа N із G і $A \leq N \leq B$. Теорема роботи дає конструктивний опис всіх УЩН[]-груп з комутантом простого порядку.

Означення 1. Нехай G - група, A та B - її підгрупи, $A \leq B$. Відрізком $[A, B]$ називається множина всіх тих і тільки тих підгруп X із G, для яких $A \leq X \leq B$.

Означення 2. Модулем відрізку $|[A, B]|$ називається число його елементів.

©М.М.Семко, 1996

Лема 1. *Нехай $G = A \times B$ - УЩН[]-група і A - її неодекіндова підгрупа. Тоді $|B| \in \{1, q\}, q$ - просте число. Якщо G - локально ступінчаста група і $|B| = q$, то A - група одного з типів 1) - 8) теореми 4.1 з [1].*

Доведення. Нехай G із леми. Тоді G задовольняє умову леми 2.5 з [1], за твердженням якої B не має власних немаксимальних підгруп. Звідси за лемою 1.1 з [1] $|B| \in \{1, q\}, q$ - просте число.

Нехай $|B| = q$. Якщо G - локально ступінчаста група, то, очевидно, A - локально ступінчаста група. Звідси за теоремою 2.1 та лемою 2.5 з [1] A - локально ступінчаста ЩН[]-група, що задовольняє умову теореми 4.1 з [1] і може бути групою одного із типів 1) - 8) згаданої теореми. Лема доведена.

Лема 2. *Нільпотентні УЩН[]-групи G з комутантом порядку p, p - просте число, мають вигляд $G =< a > \lambda(< b > \times < z >), |a| = p > 2, |z| \in \{I, s\}, s$ - просте число, $[< a >, < b >] =< a >$, та вичерпуються групами типів:*

1) $|b| = q^\beta, \beta > 0, q \neq p$ - просте число, $p \equiv I(modq), b^q \in Z(G)$; при $z \neq I < b^q > \lhd G$; при $|z| = p\beta <$;

2) $|b| = qr, q$ і r - різні прості числа, $p \equiv I(modq), p \equiv I(modr), C_{<b>}(< a >) = z = I$.

Доведення. Необхідність. Нехай група G із леми. В силу теореми 2.3 з [1] та результатів з [3] G – скінченна група вигляду $G =< a > \lambda D$, де $< a >$ - найменша нормальна підгрупа з G, для якої $G/ < a >$ - нільпотентна група. Звідси D - скінченна нільпотентна група. Оскільки G - неніпотентна група і $|G'| = p$, то $< a >= G', |a| = p$ - просте число. Звідси $D' = I$ і $p \neq 2$. Зрозуміло, що $[< a >, D] =< a >, D \not\lhd G$. Тоді D-група одного з типів 1) - 6) теореми 2.2 з [1], за твердженням якої D може бути лише абелевою групою одного з типів 1, 2, 4, 5 згаданої теореми і D містить підгрупу $M, M \lhd G, M = C_D(< a >)$.

Нехай D - група типу 5 теореми 2.2 з [1]. Тоді $D =< b > \times < z >, |b| = q^\beta, \beta > 0, |z| = q, q$ – просте число, $p \equiv I(\mathrm{mod} q), M =< b^q > \times < z >$. Зрозуміло, що $[< a >, < b >] =< a >$ і тому G - група типу 1 розглядуваної леми.

Нехай D - група типу 4 теореми 2.2 з [1]. Тоді $D =< b > \times < z >, |b| = q^\beta, \beta > 0, |z| = s, q$ і s - прості числа, $p \equiv I(\mathrm{mod} q), M =< b^q > \times < z >, [< a >, < b >] =< a >$. Нехай $s = p$. Покладемо $c = az$. Зрозуміло, що $|c| = p$ і $< c > \not\lhd G$. Оскільки $b^q \in Z(G)$, то в G існує підгрупа $< c > \times < b^q >= U$. Припустимо, що $\beta > 2$. Тоді $|[< c >, U]| > 2$ і за означенням УЩН[]-групи $|[< c >, U]| \ni N \lhd G$. Оскільки $< c >$ - нормальна силовська p-підгрупа нормальної в G підгрупи N, то $< c > \lhd G$, що неможливо. Отже, $\beta < 3$ і G

- група типу 1 леми.

Нехай D - група типу 1 теореми 2.2 з [1]. Тоді $D =< b >, z = I, |b| = q^\beta, \beta > 0, q$ - просте число, $p \equiv I(\mathrm{mod}q), < b^q > \lhd G$ і знову G - група типу 1 леми.

Нехай D - група типу 2 теореми 2.2 з [1]. Тоді $|D| = qr$, q і r - необов'язково різні прості числа, $p \equiv I(\mathrm{mod}q), p \equiv I(\mathrm{mod}r)$. Нехай $q = r$. Відомо [4], що $\mathrm{Aut} < a >$ - циклічна група і D/M - підгрупа із $\mathrm{Aut} < a >$. При наших допущеннях підгрупа D типу 2 теореми 2.2 з [1] є елементарною абелевою групою порядку q^2 і $M = I$. Звідси і з попереднього $C_D(< a >) = M \neq I$, що не так. Тому $q \neq r$. Тоді $D =< b >, |b| = qr, M = I, < a > \lambda < b^q >$ і $< a > \lambda < b^r >$ - нільпотентні підгрупи. Звідси, як відомо, $p \equiv I(\mathrm{mod}q), p \equiv I(\mathrm{mod}r)$ і G - група типу 2 леми. Всі випадки розглянуті. Необхідність доведена.

Достатність. Нехай $G =< a > \lambda D$ – група одного із типів 1), 2) леми. Тоді, очевидно, $D =< b > \times < z >, |z| \in \{1, s\}, s$ – просте число, $z \in Z(G)$. Ясно, що $G' =< a >, |a| = p$ - просте число, G - нільпотентна група, G - метациклічна група одного із типів 12) , 13) теореми 3.2, за твердженням якої G - УЩН[]-група. Достатність доведена. Лема доведена.

Лема 3. *Нехай G - примарна неодекіндова УЩН[]-група G з комутантом порядку p, p - просте число, яке не розкладається в прямий добуток своїх власних підгруп і містить неабелеву підгрупу порядку p^3. Тоді G має вигляд $G = CF$, де C - локально циклічна p-група, чи група кватерніонів порядку 8, $[C, F] = I, C \cap F = C \cap F^1, F^1 = G^1 =< c >, |c| = p, F = (Q \times < a >)\lambda < b >, |a| \in \{p, p^2\}, |b| = p, [a, b] = c \in Q, [Q, < b >] = I, Q =< u, v >$ - група порядку p, чи p-група Міллера - Морено, $|G| > p^3$ і є групою одного з типів:*

1) $[< a >, < b >] = Q = C$; при $|a| > p$ C - група кватерніонів порядку 8;

2) $C =< c >, Q =< u > \lambda < v >, |u| = p^\Delta, |v| = |a| = |b| = p, \Delta > 1. [u, v] = [a, b] = c = u^{p^{\Delta-1}}, [Q, < b >] = I;$

3) $Q = (< c > \times < u >)\lambda < v >, |c| = |u| = |v| = |a| = |b| = p. [u, v] = [a, b] = c \in C, [Q, < b >] = I.$

Доведення. Нехай G задовольняє умову леми. Тоді $G > M =< x, y >, |x| \in \{p, p^2\}, |y| \in \{p, p^2\}, [< x >, < y >] =< c >= G^1 = M^1, |c| = p. c \in Z(G)$. За наслідком 1.6 з [1] $G = MD$, де $D = C_G(M), M \cap D =< c >$. За умовою леми та теоремою 2.3 з [1] G - черніковська група, що не містить елементарних абелевих підгруп порядку p^4.

Нехай спочатку $D^1 = I$. Тоді в силу відомого результату [5] $D = C \times D_1$.

де C - сервантна локально циклічна підгрупа із D, що містить $< c >, D_1$ - її доповнення в D. Звідси $G = D_1 \times (CM)$ і тому з умови леми $D_1 = I$ і, значить, $G = CM$. Оскільки $M < G$, то $z \in C$ і $|z| = p^2, z^p = c$. Якщо $|x| = |y| = p$, то покладемо $x = a, y = b, M = F = (< c > \times < a >)\lambda < b >, [a, b] = c, Q =< c >$ і G - група типу 1 леми.

Нехай $|x| = p^2$. Тоді існує i, для якого $z^i x = a, |a| = p$ і при $|y| = p$ покладемо $y = b$. Як і раніше, одержимо, що $M = F = (< c > \times < a >)\lambda < b >$ і G - група типу 1 леми.

При $|x| = p^2$ і $|y| = p^2$ найдуться такі i та j, що $z^i x = a, z^j y = b, |a| = |b| = p$. Знову як раніше, $M = F = (< c > \times < a >)\lambda < b >$ і G - група типу 1 леми.

Нехай тепер $D^1 \neq I$. Покажемо, що D не розкладається в прямий добуток своїх власних підгруп. Дійсно, нехай це не так. Тоді $D = D_1 \times D_2$, де $D^1 = D_2^1 = G^1 =< c >= D \cap M = D_2 \cap M$. Звідси $G = D_1 \times (D_2 M)$. За умовою леми $D_1 = I$, що суперечить нашому припущенню. Можливі випадки: 1) $M = (< c > \times < a >)\lambda < b >$; 2) M - метациклічна група.

Випадок 1. У цьому випадку D містить $Q =< u, v >$ - p-групу Міллера-Морено і G містить підгрупу $U = D \times < b >$, яка за теоремою 2.1 з [1] задовольняє умову леми 1. В силу цієї леми D - група одного з типів 1) - 7) теореми 4.1 з [1], або гамільтонова група. Оскільки $|D^1| = p$ і D не розкладається в прямий добуток своїх власних підгруп, то D може бути лише групою одного із типів 1), 4) теореми 4.1 з [1] або гамільтоновою групою.

Нехай D - група типу 1 теореми 4.1 з [1]. Тоді $D =< u > \lambda < v >, |u| = p^\Delta, \Delta > I, [u, v] = c = u^{p^{\Delta-1}}$. Покажемо, що $|v| = p$. Нехай це не так. Тоді G містить підгрупу $V =< v > \times < a >$. Ясно, що $V \not\lhd G$ і V - група типу 5 теореми 2.2 з [1], за твердженням якої $< v^p > \times < a > \lhd G$. Звідси $a \in Z(G)$, що неможливо. Отже, $|v| = p$. Покладемо $C =< c >, F = DM, D = Q$ і одержимо, що G - група типу 2 леми.

Нехай D - група типу 4 теореми 4.1 з [1]. Тоді $D = CQ, C$ - локально циклічна p-група, чи група кватерніонів порядку 8, $Q = (< c > \times < v >)\lambda < v >, |u| = |v| = p, [u, v] = c \in C, [C, Q] = I$. Покладемо $F = QM$. Тоді $G = CF, [C, F] = I$ і G - група типу 3 леми.

Нехай, нарешті, D - гамільтонова група. Тоді за попереднім $D = C$ - група кватерніонів порядку 8. Покладемо $Q =< c >, F = M$ і отримаємо, що $G = CF$ - група типу 1 леми. Випадок 1 розглянуто повністю.

Випадок 2. У цьому випадку M - метациклічна група і можна вважати, що G не містить неабелевої підгрупи $M = (< c > \times < a >)\lambda < b >$ порядку

p^3. Звідси $M =< x > \times < y >, |x| = p^2$. Нехай M не є групою кватерніонів порядку 8. Тоді $M =< x > \lambda < y >, |y| = p$ і знову G містить підгрупу $U = D \times < y >$ і як у випадку 1, D - група кватерніонів порядку 8, чи група одного з типів 1), 4) теореми 4.1 з [1]. Нехай $d \in D, |d| = p^2, d^p = c$. Тоді існує ціле число i таке, що $d^i x = a, |a| = p, [a, y] = c$ і G містить $M_1 = (< c > \times < a >)\lambda < y >, |y| = p$, що суперечить розглядуваному випадку. Отже, D - не може бути ні групою кватерніонів порядку 8, ні групою типу 1 теореми 4.1 з [1]. Звідси $D = (< c > \times < u >)\lambda < v >, [u, v] = c, |u| \in \{p, p^2\}, |v| \in \{p, p^2\}$. У цьому випадку $|D| > p^3$. Звідси, без порушення загальності можна вважати, що $|u| = p^2$. Тому G містить елементарну абелеву підгрупу $w(< u >) \times w(< v >) \times < c > \times < a >$ порядку p^4, що неможливо. Значить, M - група кватерніонів порядку 8.

Як і раніше, можна вважати, що $< c >$ максимальна циклічна підгрупа із D. Зрозуміло, що D містить підгрупу Міллера-Морено Q, яка задовольняє умову наслідку 3.3 з [1] і може бути лише групою типу 3 згаданого наслідку. Звідси $Q = (< c > \times < u >)\lambda < v >, |Q| > 8, [u, v] = c, |u| = 4, |v| \in \{2, 4\}$. Покажемо, що $|v| = 2$. Нехай $|v| = 4$. Зрозуміло, що $|x| = |y| = 4, x^2 = y^2$. Покладемо $x_1 = ux, y_1 = vy$. Тоді $|x_1| = |y_1| = 4, < x_1 > \cap < y_1 >= I, [x_1, y_1] = [ux, vy] = c^2 = I$ і G містить $V_1 =< x_1 > \times < y_1 >$. Ясно, що V_1 не може бути групою жодного з типів 1) - 6) теореми 2.2 з [1] і тому $V_1 \lhd G, V_1 \cap G^1 = I$ і, значить, $V_1 \in Z(G)$ і тому $QM = V_1 \times M$.

Нехай $Q = D$. Тоді при $|v| = 4 G = V_1 \times M$ - що неможливо. Отже, $|v| = 2$ і G - група типу 1 леми.

Нехай, нарешті, $D > Q$ і нехай d - довільний елемент із D. Тоді одна з підгруп $< d, u >, < d, v >, < du, v >, < u, dv >$ є групою типу 3 наслідку 3.3 з [1]. Звідси $|d| \leq 4$ і тому $D/ < c >$ - скінченна абелева група. Звідси $D/ < c >=< u_1 < c >> \times < v_1 < c >> \times < d < c >> \times B/ < c >$ і без порушення загальності можна вважати, що $[u_1, v_1] \neq I$. Очевидно, що $< u_1, v_1 >$ - група типу 3 наслідку 3.3 з [1] і тому можна вважати, що $Q =< u_1, v_1 >$ і тому $u_1 = u, v_1 = v$. Тоді з умови $D > Q$ можна вважати, що $|d < c > | > I$. Ясно, що тоді D містить підгрупу $U_1 = Q\lambda < d >$ і $|d| > I$. За попереднім, $|v| = 4, |v| \in \{2, 4\}, |d| \in \{2, 4\}$. Ясно, що $< u^2, v^2, d^2 > \in Z(G)$. Тоді в G існує підгрупа $K = (< c >) \times w(< v >)\lambda w(< d >)$ - порядку 2^4. За вибором $(< c > \times W(< v >)\lambda W(< d >))$ - абелева група і, значить, K - елементарна абелева група порядку 2^4, що неможливо. Значить, $Q = D$. Всі випадки розглянуті. Лема доведена.

Теорема. *Нескінченні УЩН[]-групи G з комутантом порядку p, p - просте число, мають вигляд $G = CF$, C - локально циклічна p-група, чи*

група кватерніонів порядку 8, $[C,F]=I, F=(Q\times<a>)\lambda<b>, [a,b]\in<c>=G^1=F^1\in Q=<u,v>, |c|=p$ *та вичерпуються групами типів:*

1) $G=F=(Q\lambda<b>)\times<a>, Q=<c>, |b|=q^\beta, \beta>0, |a|\in\{I,r\}, p$ *і* q *- різні прості числа,* $p\equiv I(mod q), b^{q^\beta}\in Z(G)$; *при* $|a|\neq I b^q\in Z(G)$; *при* $|a|=p\beta<3$;

2) $G=F=Q\lambda<b>, |Q|=p, |b|=qr, p,q$ *і* r *- попарно різні прості числа,* $p\equiv I(mod q), p\equiv I(mod r), C_{<b>}(Q)=I$;

3) $G=F=Q\times<a>, Q=<u>\lambda<v>, |u|=p^\Delta, \Delta>I, |v|=p^\gamma, \gamma>0, [u,v]=c=u^{p^{\Delta-1}}, |a|\in\{I,r\}, r$ *- просте число;*

4) $G=C\times F, C$ *- локально циклічна 2-група,* $|C|>2, F=Q\times<a>, Q$ *- група кватерніонів порядку 8,* $|a|\in\{I,r\}, r$ *- просте число;*

5) $F=Q\times<a>, Q=(<c>\times<u>)\lambda<v>, [u,v]=c\in C, |u|\in\{p,p^2\}, |v|\in\{p,p^2\}, |a|\in\{I,r\}, r$ *- просте число,* $|C||u||v|\neq 32$; *при* $|a|\neq I, |u|=|v|=p$;

6) $G=F, Q=<u>\lambda<v>, |u|=p^\Delta, \Delta>I, |v|=|a|=|b|=p, [u,v]=[a,b]=c=u^{p^{\Delta-1}}, [Q,<b>]=I$;

7) $Q=(<c>\times<u>)\lambda<v>, |u|=|v|=|c|=|a|=|b|=p, [u,v]=c=[a,b], [Q,<b>]=I$.

Доведення. Необхідність. Нехай G - досліджувана група. Припустимо спочатку, що G - ненільпотентна група. Тоді G задовольняє умову леми 2, за твердженням якої G є групою одного із типів 1), 2) розглядуваної теореми.

Нехай тепер G - нільпотентна група. Нехай спочатку $G=X\times A$, де $X\not/A$, де $X\neq I, A\not/I$. Оскільки $|G^1|=p$, то або $|X^1|=p$, або $|A^1|=p$. Не порушуючи загальності, можна вважати, що $X^1=G^1$ і тому $A^1=I$. За теоремою 2.3 з [1] G - недедекіндова черніковська група. Припустимо, що $|A|=r$ - просте число. В силу леми 1 X може бути групою одного з типів 1), 3), 4) теореми 4.1 з [1].

Якщо X - група типу 1 теореми 4.1 з [1], то покладемо $X=Q, A=<a>, C=X^1, F=X\times A$. Звідси $F=G$ - група типу 3 теореми.

Нехай X - група типу 3 теореми 4.1 з [1]. Тоді $X=C\times Q, C$ - локально циклічна 2-група, $|C|>2, Q$ - група кватерніонів порядку 8. Покладемо $F=Q\times A$. Одержимо, що $G=C\times F$ і G - група типу 4 розглядуваної теореми.

Нехай X - група типу 4 теореми 4.1 з [1]. Тоді $X=CQ, Q=(<c>\times<u>)\lambda<v>, |u|=|v|=p, [u,v]=c\in C, |c|=p, [C,Q]=I, C$ - локально циклічна p-група, чи група кватерніонів порядку 8. Покладемо $F=Q\times A$. Звідси $G=CF$ - група типу 5 розглядуваної теореми.

Нехай $|A|$ - непросте число. Тоді за лемою 1 X - гамільтонова група. Відомо [4], що $X = Q \times D \times A_1, Q$ - група кватерніонів порядку 8, D - елементарна абелева 2-група, A_1 - періодична абелева група без інволюцій. Не порушуючи загальності можна вважати, що $X = Q \times D, A = A_1 \times A$. За теоремою 2.3 з [1] G не містить підгруп, що розкладаються в прямий добуток більше ніж трьох неодиничних прямих множників. Звідси $|D| < 4$.

Нехай $|D| = 2$. Тоді A - локально циклічна 2-група і оскільки G - недедекіндова група, то $|A| > 2$. Покладемо $A = C, F = Q \times D$ і одержимо, що G - група типу 4 теореми.

Нехай $|D| = 1$. Тоді $X = Q$ - силовська дедекіндова 2-підгрупа в G, A - її періодичне абелеве доповнення. Звідси в силу [4] G - дедекіндова група, що не так.

Нехай тепер G не розкладається в прямий добуток своїх неодиничних підгруп. Якщо G містить неабелеву підгрупу порядку p^3, G задовольняє умову леми 3. Звідси G - група одного з типів 5) - 7) теореми. Нехай G не містить неабелевих підгруп порядку p^3. Тоді всі підгрупи порядку p^3 в G абелеві. Зрозуміло, що G містить підгрупу Міллера-Морено M, яка не може бути ні групою кватерніонів, ні групою діедра порядку 8 і $|M| > p^3$.

Нехай $M = G$. Тоді G задовольняє умову наслідку 3.3 з [1] і може бути групою одного з типів 2), 3) наслідку. Звідси G - група одного з типів 3), 5) розглядуваної теореми.

Нехай $M < G$. Тоді $|G| > p^4$. За наслідком 3.3 з [1] $M = (< c >< x >)\lambda < y >, |x| = p^\alpha, |y| = p^\beta, \alpha > 0, \beta > 0, [x, y] = c$. Не порушуючи загальності можна вважати, що M - група Міллера-Морено з G найменшого порядку. Покажемо, що підгрупу M можна вибрати так, що M - група типу 3 наслідку 3.3 з [1]. Дійсно, нехай Y - максимальна локально циклічна підгрупа з G, що містить $< c >$. Тоді $Y \lhd G$ і G/Y - прямий добуток скінченного числа неодиничних локально циклічних підгруп $Y_r/Y, 0 < r \leq n$. Зрозуміло, що G породжується всіма підгрупами $Y_r, Y_r \lhd G$. При $l \neq r Y_r \cap Y_l = Y$. Оскільки G - p-група і $|G^1| = p$, то $G^1 \in Z(G)$ і для будь-якого g із $G \quad g^p \in Z(G)$.

Покажемо, що $Y_r = Y \lambda B_r$, де B_r - неодинична локально циклічна p-група. Якщо Y_r/Y - квазіциклічна p-група, то $[Y_r : Y] = \infty$. Нехай $|Y| < \infty$. Тоді Y_r містить квазіциклічну підгрупу $B_r, B_r \in Z(Y_r)$ і, очевидно, $Y_r = Y \times B_r$. Якщо ж $|Y| = \infty$, то Y - квазіциклічна група, $Y \in Z(Y_r)$ і Y_r - розширення центральної квазіциклічної підгрупи Y з допомогою квазіциклічної підгрупи Y_r/Y. Відомо [5], що $Y_r^1 = I$ і тоді $Y_r = Y \times B_r$.

Нехай тепер Y_r/Y - циклічна група. Тоді $Y_r = Y < x_r >$. Якщо $Y \cap <$

$x_r >= I$, то $B_r =< x_r >, Y_r = Y\lambda < x_r >$, що й треба було довести. Нехай $Y \cap < x_r > \neq I$. Тоді $c \in < x_r >$. Коли Y - квазіциклічна група, то з умови $|G^1| = p$ випливає, що $Y_r^1 = I$ і $Y_r = Y\lambda B_r$.

Нехай $|Y| < \infty$. За вибором $|Y| > |x_r|$ і тому за будовою метациклічних p-груп (див., наприклад, теорему 1.2.1 з [2]) маємо $Y_r = Y\lambda B_r$.

Отже, завжди $Y_r = Y\lambda B_r, B_r$ - неодинична локально циклічна група. Зрозуміло, що $[B_r, B_l] \in < c >$. Якщо $[B_r, B_l] \neq I$, то $[B_r, B_l] =< c >, |B_r| < \infty, |B_l| < \infty$ і $(< c > \times B_r)\lambda B_l$ - підгрупа Міллера-Морено шуканого типу.

Нехай $[B_r, B_l] = I$. Тоді $G = Y\lambda B$, де $B = B_1 \times ... \times B_r \times ... \times B_n$. Ясно, що $B \lhd G$. Тоді, очевидно, B - абелева група одного з типів 1), 2), 5) теореми 2.2 з [1] і $|G| < \infty$. Зрозуміло, що G не є групою Міллера-Морено і тому G не породжується двома елементами. Звідси B - нециклічна група, B не є групою типу 1) теореми 2.2 з [2] і $w(B)$ - елементарна абелева група порядку p^r. Якщо B - група типу 5 теореми 2.2 з [2], то $B =< x > \times < y >, |y| = p, B$ містить підгрупу $< x^p > \times < y > \lhd G$. Звідси $[Y, < y >] = I$ і $G = (Y\lambda < x >) \times < y >$, що суперечить розглядуваному випадку. Якщо тепер B - група типу 2, то $B =< x > \times < y >, |x| = |y| = p$. Нехай $S = C_B(Y)$. Покажемо, що $S \neq I$. Якщо $x \in S$ і $y \in S$, то необхідне доведено. Нехай це не так, тобто $x \notin S$ і $y \notin S$. Тоді $Y =< d >, |d| = p^\Delta, \Delta > I, [d, x] = c^i, [d, y] = c^j, < c^i >=< c^j >=< c >=< d^{p^{\Delta-1}} >$. Зрозуміло, що i та j не кратні p, і, значить, існує таке n, що $ni + j \equiv 0 \bmod p$. Покладемо $z = x^n y$. Тоді $|z| = p, < z >= p, < z > \cap < x >= 1, [d, z] = I$ і $G = (Y\lambda < x >) \times < z >$, що неможливо. Отже, $S \neq I$. Тоді $z \in S, |z| = p, B = F \times < z >$ і $G = (Y\lambda F) \times < z >$, що знову неможливо. Всі випадки розглянули. Необхідність доведена.

Достатність для груп G кожного з типів 1) - 7) розглядуваної теореми перевіряється безпосередньо. Теорема доведена.

1. Семко М.М., Кузенний М.Ф. Групи з деякими умовами щільності нормальності для підгруп.- Київ: Ін-т математики НАН України, 1996.- 61 с.

2. Кузенний М.Ф., Семко М.М. Метагамільтонові групи та їх узагальнення.- Київ: Ін-т математики НАН України, 1996.- 232 с.

3. Shenkmann E. The splitting of certain solvable groups // Proc. Am. Math. Soc.- 1995.- 6.- P.286-290.

4. Холл М. Теория групп.- М.:Изд-во иностр. лит., 1962.- 468 с.

5. Курош А.Г. Теория групп.- М.:Наука, 1967.- 648 с.

ЗМІСТ

Блажевський С.Г. Узагальнена динамічна задача термов'язкопружності для двошарової обмеженої тонкої пластини 3

Владимиров В.Н. О применении знакопостоянных функций в теории устойчивости интегральных множеств 5

Гандель Ю.В., Душкин В.Д. Сингулярні інтегральні рівняння двовимірних задач дифракції електромагнітних хвиль 14

Городецький В.В., Готинчан Т.І. Сумування формальних рядів Фур'є-Ерміта та Фур'є-Лагерра лінійними методами 24

Гуляев А.В. Интегральное представление Помпейю с параметром в пространстве $L_p(\bar{E}^+)$ 34

Домбровський Р.Ф., Кац Д.М. Деякі питання геометрії ліній чотиривимірного псевдоевклідового простору індексу 3 з інваріантним ізотропним векторним полем 45

Жадан В.Г., Кушнирчук В.И. Метод линеаризации для решения задачи многокритериальной оптимизации 51

Камбург В.Г., Шепталин Н.В. О новом подходе в моделировании процессов, протекающих в динамических термодиффузионных камерах (ТДК) различных типов 68

Коваль Б.О., Перун Г.М. Стабілізація розв'язків крайової задачі для лінійних систем стохастичних диференціальних рівнянь з частинними похідними 74

Конет І.М. Стаціонарні температурні поля в клиновидних парашутних просторах з порожнистими покритими включеннями 79

Косминка Б.І. Проекційний метод наближеного знаходження розв'язку перевизначених задач для звичайних лінійних диференціальних рівнянь 88

Кракович Л.О. Гібридні інтегральні перетворення типу Канторовича - Лебедева - Лежандра на полярній осі $r \geq r_0 > 0$ 96

Ленюк М.П. Головні розв'язки для модифікованого рівняння Гельмгольца в кругових циліндрах 105

Ленюк М.П., Францув С.І. Термов'язкопружні квазістатичні поля в кусково-однорідних необмежених циліндрично-анізотропних пластинах з круговим отвором 112

Лусте І.П. Підсумовування функціональних рядів, породжених статичним рівнянням прогину жорстко защемленої ізотропної кільчастої пластини 121
Михалевська Г.І. Гібридні інтегральні перетворення типу Канторовича - ЛєБєдєва - Фур'є на двоскладовому сегменті 126
Михалевский В.Ц. Квазистатическая задача для термически возбужденной свободно опертой ортотропной кольцевой пластины 135
Нагнибіда М.І., Лінчук С.С., Звоздецький Т.І. Про деякі властивості операторів, які є правими оберненими до диференціювання, в просторі аналітичних функцій 148
Пилипюк Т.М. Обчислення невласних інтегралів методом гібридного інтегрального перетворення Лежандра 2-го роду - Лежандра 2-го роду - Фур'є 165
Семко М.М. Про будову УЩН[]-груп 174
Федорук Л.О. Стаціонарні температурні поля в багатошаровій правій ортотропній напівобмеженій смузі 188
Шинкарик М.І. Підсумовування функціональних рядів, породжених статичним рівнянням прогину вільно опертої ізотропної пластини 196
Yuzhakova A.A. A system of the dual integral equations with the generalized Legendre's functions 204
Янош І.З. Гібридні інтегральні перетворення Фур'є- Ганкеля 2-го роду - Лежандра на декартовій осі 209
Яремко О.Э. Матричные интегральные преобразования типа Ватсона для n-слойного полупространства 234
КОРОТКІ ПОВІДОМЛЕННЯ 242
Бойчук М.В. Мінімаксні оцінки параметрів динамічних систем із розподіленими параметрами (гіперболічних 1-го порядку) 242
Бурилко О.А. Гладкість обмежених інваріантних многовидів динамічних систем 246
Верених І.І. Стаціонарні температурні поля в півсферичних суцільних тілах. Симетрія по азимуту 251
Гречко А.Л. До питання про розділення нормальних змінних в лінійних розширеннях динамічних систем на торі 255
ХРОНІКА ПОДІЙ 252
Білий Ю.О., Кузьмич Л.В. Лідер миколаївських математиків 20-х – 30-х років XX століття професор М.С.Брітман 257
Домбровський Р.Ф., Балазюк Т.Н. Пам'яті Олени Володимирівни Ольгівської 260

Наукове видання

ІНТЕГРАЛЬНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ ДО КРАЙОВИХ ЗАДАЧ

Збірник наукових праць

Випуск 13

Редактор Н.І.Коваленко

Підп. до друку 10.09.96. Формат 60x84/16. Папір друк. Офс. друк. Ум. друк. арк. 17,6. Ум. фарбо-відб. 17,6. Обл.-вид. арк. 12,00. Тираж 100 пр. Зам. 159.

Віддруковано в Інституті математики НАН України
252601 Київ 4, МСП, вул. Терещенківська, 3