СЕРІЯ «НА ДОПОМОГУ СТУДЕНТУ УДФСУ»

Серію «На допомогу студенту УДФСУ» засновано 2016 року.

Редакційна колегія:
Пашко П. В., д.е.н. (голова)
Шевчук О. А., д.е.н. (заступник голови)
Топчій В. В., д.ю.н.
Мацелюх Н. П., д.е.н.
Кужелєв М. О., д.е.н.
Швабій К. І., д.е.н.
Ріппа С. П., д.е.н.
Мандрагеля В. А., д.філософ.н.
Чмелюк В. В., к.ю.н.
Малинський І. Й., к.н.фіз.вих.
Шевчук В. А., к.ю.н.

У СЕРІЇ «НА ДОПОМОГУ СТУДЕНТУ УДФСУ» ВИЙШЛИ ДРУКОМ:

2016

«Методичні основи спеціальної фізичної та технічної підготовки студентів за розділом «Легка атлетика»

«Самостійна робота студента як одна з форм впливу на функціональну, фізичну та психологічну підготовленість»

«Організація роботи командира механізованого взводу»

«5.45-мм автомати Калашникова (АК-74, АКС-74, АК-74Н, АКС-74Н) та 5.45-мм ручні кулемети Калашникова (РПК-74, РПКС-74, РПК-74Н, РПКС-74Н)»

«Гранатомет підствольний ГП-25»

«Ручні гранати»

«Кулемети Калашникова – 7.62, ПК, УЖМ, ПКТ»

«Ручний протитанковий гранатомет РПГ-7»

«9-мм пістолет Макарова (ПМ)»

2017

«Вища та прикладна математика»

«Цивільний захист»

«Програмування мовою JAVA : практикум»

«Інформаційні системи і технології в юридичній практиці»

«Дослідження операцій : практикум»

«Чисельні методи»

«English for Students of Finance»

«Основи військової розвідки»

2018

«CASE-технології. Міждисциплінарне інформаційне моделювання»

«Економічна інформатика: практикум»

«Економічна теорія (політекономія, мікроекономіка, макроекономіка). Політекономія»

«Економічна теорія (політекономія, мікроекономіка, макроекономіка). Мікроекономіка»

«Економічна теорія (політекономія, мікроекономіка, макроекономіка). Макроекономіка»

«Охорона праці»

«Економіка і організація діяльності об'єднань підприємств»

«Основи християнської культури»

«Економіка підприємства»

«Фізика»

«Трудове право України»

«English for law and Communication»

«Фінансова статистика»

«Експортно-імпортні операції»

«Стратегія підприємства»

2019

«Основи тактичної медицини»

«Аудит»

«Вища та прикладна математика : збірник вправ та задач»

«Міжнародні розрахунки та валютні операції»

«Підготовка озброєння механізованого взводу до бойового застосування»

«Контролінг в управлінні підприємством»

«Актуальні питання судової експертизи (у питаннях і відповідях)»

«Інноваційний менеджмент»

УНІВЕРСИТЕТ ДЕРЖАВНОЇ ФІСКАЛЬНОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ

Серія «На допомогу студенту УДФСУ»,

О. Ю. Бащук, С. М. Кучменко,
Л. В. Скасків, О. Б. Чернобай

ВИЩА ТА ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА: ЗБІРНИК ВПРАВ ТА ЗАДАЧ

Навчальний посібник

За загальною редакцією к.ф.-м.н. О. Б. Чернобай

Ірпінь
2019

УДК 51(075.8)
ББК 22.11я73
В55

Рекомендовано до друку Вченою радою
Університету державної фіскальної служби України
(протокол № 13 від 20 грудня 2018 року)

Рецензенти:

Березанський О. М., доктор фізико-математичних наук, професор, академік НАН України, головний науковий співробітник Інституту математики НАН України;

Семко М. М., доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри вищої математики Університету державної фіскальної служби України.

В55 Вища та прикладна математика : збірник вправ та задач : навчальн. посіб. / Бащук О. Ю., Кучменко С. М., Скасків Л. В., Чернобай О. Б. ; за заг. ред. О. Б. Чернобай ; Державна фіскальна служба України, Університет ДФС України. – Ірпінь, 2019. – 76 с. – (Серія «На допомогу студенту УДФСУ», т. 37).

ISBN 978-966-337-508-3

Збірник вправ та задач написано відповідно до програми навчальної дисципліни «Вища та прикладна математика».

Посібник містить вправи та задачі з економічним та податковим змістом. Він є продовженням навчального посібника «Вища та прикладна математика».

Рекомендований студентам денної та заочної форми навчання економічних спеціальностей вищих навчальних закладів та коледжів.

УДК 51(075.8)
ББК 22.11я73

© Бащук О. Ю., Кучменко С. М.,
Скасків Л. В., Чернобай О. Б., 2019
© Університет державної фіскальної
служби України, 2019

ISBN 978-966-337-508-3

ЗМІСТ

ВСТУП.....4

РОЗДІЛ 1. ВИЩА МАТЕМАТИКА 5
Тема 1. Матриці та визначники 5
Тема 2. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь 6
Тема 3. Векторний простір та його базис 12
Тема 4. Рівняння прямої на площині 13
Тема 6. Вступ до математичного аналізу 14
Тема 7. Функції однієї дійсної змінної 15
Тема 8. Диференціальне числення функції кількох змінних 17
Тема 9. Інтегральне числення 18

РОЗДІЛ 2. ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ.....22
Тема 10. Випадкові події 22
Тема 11. Випадкові величини 24
Тема 12. Основні закони розподілу випадкових величин 26
Тема 13. Граничні теореми 30

РОЗДІЛ 3. МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА 32
Тема 14. Основні поняття математичної статистики 32
Тема 15. Статистичні гіпотези та статистичні критерії 36
Тема 16. Елементи дисперсійного, кореляційного
та регресійного аналізу.....39

РОЗДІЛ 4. МАТЕМАТИЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ 49
Тема 17. Побудова математичної моделі економічної задачі 49
Тема 18. Розв’язання задач графічним методом.....53
Тема 19. Розв’язання задач симплексним методом.....53
Тема 20. Транспортна задача 59

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....68

ДОДАТКИ.....64

ВСТУП

Вищою формою розумової діяльності людини є теоретичне мислення. Серед різних форм теоретичних методів пізнання світу надзвичайно потужним і своєрідним став математичний метод. Він знайшов особливе місце у пізнанні і за масштабами застосовності, і за мірою довіри до істин, які дістає математика та математичні методи.

Математика має справу з абстракціями, які створюються в нашій свідомості, але вона вивчає, хоча і опосередковано, кількісні відношення та просторові форми реальних явищ та процесів.

Щоб бути переконаним у справедливості здобутих результатів за допомогою математичних висновків, учені турбувалися про надійність та бездоганність найвищого і найскладнішого інструменту пізнання – мислення. Мислення здійснюється в певних формах, а процес мислення і його результати фіксуються та передаються певною мовою – мовою математики.

Розвивати математичне мислення покликані найрізноманітніші задачі.

З метою розвитку математичного мислення і складено цей посібник «Вища та прикладна математика : збірник вправ та задач».

Видання є продовженням навчального посібника «Вища та прикладна математика» авторів І. Б. Руденко та О. Б. Чернобай.

У збірник ввійшли задачі з економічним та податковим змістом, складені викладачами кафедри вищої математики Університету ДФС України.

РОЗДІЛ 1
ВИЩА МАТЕМАТИКА

Тема 1. Матриці та визначники

Задача 1

Для даних, що є балансовим звітом двогалузевої моделі економіки, обчислити необхідний обсяг валового випуску кожної галузі, що забезпечував би вектор випуску кінцевої продукції $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$.

Варіант	**Споживання продукції**		**Валовий випуск**	Y
	Енергетика	***Машинобудування***		
1	165 110	140 120	600 800	400 200
2	120 140	200 180	800 1 000	100 400
3	100 170	115 120	1 000 1000	300 100
4	175 175	165 125	600 600	500 300
5	120 125	125 170	600 800	100 200
6	110 100	170 120	800 800	300 300
7	125 180	170 165	1 000 600	200 400
8	135 125	105 165	700 1 000	500 400
9	115 125	150 105	700 1 000	200 200
10	140 150	180 155	900 800	100 100
11	190 175	165 195	700 900	500 100
12	130 170	185 195	1 000 600	500 500
13	145 115	110 130	1 000 900	200 100
14	105 185	120 180	800 1 000	200 400

15	190 155	195 110	600 900	300 200
16	170 200	200 105	900 900	300 500
17	115 195	110 140	1 000 1 000	200 500
18	110 105	105 190	800 900	300 100
19	125 125	160 115	700 600	500 300
20	140 110	150 110	1 000 900	100 400
21	120 155	145 140	700 700	100 200
22	150 115	125 185	600 1 000	300 300
23	100 180	165 110	1 000 900	100 300
24	150 115	140 100	900 600	400 200
25	170 100	120 125	600 700	500 500
26	130 115	185 165	1 000 700	300 300
27	115 125	105 195	1 000 1 000	200 200
28	200 105	165 180	900 900	100 100
29	150 140	130 100	600 800	300 100
30	145 100	180 135	600 700	200 400

Тема 2. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь

Задача 2

З пункту А до пункту В необхідно перевезти обладнання трьох типів. Для перевезення обладнання підприємство може використовувати три види транспорту. Загальну кількість обладнання та кількість обладнання кожного типу, що може вмістити певний вид транспорту, подано в таблиці.

Визначити, скільки одиниць транспорту кожного виду потрібно для перевезення обладнання з пункту А до пункту В.

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
1	I	3	2	1	19
	II	4	1	2	20
	III	3	5	4	37

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
2	I	3	5	4	270
	II	1	2	1	80
	III	2	3	2	160

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
3	I	5	6	4	240
	II	1	4	3	145
	III	3	5	2	155

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
4	I	2	3	1	80
	II	4	2	3	130
	III	1	3	4	90

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
5	I	3	1	2	90
	II	1	2	4	80
	III	2	2	3	90

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
6	I	3	2	4	110
	II	1	3	5	120
	III	4	2	1	90

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
7	I	4	2	1	90
	II	2	3	2	100
	III	6	1	4	120

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
8	I	4	3	2	110
	II	2	5	3	130
	III	2	1	2	70

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
9	I	4	3	3	130
	II	2	2	4	120
	III	1	3	2	80

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
10	I	3	2	2	120
	II	4	1	2	130
	III	1	5	3	130

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
11	I	4	3	2	110
	II	2	1	3	70
	III	8	2	1	150

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
12	I	4	3	2	330
	II	3	2	1	230
	III	1	1	2	120

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
13	I	3	2	1	200
	II	1	6	2	260
	III	4	1	5	290

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
14	I	5	7	4	240
	II	10	5	20	750
	III	5	2	1	100

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
15	I	2	3	1	245
	II	1	0	2	130
	III	3	4	0	270

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
16	I	3	2	1	190
	II	4	1	2	200
	III	3	5	4	370

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
17	I	3	5	4	27
	II	1	2	1	8
	III	2	3	2	16

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
18	I	5	6	4	2400
	II	1	4	3	1450
	III	3	5	2	1550

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
19	I	2	3	1	8
	II	4	2	3	13
	III	1	3	4	9

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
20	I	3	1	2	9
	II	1	2	4	8
	III	2	2	3	9

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
21	I	3	2	4	11
	II	1	3	5	12
	III	4	2	1	9

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
22	I	4	2	1	9
	II	2	3	2	10
	III	6	1	4	12

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
23	I	4	3	2	11
	II	2	5	3	13
	III	2	1	2	7

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
24	I	4	3	3	13
	II	2	2	4	12
	III	1	3	2	8

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
25	I	3	2	2	12
	II	4	1	2	13
	III	1	5	3	13

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
26	I	4	3	2	11
	II	2	1	3	7
	III	8	2	1	15

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
27	I	4	3	2	33
	II	3	2	1	23
	III	1	1	2	12

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
28	I	3	2	1	20
	II	1	6	2	26
	III	4	1	5	29

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
29	I	5	7	4	24
	II	10	5	20	75
	III	5	2	1	10

Варіант	Тип обладнання	Вид транспорту			Загальна кількість обладнання
		T_1	T_2	T_3	
30	I	2	3	1	2450
	II	1	0	2	1300
	III	3	4	0	2700

Тема 3. Векторний простір та його базис

Задача 3

Дано вектори, які характеризують виробничий цикл підприємства за добу при виготовленні чотирьох видів продукції: $\bar{q}-$ вектор асортименту, $\bar{s}-$ вектор витрат сировини, $\bar{t}-$ вектор витрат робочого часу, $\bar{p}-$ ціновий вектор. Обчислити добові показники: витрати сировини S, витрати робочого часу T і вартість продукції P.

Варіант	Вектори виробничого циклу підприємства			
	$\bar{q}$	$\bar{s}$	$\bar{t}$	$\bar{p}$
1	(10;40;30;20)	(2;3;7;6)	(9;4;14;7)	(35;20;44;25)
2	(11;39;31;19)	(4;4;6;3)	(4;5;12;9)	(36;22;43;27)
3	(12;38;32;18)	(3;5;5;5)	(8;6;10;3)	(37;21;42;29)
4	(13;37;33;17)	(5;6;4;4)	(5;7;11;5)	(38;23;41;24)
5	(14;36;34;16)	(4;7;3;2)	(7;8;13;6)	(39;22;40;26)
6	(15;35;35;15)	(6;6;2;3)	(6;7;15;4)	(34;24;44;28)
7	(16;34;36;14)	(2;5;4;5)	(9;6;14;7)	(35;23;43;23)
8	(17;33;37;13)	(3;4;5;7)	(5;5;13;6)	(36;25;42;25)
9	(18;32;38;12)	(4;3;6;5)	(8;4;12;3)	(37;24;41;27)
10	(19;31;39;11)	(5;2;7;6)	(4;4;11;5)	(38;26;40;29)
11	(35;20;44;25)	(9;4;14;7)	(2;3;7;6)	(10;40;30;20)
12	(36;22;43;27)	(4;5;12;9)	(4;4;6;3)	(11;39;31;19)
13	(37;21;42;29)	(8;6;10;3)	(3;5;5;5)	(12;38;32;18)
14	(38;23;41;24)	(5;7;11;5)	(5;6;4;4)	(13;37;33;17)
15	(39;22;40;26)	(7;8;13;6)	(4;7;3;2)	(14;36;34;16)
16	(34;24;44;28)	(6;7;15;4)	(6;6;2;3)	(15;35;35;15)
17	(35;23;43;23)	(9;6;14;7)	(2;5;4;5)	(16;34;36;14)
18	(36;25;42;25)	(5;5;13;6)	(3;4;5;7)	(17;33;37;13)
19	(37;24;41;27)	(8;4;12;3)	(4;3;6;5)	(18;32;38;12)
20	(38;26;40;29)	(4;4;11;5)	(5;2;7;6)	(19;31;39;11)
21	(25;36;70;61)	(5;2;4;5)	(1;4;3;2)	(91;42;14;74)
22	(41;43;62;35)	(6;2;3;7)	(1;9;1;9)	(46;53;42;32)
23	(36;50;53;51)	(7;1;2;9)	(2;8;2;8)	(82;64;50;37)
24	(50;61;44;47)	(8;3;1;4)	(3;7;3;7)	(56;71;41;57)
25	(42;72;34;20)	(9;2;0;6)	(4;6;7;6)	(71;58;43;61)
26	(63;60;29;34)	(4;4;6;8)	(5;5;3;5)	(65;37;19;45)
27	(27;54;42;53)	(5;3;3;3)	(6;4;4;4)	(49;62;54;47)
28	(31;43;54;70)	(6;5;2;5)	(7;3;7;3)	(51;56;33;64)
29	(43;35;64;51)	(7;4;1;7)	(8;2;8;2)	(48;54;42;38)
30	(54;23;76;60)	(8;6;0;9)	(9;1;9;1)	(34;54;61;55)

Тема 4. Рівняння прямої на площині

Задача 4

Побудувати графіки транспортних витрат та визначити, для яких відстаней вигідніше перевозити вантаж залізничним або автомобільним транспортом, якщо транспортні витрати перевезення одиниці вантажу залізничним транспортом та автомобільним транспортом на відстань x визначаються за формулами $y_1 = k_1 x + b_1, y_2 = k_2 x + b_2$, де x вимірюється сотнями кілометрів.

Варіант	$y_1 = k_1 x + b_1$ $y_2 = k_2 x + b_2$
1	$y_1 = 0{,}2x + 6$ $y_2 = 0{,}3x + 4$
2	$y_1 = 0{,}2x + 4$ $y_2 = 0{,}1x + 6$
3	$y_1 = 0{,}2x + 9$ $y_2 = 0{,}3x + 4$
4	$y_1 = 0{,}1x + 10$ $y_2 = 0{,}3x + 4$
5	$y_1 = 0{,}2x + 8$ $y_2 = 0{,}5x + 5$
6	$y_1 = x + 2$ $y_2 = 0{,}1x + 10$
7	$y_1 = 0{,}3x + 5$ $y_2 = 0{,}2x + 9$
8	$y_1 = 0{,}1x + 10$ $y_2 = x + 6$
9	$y_1 = 0{,}2x + 10$ $y_2 = x + 6$
10	$y_1 = 0{,}1x + 9$ $y_2 = x + 1$
11	$y_1 = 0{,}2x + 6$ $y_2 = 0{,}1x + 9$
12	$y_1 = 0{,}3x + 7$ $y_2 = 0{,}1x + 8$
13	$y_1 = 0{,}1x + 9$ $y_2 = 0{,}2x + 4$
14	$y_1 = 0{,}5x + 2$ $y_2 = 0{,}2x + 6$

15	$y_1 = 0{,}1x + 5$ $y_2 = 0{,}2x + 1$
16	$y_1 = x + 2$ $y_2 = 0{,}2x + 7$
17	$y_1 = 0{,}3x + 8$ $y_2 = 0{,}2x + 9$
18	$y_1 = 0{,}2x + 9$ $y_2 = x + 6$
19	$y_1 = 0{,}3x + 1$ $y_2 = 0{,}2x + 2$
20	$y_1 = 0{,}1x + 7$ $y_2 = 0{,}3x + 4$
21	$y_1 = 0{,}5x + 3$ $y_2 = 0{,}3x + 5$
22	$y_1 = 0{,}5x + 2$ $y_2 = 0{,}3x + 5$
23	$y_1 = 0{,}2x + 3$ $y_2 = 0{,}1x + 9$
24	$y_1 = 0{,}3x + 1$ $y_2 = 0{,}1x + 10$
25	$y_1 = 0{,}3x + 4$ $y_2 = 0{,}1x + 8$
26	$y_1 = 0{,}3x + 3$ $y_2 = 0{,}2x + 10$
27	$y_1 = x + 9$ $y_2 = 0{,}2x + 10$
28	$y_1 = x + 1$ $y_2 = 0{,}2x + 3$
29	$y_1 = 0{,}5x + 6$ $y_2 = 0{,}3x + 9$
30	$y_1 = 0{,}5x + 2$ $y_2 = 0{,}1x + 5$

Тема 6. Вступ до математичного аналізу

Задача 5

Сума N тис. грн вкладена під складні відсотки з розрахунку p % на n років. Обчислити кінцеву суму, якщо відсотки нараховуються в кінці кожного місяця.

№ варіанта	№ тис. грн	p %	n років	№ варіанта	№ тис. грн	p %	n років
1	300	14	5	16	350	13	3
2	320	13	3	17	400	13	4
3	405	13	4	18	505	14	8
4	410	15	6	19	510	15	10
5	450	20	5	20	390	18	10
6	480	16	5	21	380	16	9
7	305	13	6	22	370	20	7
8	310	14	6	23	400	15	5
9	280	14	10	24	410	15	6
10	500	15	8	25	420	14	5
11	300	13	9	26	430	17	8
12	460	15	7	27	390	16	9
13	475	15	8	28	310	13	9
14	600	16	8	29	300	13	10
15	305	17	9	30	400	18	10

Тема 7. Функції однієї дійсної змінної

Задача 6

Дослідженням виявлено, що витрати палива судном зростають пропорційно квадрату швидкості судна. Знайти аналітичну залежність між витратами палива m та швидкістю судна V, враховуючи, що при швидкості V_0 км/год витрачено m_0 л пального за годину.

Варіант	V_0, км/год	m_0, л
1	40	20
2	50	25
3	45	20
4	55	30
5	40	21
6	43	24
7	47	26
8	42	23
9	51	32
10	49	27
11	52	26

12	47	21
13	42	26
14	40	27
15	54	31
16	51	24
17	43	35
18	56	32
19	49	30
20	50	25
21	45	29
22	40	31
23	52	24
24	48	25
25	39	29
26	46	31
27	50	24
28	53	34
29	44	26
30	47	22

Задача 7

Нехай функцію попиту на товар, який випускає деяка фірма, змодельована залежністю $p(q) = q_0 e^{-kp^2}$, де q_0 і k – відомі величини.

Визначити, за якої ціни p попит буде еластичним. (Еластичність обчислимо за формулою $E_p(q) = -2kp^2$. Аби попит був еластичним, необхідно, щоб виконувалася нерівність $2kp^2 > 1$. Отже, $p > \frac{1}{\sqrt{2k}}$)

№ варіанта	Значення q_0	Значення k	№ варіанта	Значення q_0	Значення k
1	10	2	16	1	5
2	1	13	17	10	5
3	11	4	18	6	4
4	20	15	19	3	7
5	21	12	20	5	4
6	2	13	21	3	8
7	22	14	22	9	2
8	3	12	23	7	3
9	3	22	24	4	6

10	14	16	25	5	8
11	4	20	26	9	4
12	31	14	27	8	9
13	3	13	28	5	7
14	14	12	29	4	10
15	10	11	30	2	10

Тема 8. Диференціальне числення функції кількох змінних

Задача 8

Нехай фірма випускає два види товарів. Позначимо їхні обсяги через x та y. Нехай ціни на ці товари становлять p_x та p_y умов. грош. од., а функція витрат $C(x;y) = x^2 + xy + y^2$. Знайти максимальний прибуток, який може одержати фірма, якщо функція прибутку фірми $P(x;y) = p_x x + p_y y - x^2 - xy - y^2$.

№ варі-анта	Значення p_x	Значення p_y	№ варі-анта	Значення p_x	Значення p_y
1	8	10	16	7	8
2	9	10	17	6	7
3	10	7	18	7	9
4	6	8	19	9	6
5	8	6	20	8	7
6	4	8	21	8	5
7	9	8	22	5	7
8	8	9	23	6	7
9	5	8	24	9	7
10	6	10	25	5	12
11	8	11	26	11	9
12	7	10	27	13	7
13	7	11	28	8	11
14	10	9	29	14	9
15	10	8	30	8	12

Тема 9. Інтегральне числення

Задача 9

Задано граничний дохід фірми $R'(x) = N - 0{,}0(N+2)x$. Знайти функцію доходу й визначити співвідношення між ціною одиниці продукції та обсягом проданої продукції (N – порядковий номер студента у списку групи). (Функцію доходу фірми можна знайти інтегруванням граничного доходу, тобто $R(x) = \int R'(x)dx$. Для знаходження С використовуємо той факт, що дохід має дорівнювати 0, якщо не продано жодної одиниці продукції, тобто при $x = 0$. Якщо ціна кожної одиниці проданої фірмою продукції p і продано x одиниць, то її дохід $R(x) = px$).

Задача 10

Знайти обсяг продукції, випущеної за Т часу, якщо функція Кобба-Дугласа має вигляд $q(t) = (\alpha t + \beta)e^{xt}$.

№ варіанта	Т	α	β	γ
1	2	2	1	3
2	3	2	2	3
3	5	2	1	2
4	4	2	1	2
5	2	3	1	3
6	4	1	0	1
7	4	1	1	3
8	4	1	2	2
9	5	1	2	2
10	5	2	1	3
11	5	3	1	2
12	6	1	1	1
13	6	2	1	1
14	6	2	2	1
15	6	2	3	2
16	7	2	3	3
17	7	1	2	2
18	6	5	4	2
19	6	3	5	10
20	5	2	3	5
21	4	7	8	10
22	4	2	5	2
23	3	2	3	5

24	3	5	4	4
25	3	6	10	2
26	5	5	6	2
27	3	10	6	5
28	4	10	2	3
29	4	10	1	1
30	4	2	10	3

Задача 11

Знаючи криву Лоренца, знайти коефіцієнт Джині.

№ варіанта	Крива Лоренца
1	$y = 1 - \sqrt{1 - x^2}$
2	$y = 2 - \sqrt{4 - x^2}$
3	$y = 3 - \sqrt{9 - x^2}$
4	$y = 4 - \sqrt{16 - x^2}$
5	$y = 5 - \sqrt{25 - x^2}$
6	$y = 6 - \sqrt{36 - x^2}$
7	$y = x^2$
8	$y = (x+1)^2$
9	$y = x^2 + 2x$
10	$y = 7 - \sqrt{49 - x^2}$
11	$y = x^2 + 4x$
12	$y = x^2 + 5x$
13	$y = x^2 + 3x$
14	$y = 8 - \sqrt{64 - x^2}$
15	$y = 1 - \sqrt{1 - x^2}$
16	$y = x^2 + 6x$
17	$y = 9 - \sqrt{81 - x^2}$
18	$y = 10 - \sqrt{100 - x^2}$
19	$y = 11 - \sqrt{121 - x^2}$
20	$y = 12 - \sqrt{144 - x^2}$
21	$y = x^2 + 7x$
22	$y = x^2 + 10x$
23	$y = x^2 + 9x$
24	$y = x^2 + 8x$
25	$y = x^2 + 100x$

26	$y = 15 - \sqrt{225 - x^2}$
27	$y = (x+3)^2$
28	$y = (x-1)^2$
29	$y = x^2 + 11x$
30	$y = x^2 + 12x$

Задача 12

Знайти дисконтний прибуток К за Т-років при Р % ставці, якщо базові капіталовкладення *a*, а очікуваний прибуток *b* річних.

№ варіанта	T	P	b	a
1	2	10 %	1	10
2	3	8 %	1	10
3	5	10 %	2	10
4	4	8 %	2	10
5	3	8 %	1	20
6	4	7 %	3	10
7	4	5 %	3	10
8	4	6 %	3	10
9	4	3 %	1	10
10	5	8 %	2	10
11	5	8 %	2	20
12	5	4 %	4	40
13	5	7 %	4	40
14	5	6 %	4	40
15	5	3 %	4	40
16	5	5 %	3	30
17	5	6 %	1	30
18	6	10 %	2	40
19	10	10 %	10	100
20	5	8 %	1	50
21	4	8 %	5	100
22	4	5 %	10	200
23	4	10 %	2	100
24	10	10 %	1	50
25	6	5 %	2	50
26	6	5 %	1	40
27	6	5 %	1	20
28	6	5 %	2	20
29	6	10 %	4	10
30	6	8 %	1	100

Задача 13

Знайти середнє значення часу, що затрачений на освоєння від α *до* β, якщо відома функція $t(x)$ – зміна затрат часу на випуск виробу залежно від ступеня освоєння виробництва.

№ варіанта	α	β	a	b
1	10	20 %	600 хв	0,5
2	100	121 %	600 хв	0,5
3	50	70 %	380 хв	0,5
4	40	60 %	100 хв	0,5
5	40	50 %	100 хв	0,5
6	100	200 %	100 хв	0,5
7	50	100 %	100 хв	1/3
8	40	60 %	60 хв	1/3
9	40	80 %	60 хв	0,5
10	40	100 %	100 хв	0,5
11	50	100 %	80 хв	0,5
12	70	170 %	100 хв	1/3
13	50	150 %	60 хв	0,5
14	10	40 %	30 хв	0,5
15	10	40 %	40 хв	0,5
16	150	200%	60 хв	0,25
17	150	200 %	100 хв	0,25
18	70	100 %	80 хв	0,25
19	70	100%	80 хв	0,5
20	50	200 %	100 хв	0,5
21	100	300 %	200 хв	0,5
22	70	80 %	20 хв	0,5
23	100	400 %	200 хв	0,25
24	100	300 %	100 хв	1/3
25	10	100 %	60 хв	0,25
26	100	200 %	60 хв	0,5
27	100	150 %	100 хв	0,5
28	100	200 %	30 хв	0,25
29	100	150 %	100 хв	0,25
30	100	150 %	60 хв	0,25

РОЗДІЛ 2
ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ

Тема 10. Випадкові події

Задача 1

Задача на використання формули Бернуллі та наслідків з неї.

У середньому по p % договорів страхування авто страхова компанія виплачує страхову суму. Знайти ймовірність того, що із n договорів з настанням страхового випадку страховка не буде виплачена:

а) у k випадках;

б) від k_1 до k_2 випадках;

в) не менше ніж k_1;

г) не більше ніж k_2 випадках;

д) хоч в одному випадку;

е) найімовірніше число випадків і його ймовірність.

Варіант	p	n	k_1	k_2	Варіант	p	n	k_1	k_2
1	0,9	10	7	9	16	0,86	10	6	9
2	0,92	9	6	8	17	0,87	9	6	9
3	0,81	8	5	7	18	0,88	8	4	6
4	0,8	9	5	8	19	0,89	7	3	5
5	0,79	10	7	9	20	0,91	10	6	9
6	0,93	9	7	9	21	0,92	9	6	8
7	0,95	8	5	8	22	0,94	8	5	7
8	0,96	7	6	8	23	0,78	7	4	6
9	0,97	8	4	7	24	0,77	10	6	8
10	0,98	7	4	6	25	0,76	9	5	7
11	0,99	6	3	5	26	0,77	8	5	6
12	0,82	10	7	9	27	0,75	7	4	6
13	0,83	9	6	9	28	0,74	10	6	9
14	0,84	8	4	6	29	0,73	9	5	8
15	0,85	7	3	5	30	072	8	4	7

Задача 2

Фірма, яка займається установкою нових вікон, розкладає рекламні листки по почтових ящиках. Попередній досвід компанії показує, що приблизно в S випадках із тисячі буде замовлень установки вікон. Знайти ймовірність того, що при розміщенні n рекламних листів кількість замовлень буде:

а) m;

б) не більше m;

в) не менше m;

г) найімовірніше число замовлень та його ймовірність.

Варіант	S	n	m	Варіант	S	n	m
1	9	300	2	16	7	350	3
2	8	350	4	17	8	400	4
3	7	400	6	18	9	250	5
4	6	500	8	19	1	990	6
5	5	700	3	20	2	510	7
6	4	900	5	21	3	690	8
7	3	800	7	22	4	790	2
8	2	900	9	23	5	560	4
9	1	1 000	3	24	6	770	6
10	10	100	4	25	7	680	8
11	2	850	5	26	8	310	3
12	3	750	6	27	9	290	5
13	4	800	7	28	10	120	7
14	5	600	8	29	1	985	9
15	6	700	2	30	2	880	4

Задача 3

У середньому p % жителів міста, які здають квартири, не платять податок. Знайти ймовірність того, що із n власників квартир не платять податок:

а) m власників;

б) від k_1 до k_2;

в) не менше k_1 власників квартир;

г) не більше k_2;

д) найімовірніше число власників, що здають квартири.

Варіант	p	n	m	k_1	k_2	Варі-ант	p	n	m	k_1	k_2
1	0,2	500	310	200	310	16	0,15	485	300	290	400
2	0,3	510	300	210	300	17	0,2	510	400	250	390
3	0,4	520	305	205	310	18	0,25	550	450	300	400
4	0,5	530	295	250	330	19	0,1	605	300	280	410
5	0,6	570	350	270	390	20	0,35	700	400	310	490
6	0,21	515	340	200	400	21	0,45	290	100	150	200
7	0,32	540	320	270	390	22	0,5	600	350	310	490
8	0,35	590	390	250	380	23	0,6	710	410	390	485
9	0,25	580	400	300	400	24	0,55	800	500	400	600
10	0,23	610	370	350	500	25	0,33	750	420	410	650
11	0,42	570	250	300	440	26	0,4	810	450	390	680
12	0,45	620	350	395	510	27	0,29	790	390	350	650
13	0,51	650	395	400	550	28	0,19	680	400	395	545
14	0,52	600	310	390	540	29	0,39	590	280	310	500
15	0,24	550	250	290	380	30	0,26	600	310	280	450

Тема 11. Випадкові величини

Задача 4

Одновимірні випадкові величини.

1. У таблиці подано дані про кількість зданих податкових декларацій за день в деякому місті.

X	N	N + 2	N + 3	N + 4	N + 5
P	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3

Знайти: всі числові характеристики і пояснити значення кожної (N– номер варіанта).

2. На основі заданої функції $F(x)$ ймовірностей прибутку малого підприємства потрібно визначити:

а) диференціальну функцію розподілу;

б) побудувати графіки $F(x)$і $f(x)$;

в) обчислити $M(X), D(X), \sigma(X)$ та зробити висновок про прибуток сталого підприємства;

г) ймовірність того, що прибуток малого підприємства прийме значення з інтервалу $(\alpha;\ \beta)$, N – номер варіанта.

Якщо $N \le 10,\ \alpha = N + 2,\ \beta = N + 6$:

$$F(x) = \begin{cases} 0, \text{при } x \le N \\ \dfrac{(x-N)^2}{100}, \text{при } N < x \le N + 10 \\ 1, \text{при } x > N + 10 \end{cases}$$

якщо $10 < N \le 20, \alpha = N - 3, \beta = N + 1$:

$$F(x) = \begin{cases} 0, \text{при } x \le N \\ \dfrac{(x-N)^3}{216}, \text{при } N < x \le N + 6 \\ 1, \text{при } x > N + 6 \end{cases}$$

якщо $20 < N \le 30, \alpha = N + 1, \beta = N + 7$:

$$F(x) = \begin{cases} 0, \text{при } x \le N \\ \dfrac{(x-N)^4}{256}, \text{при } N < x \le N + 4 \\ 1, \text{при } x > N + 4 \end{cases}$$

Задача 5

Двовимірні випадкові величини.

Розглянемо дві різні умовні акції X та У. Для кожної з них розраховані відносні частоти очікуваних прибутків залежно від чотирьох етапів економіки: піднесення (п), стагнація(с), незначний спад(нс), значний спад(зс). Залежно від економічного стану прогнозовані норми очікування прибутків (у відсотках) задані відповідно у першому рядку та стовпчику таблиці. У клітинках на перетині X та У проставлені ймовірності появи норм відсотків значень (x, y).

У	X			
	$N + 10$	$N + 3$	N	$-N - 3$
$N + 15$	0,02	0,05	0,03	0,04
$N + 5$	0,10	0,01	0,07	0,06
$-N$	0,08	0,04	0	0,05
$-N - 5$	0,10	0,2	0,1	0,05

Для того, щоб кількісно проаналізувати ризик для кожного з двох видів акцій Х та У, необхідно:

1. Скласти ряди розподілу для кожної випадкової величини Х та У.

2. Знайти очікувану норму прибутку у (відсотках) по кожній з акцій і порівняти їх та зробити висновок. Тобто знайти *M(X)* та *M(Y)*.

3. Оцінити ступінь ризику обох акцій за допомогою $D(X)$, $\sigma(X)$ та $D(Y)$, $\sigma(Y)$ (зробити висновок).

4. Проаналізувати наявність зв'язку між акціями Х та У за допомогою коваріації та коефіцієнта кореляції.

Тема 12. Основні закони розподілу випадкових величин

Задача 6

Згідно зі статистичними даними a % приватних підприємців, які подають електронний звіт у фіскальну службу, отримують його на доопрацювання. У певний день подано звіт від n підприємців. Знайти закон розподілу випадкової величини X – кількість підприємців, яким повернули звіт на доопрацювання. Обчислити математичне сподівання, дисперсію та середнє квадратичне відхилення.

Варіант	a	n	Варіант	a	n
1	10	15	16	15	30
2	11	20	17	17	32
3	15	25	18	22	33
4	9	22	19	9	30
5	12	24	20	8	20
6	13	30	21	7	25
7	20	35	22	6	28
8	25	20	23	5	23
9	22	25	24	10	24
10	17	22	25	12	27
11	18	20	26	15	30
12	15	25	27	18	35
13	13	27	28	20	40
14	10	26	29	25	45
15	20	35	30	15	42

Задача 7

Кондитерська фабрика відправила в магазин n ящиків цукерок. Ймовірність, що ящик буде пошкоджений при транспортуванні p. При транспортуванні в магазин експедитор, який перевозив товар, заявив, що k ящиків розбиті при перевезенні. Не знаючи, чи можна довіряти експедитору, директор магазину вирішив знайти ймовірність розбиття k ящиків. Знайти математичне сподівання, дисперсію та середнє квадратичне для ДВВ X – кількість ящиків пошкоджених при перевезенні, щоб оцінити можливість збитків, про які сказав експедитор.

Варіант	n	p	k	Варіант	n	p	k
1	400	0,002	7	16	790	0,0013	7
2	500	0,003	8	17	890	0,0012	4
3	600	0,004	9	18	1000	0,0011	10
4	700	0,005	5	19	990	0,002	5
5	800	0,006	6	20	820	0,003	6
6	900	0,007	4	21	920	0,004	7
7	450	0,008	7	22	720	0,005	8
8	550	0,009	10	23	620	0,006	9
9	650	0,001	5	24	520	0,007	4
10	750	0,0015	6	25	930	0,008	7
11	850	0,0016	7	26	780	0,009	8
12	950	0,0017	8	27	680	0,001	9
13	490	0,0018	9	28	580	0,002	5
14	590	0,0019	5	29	480	0,003	6
15	690	0,0014	8	30	999	0,004	10

Задача 8

Будівельна фірма, щоб побудувати будинок, хоче скористатися банківським кредитом. Ймовірність того, що будь-який банк, після того як буде показано бізнес-план, прийме позитивне рішення про кредит p. Фірма звертається до банків до першого позитивного рішення. Визначіть закон розподілу, математичне сподівання, дисперсію, середнє квадратичне відхилення для ВВ. X – кількість банків, до яких звернулася будівельна фірма.

Варіант	p	Варіант	p
1	0,3	16	0,39
2	0,2	1	0,49
3	0,15	18	0,18
4	0,4	19	0,28
5	0,5	20	0,38
6	0,6	21	0,17
7	0,23	22	0,27
8	0,18	23	0,37
9	0,35	24	0,46
10	0,25	25	0,16
11	0,45	26	0,26
12	0,36	27	0,36
13	0,22	28	0,32
14	0,29	29	0,42
15	0,19	30	0,34

Задача 9

Державна фіскальна служба України проаналізувала благодійні внески всіх осіб, що зробили їх з своїх прибутків протягом року. Було встановлено, що внески однієї особи нормально розподіляються із середнім значенням a гривень і середнім квадратичним відхиленням σ гривень. Якщо вибрати особу навмання, то яка ймовірність того, що ця особа внесла протягом року:

а) не менше α гривень;

б) не більше β гривень;

в) від α до β гривень;

г) записати диференціальну функцію та побудувати її графік.

Варіант	a	σ	α	β	Варіант	a	σ	α	β
1	1 850	200	1 200	1 700	16	2 000	440	1 800	2 200
2	1 550	300	2 500	3 000	17	2 200	450	1 900	2 500
3	1 750	250	1 590	1 700	18	1 820	410	1 700	2 900
4	1 700	220	1 600	1 900	19	1 930	495	1 880	3 000
5	1 650	350	1 500	1 800	20	1 730	390	1 500	2 900
6	1 600	330	1 550	1 900	21	1 540	225	1 790	2 500
7	1 950	290	1 750	1 890	22	1 795	310	1 500	2 300
8	1 900	270	1 880	2 000	23	1 895	295	2 000	2 900
9	1 450	400	1 400	1 950	24	2 200	395	3 000	4 500

10	1 400	450	1 300	1 850	25	2 500	410	3 100	3 900
11	1 490	490	1 450	2 000	26	3 000	590	1 999	4 500
12	1 390	500	1 290	1 500	27	3 100	550	2 500	4 000
13	1 350	510	1 400	2 000	28	1 740	290	1 500	3 000
14	1 500	395	1 490	2 100	29	1 645	320	1 900	2 900
15	2 100	410	1 700	2 000	30	1 559	300	1 600	2 600

Задача 10

У «єдиному вікні» в районній інспекції державної фіскальної служби підприємців обслуговують рівномірно з інтервалом T хвилин. Знайти диференціальну та інтегральну функції розподілу та їх очікування підприємцем, обчислити математичне сподівання, дисперсію та середнє квадратичне відхилення. Знайти ймовірність того, що час очікування буде:

1) не більше ніж α;

2) не менше ніж β;

3) від α до β.

Варіант	T	α	β	Варіант	T	α	β
1	10	9	12	16	12	10	14
2	15	10	18	17	13	10	15
3	12	10	15	18	18	15	25
4	14	10	20	19	17	15	20
5	16	15	20	20	15	10	15
6	20	18	25	21	20	18	25
7	18	15	22	22	10	7	15
8	14	10	15	23	12	8	19
9	20	15	25	24	14	10	20
10	15	10	19	25	15	10	25
11	25	20	30	26	20	15	30
12	18	15	20	27	15	10	20
13	17	14	19	28	12	10	15
14	15	10	20	29	20	15	25
15	10	8	15	30	25	20	30

Задача 11

Будемо вважати, що час консультації в податковій інспекції неперервна випадкова величина X, розподілена за показниковим законом. У середньому консультація з податків продовжується

півгодини. Записати аналітичний вигляд інтегральної та диференціальної функцій розподілу X, обчислити дисперсію та середнє квадратичне відхилення. Обчислити ймовірність того, що консультація випадкового відвідувача з податків буде продовжуватися:

а) не менше a хвилин;

б) понад b хвилин;

в) від c до d хвилин.

Варіант	a	b	c	d	Варіант	a	b	c	d
1	10	25	12	20	16	25	15	35	50
2	15	20	19	35	17	26	35	25	40
3	16	15	20	35	18	27	40	20	35
4	17	10	15	25	19	28	45	15	35
5	18	20	30	40	20	10	50	20	40
6	19	15	35	45	21	15	25	20	45
7	20	10	15	35	22	20	15	25	35
8	11	40	15	36	23	11	20	35	45
9	12	20	12	35	24	12	25	26	38
10	13	15	20	40	25	13	20	25	40
11	14	20	25	35	26	14	25	39	49
12	21	25	38	48	27	15	38	20	40
13	22	35	20	40	28	16	35	25	45
14	23	45	25	35	29	17	48	35	50
15	24	20	15	25	30	18	32	20	45

Тема 13. Граничні теореми

Задача 12

Аналіз торговельної діяльності певного магазину показує, що середньомісячний товарообіг становить $N \cdot 5\,000$ гривень. Оцінити ймовірність того, що в наступному місяці товарообіг буде в межах від $N \cdot 4\,800$ до $N \cdot 5\,200$ гривень, якщо відомо, що дисперсія досліджуваної величини $D(X) = 121\,000$, N – номер варіанта.

Задача 13

Серед приватних підприємців було проведено опитування стосовно того, скільки приблизно часу (в годинах) вони витрачають на підготовку податкової звітності.

X_i	2	3	4	5	6	7
p_i	0,1	$0{,}25-\frac{N}{500}$	0,2	$0{,}15+\frac{2N}{1000}$	0,2	0,1

Використовуючи нерівність Чебишова, оцінити ймовірність того, що $|X-M(X)|<4$, N – номер варіанта.

Задача 14

Під час перевірки державних підприємств податковою інспекцією 0,05 з них не мають фінансових порушень. Скільки потрібно перевірити підприємств, щоб з ймовірністю не менше $1-\frac{N}{200}$ можна було стверджувати, що підприємства, які не мають порушень, будуть відхилятися від $M(X)$ на величину, яка за модулем не перевищує N, N – номер варіанта. Розв’язати задачу:

а) за нерівністю Чебишова;

б) за інтегральною теоремою Муавра–Лапласа.

РОЗДІЛ 3
МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

Тема 14. Основні поняття математичної статистики

Задача 1

Податки (тис. грн), що сплачують приватні підприємці до місцевого бюджету, подано у таблиці.

1) побудувати статистичний розподіл статистичної вибірки, знайти обсяг вибірки;

2) побудувати емпіричну функцію та її графік;

3) побудувати полігон частот;

4) побудувати гістограму частот;

5) обчислити вибіркове середнє, дисперсію та середнє квадратичне відхилення.

Варіант	Вибірка
1	10, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 6, 10, 9, 7, 5, 6, 3, 5, 3, 7, 5, 4, 6, 1, 10, 4, 3, 1, 6, 7, 1, 6, 5, 1, 6, 1, 3, 5, 6, 3, 5, 3, 6, 3, 4, 5, 5, 6, 5, 10, 5, 5, 6
2	10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 10, 8, 10, 9, 7, 6, 5, 3, 2, 1, 3, 1, 7, 3, 4, 5, 6, 3, 1, 4, 5, 1, 3, 1, 3, 6, 5, 3, 5, 3, 6, 3, 5, 3, 8, 6, 8, 6,7,5
3	11, 15, 18, 10, 13, 15, 8, 14, 18, 11, 19, 20, 21, 13, 18, 16, 19, 21, 17, 16, 17, 16, 15, 14, 20, 16, 13, 14, 9, 18, 22, 15, 18, 19, 15, 14, 20, 21, 23, 24, 10, 22, 11, 20, 25, 12, 16, 17, 11, 17
4	16, 13, 8, 10, 17, 15, 8, 14, 18, 11, 19, 20, 21, 13, 18, 16, 19, 21, 17, 16, 17, 16, 15, 14, 20, 12, 11, 13, 14, 9, 18, 17, 15, 18, 19, 15, 14, 20, 21, 23, 22, 11, 20, 25, 12, 16, 17, 14, 12, 11
5	10, 9, 11, 13, 12, 13, 15, 14, 15, 17, 19, 20, 22, 18, 21, 19, 18, 17, 15, 16, 15, 16, 17, 17, 13, 14, 9, 13, 15, 18, 11, 19, 20, 17, 18, 17, 18, 22, 23, 20, 11, 21, 19, 18, 17, 16, 12, 15, 15, 16
6	19, 22, 10, 8, 11, 15, 10, 17, 15, 8, 14, 18, 11, 19, 20, 21, 13, 18, 16, 19, 21, 17, 16, 17, 16, 15, 14, 20, 16, 13, 14, 9, 18, 17, 15, 18, 19, 15, 14, 20, 21, 23, 24, 10, 22, 11, 20, 17, 15, 13
7	12, 10, 11, 15, 8, 14, 18, 11, 22, 19, 20, 21, 13, 18, 19, 21, 17, 16, 17, 16, 15, 14, 20, 16, 13, 14, 9, 18, 17, 15, 18, 19, 15, 14, 20, 21, 23, 24, 12, 21, 11, 20, 18, 12, 16, 17, 14, 14, 13, 11.
8	13, 12, 17, 15, 8, 14, 18, 11, 19, 20, 21, 13, 18, 16, 19, 21, 17, 16, 17, 16, 15, 14, 20, 16, 13, 14, 9, 11, 10, 15, 18, 19, 15, 14, 20, 21, 23, 24, 10, 22, 11, 20, 19, 12, 16, 17, 15, 14, 22, 21

9	11, 15, 17, 8, 10, 13, 17, 15, 8, 14, 18, 11, 19, 20, 21, 13, 18, 16, 19, 21, 17, 16, 17, 16, 15, 14, 20, 16, 13, 14, 9, 18, 17, 15, 18, 19, 15, 14, 20, 21, 23, 24, 10, 12, 16, 17, 15, 14, 19, 21
10	13, 10, 17, 15, 8, 14, 18, 11, 19, 20, 21, 13, 18, 16, 19, 21, 17, 16, 17, 16, 15, 14, 20, 16, 13, 12, 19, 8, 17, 15, 18, 10, 13, 14, 20, 21, 23, 24, 10, 22, 11, 20, 16, 12, 16, 17, 15, 14, 12, 11
11	11, 11, 10, 8, 10, 17, 15, 8, 14, 18, 11, 19, 20, 21, 13, 18, 16, 19, 21, 17, 16, 17, 16, 13, 14, 20, 16, 13, 14, 9, 18, 17, 15, 18, 19, 15, 14, 20, 21, 13, 14, 10, 22, 11, 20, 25, 12, 16, 19, 15
12	14, 8, 13, 10, 17, 20, 15, 8, 14, 18, 11, 19, 20, 21, 13, 18, 16, 19, 21, 17, 16, 17, 16, 15, 14, 20, 16, 13, 14, 9, 18, 17, 15, 18, 19, 15, 14, 20, 21, 23, 24, 10, 22, 11, 20, 15, 13, 12, 16, 10
13	19, 10, 13, 15, 8, 12, 18, 11, 19, 20, 21, 13, 18, 16, 19, 21, 17, 16, 17, 16, 15, 14, 21, 20, 13, 14, 9, 18, 17, 15, 18, 19, 15, 14, 20, 20, 23, 24, 10, 22, 11, 20, 15, 12, 16, 17, 15, 17, 11, 11
14	11, 11, 20, 10, 17, 15, 8, 14, 18, 11, 19, 20, 21, 13, 18, 16, 19, 21, 17, 16, 17, 16, 15, 14, 20, 16, 13, 14, 9, 18, 17, 15, 18, 19, 15, 14, 20, 21, 23, 24, 10, 22, 11, 20, 25, 12, 16, 17, 15, 19.
15	10, 10, 17, 15, 8, 14, 18, 11, 19, 20, 21, 13, 18, 16, 19, 11, 17, 16, 17, 16, 15, 14, 20, 16, 13, 14, 9, 18, 17, 12, 18, 19, 15, 14, 21, 11, 23, 24, 10, 22, 11, 20, 11, 12, 16, 17, 15, 14, 12, 19
16	11, 19, 22, 23, 24, 8, 10, 17, 15, 8, 14, 18, 11, 19, 20, 21, 13, 18, 16, 19, 21, 17, 16, 17, 16, 15, 14, 20, 16, 13, 18, 17, 15, 18, 19, 15, 14, 20, 21, 23, 24, 10, 22, 11, 20, 13, 12, 16, 17, 9
17	20, 21, 18, 13, 17, 15, 8, 14, 18, 11, 19, 20, 21, 13, 18, 16, 9, 21, 17, 16, 17, 16, 15, 14, 20, 16, 13, 14, 9, 18, 17, 15, 18, 19, 15, 14, 20, 21, 23, 24, 10, 21, 11, 20, 18, 12, 16, 17, 15, 14
18	11, 18, 13, 8, 10, 17, 15, 8, 14, 18, 11, 19, 20, 21, 13, 18, 16, 19, 21, 17, 16, 15, 14, 20, 16, 13, 14, 9, 18, 17, 15, 18, 19, 15, 14, 20, 21, 23, 24, 10, 22, 11, 20, 12, 16, 17, 15, 14, 12, 13
19	16, 10, 17, 15, 9, 14, 18, 11, 15, 20, 21, 13, 18, 16, 19, 21, 17, 16, 17, 16, 15, 14, 20, 16, 13, 13, 9, 18, 17, 15, 18, 19, 15, 14, 22, 21, 23, 24, 10, 22, 11, 20, 13, 12, 16, 17, 15, 14, 12, 11
20	18, 20, 17, 15, 8, 14, 18, 11, 19, 20, 21, 13, 18, 16, 19, 21, 17, 16, 17, 16, 15, 14, 20, 16, 13, 14, 19, 8, 17, 15, 18, 19, 15, 14, 20, 21, 23, 24, 10, 22, 11, 20, 11, 12, 16, 17, 15, 14, 12, 11
21	11, 13, 15, 15, 8, 14, 18, 12, 19, 20, 21, 13, 18, 17, 19, 21, 17, 16, 17, 16, 15, 14, 20, 13, 13, 14, 9, 18, 17, 14, 18, 19, 15, 14, 20, 21, 23, 24, 10, 22, 11, 20, 19, 12, 16, 17, 15, 14, 12, 14.
22	14, 13, 14,17, 8, 10, 17, 15, 8, 14, 18, 11, 19, 20, 21, 13, 18, 16, 19, 21, 17, 16, 17, 16, 15, 14, 14, 9, 18, 17, 15, 18, 19, 15, 14, 20, 21, 23, 17, 10, 22, 11, 20, 25, 12, 16, 19, 15, 14, 19
23	18, 12, 13, 15, 8, 14, 18, 11, 19, 20, 13, 18, 16, 19, 21, 17, 16, 17, 15, 14, 20, 16, 13, 14, 9, 18, 17, 15, 18, 19, 15, 14, 14, 20, 21, 23, 24, 10, 22, 11, 20, 15, 12, 16, 18, 17, 15, 9, 12, 11

24	14, 19, 22, 13, 8, 10, 17, 15, 8, 14, 18, 11, 21, 13, 18, 16, 19, 21, 17, 16, 17, 16, 15, 14, 20, 16, 13, 14, 9, 18, 17, 15, 18, 19, 15, 14, 20, 21, 23, 22, 11, 20, 25, 12, 16, 17, 15, 14, 14, 10
25	10, 11, 14, 12, 12, 15, 14, 15, 17, 19, 20, 21, 16, 21, 19, 18, 17, 15, 16, 15, 16, 17, 17, 8, 13, 14, 13, 12, 18, 11, 19, 20, 17, 18, 17, 18, 22, 23, 20, 11, 21, 19, 18, 17, 16, 12, 15, 15, 16, 8,
26	10, 15, 15, 18, 14, 18, 11, 19, 20, 21, 13, 18, 16, 19, 21, 17, 16, 17, 16, 15, 14, 20, 16, 13, 14, 18, 17, 15, 18, 19, 15, 14, 20, 21, 23, 24, 10, 22, 11, 20, 21, 12, 16, 17, 15, 14, 12, 11, 9.
27	17, 16, 8, 10, 17, 15, 8, 14, 18, 11, 13, 19, 20, 21, 13, 18, 16, 19, 21, 16, 15, 14, 20, 16, 13, 14, 9, 18, 17, 15, 18, 19, 15, 14, 20, 21, 23, 14, 10, 22, 11, 20, 25, 12, 14, 16, 17, 15, 14, 17
28	8, 10, 17, 15, 8, 14, 18, 11, 19, 20, 21, 13, 18, 16, 19, 21, 17, 16, 17, 16, 15, 14, 20, 16, 13, 14, 9, 18, 17, 15, 18, 19, 15, 14, 20, 21, 23, 24, 10, 22, 11, 20, 14, 12, 16, 17, 15, 14, 12, 11.
29	8, 10, 17, 15, 8, 14, 18, 11, 19, 20, 21, 13, 18, 16, 19, 21, 17, 16, 17, 16, 15, 14, 20, 16, 13, 14, 9, 18, 17, 15, 18, 19, 15, 14, 20, 21, 23, 24, 10, 22, 11, 20, 25, 12, 16, 17, 15, 14, 12, 11
30	18, 20, 13, 17, 15, 8, 14, 18, 11, 19, 20, 21, 14, 22, 13, 18, 16, 19, 21, 17, 16, 17, 16, 15, 14, 20, 16, 13, 14, 9, 18, 17, 15, 18, 19, 15, 14, 20, 21, 23, 24, 10, 22, 11, 20, 12, 12, 16, 17, 15

Задача 2

Податок на прибуток деякої фірми (тис. грн), сплачений у минулому році працівниками фірми, подано у вигляді таблиці. Знайти основні числові характеристики: вибіркове середнє, дисперсію вибірки, моду, медіану, розмах вибірки, коефіцієнт варіації.

1	x_i	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
	n_i	12	1,8	10	20	10	15	10	5
2	x_i	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
	n_i	6	22	34	10	10	10	4	4
3	x_i	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4	2,8	3,2
	n_i	10	5	20	15	25	15	8	2
4	x_i	0,6	1,2	1,8	2,4	3,0	3,6	4,2	4,8
	n_i	5	5	10	35	25	5	10	5
5	x_i	0,8	1,6	2,4	3,2	4,0	4,8	5,6	6,4
	n_i	12	12	12	36	7	7	7	7
6	x_i	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4
	n_i	15	10	15	10	40	4	4	2
7	x_i	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4	2,8	3,2
	n_i	5	10	15	40	10	10	5	5

8	x_i	1,5	3,0	4,5	6,0	7,5	9	10,5	12
	n_i	9	21	10	10	40	4	4	2
9	x_i	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
	n_i	12	8	10	10	30	20	5	5
10	x_i	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
	n_i	15	10	25	10	10	15	5	10
11	x_i	0,6	1,2	1,8	2,4	3,0	3,6	4,2	4,8
	n_i	10	20	15	15	10	20	5	5
12	x_i	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
	n_i	10	10	10	15	15	20	10	10
13	x_i	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4	2,8	3,2
	n_i	5	5	15	40	5	10	15	5
14	x_i	1,5	3	4,5	6,0	7,5	9	10,5	12
	n_i	15	10	25	25	5	10	5	5
15	x_i	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4	2,6	3,2
	n_i	8	20	12	10	15	5	15	15
16	x_i	0,5	1	1,5	2	2, 5	3,0	3,5	4,0
	n_i	15	10	5	40	10	10	2	8
17	x_i	1,5	2,0	2,5	3,5	4,0	4,5	5,0	5, 5
	n_i	5	10	15	30	20	5	5	10
18	x_i	0,5	1	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
	n_i	12	8	20	10	15	5	15	15
19	x_i	0,6	1,2	1,8	2,4	3,0	3,6	4,2	4,8
	n_i	9	21	23	7	10	10	10	10
20	x_i	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4	2,8	3,2
	n_i	8	12	22	8	15	15	10	10
21	x_i	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
	n_i	6	14	20	20	5	5	20	10
22	x_i	1,5	3,0	4,5	6,0	7,5	9,0	10,5	12
	n_i	15	10	5	35	10	5	10	10
23	x_i	0,5	1	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4
	n_i	8	12	20	22	18	6	4	10
24	x_i	0,6	1,2	1,8	2,4	3,0	3,6	4,2	4,8
	n_i	9	21	15	15	25	5	5	5
25	x_i	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4	2,8	3,2
	n_i	6	22	12	15	15	3	3	24
26	x_i	0,6	1,2	1,8	2,4	3,0	3,6	4,2	4,8
	n_i	10	15	15	10	12	8	15	5
27	x_i	0,5	1	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4
	n_i	11	9	12	8	35	7	7	11
28	x_i	0,5	1	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
	n_i	12	8	11	9	7	3	25	25

29	x_i	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4	2,8	3,2
	n_i	11	9	35	15	6	14	8	2
30	x_i	0,6	1,2	1,8	2,4	3,0	3,6	4,2	4,8
	n_i	8	25	7	12	8	11	9	10

Тема 15. Статистичні гіпотези та статистичні критерії

Задача 3

Щорічний страховий внесок клієнтів страхового підприємства «Все буде добре» має наступний розподіл. За наведеним розподілом випадкової величини необхідно:

1) провести візуальну оцінку нормального розподілу випадкової величини;

2) при рівні значущості $\alpha = 0{,}01$ перевірити гіпотезу про нормальний розподіл випадкової величини, використовуючи критерій узгодження Пірсона.

1	x_i	200 - 600	600 - 1000	1000 - 1400	1400 - 1800	1800 - 2200	2200 - 2600	2600 - 3000	3000 - 3400	3400 - 3800	3800 - 4200	4200 - 4600	4600 - 5000
	n_i	18	27	70	105	144	181	166	123	83	54	22	7
2	x_i	100 - 300	300 - 500	500 - 700	700 - 900	900 - 1000	1000 - 1200	1200 - 1400	1400 - 1600	1600 - 1800	1800 - 2000	2000 - 2200	2200 - 2400
	n_i	12	18	35	59	34	20	14	8	11	17	34	58
3	x_i	50 - 100	100 - 150	150 - 200	200 - 250	250 - 300	300 - 350	350 - 400	400 - 450	450 - 500	500 - 550	550 - 600	600 - 650
	n_i	6	22	34	62	34	21	14	7	5	21	33	60
4	x_i	300 - 400	400 - 500	500 - 600	600 - 700	700 - 800	800 - 900	900 - 1000	1000 - 1100	1100 - 1200	1200 - 1300	1300 - 1400	1400 - 1500
	n_i	12	18	35	59	34	20	14	8	11	17	34	58
5	x_i	150 - 350	350 - 550	550 - 750	750 - 950	950 - 1250	1250 - 1450	1450 - 1650	1650 - 1850	1850 - 2050	2050 - 2250	2250 - 2450	2450 - 2650
	n_i	5	17	82	146	83	37	21	9	4	16	81	145

6	x_i	100 - 400	400 - 700	700 - 1000	1000 - 1300	1300 - 1600	1600 - 1900	1900 - 2100	2100 - 2400	2400 - 2700	2700 - 3000	3000 - 3300	3300 - 3600
	n_i	15	20	70	80	90	150	130	120	100	60	50	40
7	x_i	200 - 250	250 - 300	300 - 350	350 - 400	400 - 450	450 - 500	500 - 550	550 - 600	600 - 650	650 - 700	700 - 750	750 - 800
	n_i	10	15	17	20	25	80	70	45	30	20	10	5
8	x_i	200 - 500	500 - 800	800 - 1200	1200 -1500	1500 - 1800	1800 - 2100	2100 - 2400	2400 - 2700	2700 - 3000	3000 - 3300	3300 - 3600	3600 - 3900
	n_i	16	25	50	70	75	170	160	83	50	20	9	7
9	x_i	150 - 200	200 - 250	250 - 300	300 - 350	350 - 400	400 - 450	450 - 500	500 - 550	550 - 600	600 - 650	650 - 700	700 - 750
	n_i	6	22	34	62	34	81	34	27	15	10	5	3
10	x_i	400 - 600	600 - 800	800 - 1000	1000 - 1200	1200 - 1400	1400 - 1600	1600 - 1800	1800 - 2000	2000 - 2200	2200 - 2400	2400 - 2600	2600 - 2800
	n_i	12	17	40	60	80	181	165	83	54	22	10	6
11	x_i	300 - 500	500 - 700	700 - 900	900 - 1100	1100 - 1300	1300 - 1500	1500 - 1700	1700 - 1900	1900 - 2200	2200 - 2400	2400 - 2600	2600 - 2800
	n_i	19	25	33	45	83	170	166	95	80	65	25	18
12	x_i	600 - 650	650 - 700	700 - 750	750 - 800	800 - 850	850 - 900	900 - 950	950 - 1000	1000 - 1050	1050 - 1100	1100 - 1150	1150 - 1200
	n_i	9	22	37	62	89	181	173	65	43	25	15	13
13	x_i	150 - 200	200 - 250	250 - 300	300 - 350	350 - 400	400 - 450	450 - 500	500 - 550	550 - 600	600 - 650	650 - 700	700 - 750
	n_i	6	22	34	62	34	81	34	27	15	10	5	3
14	x_i	200 - 600	600 - 1000	1000 - 1400	1400 - 1800	1800 - 2200	2200 - 2600	2600 - 3000	3000 - 3400	3400 - 3800	3800 - 4200	4200 - 4600	4600 - 5000
	n_i	13	22	73	101	110	151	62	42	31	27	17	7
15	x_i	500 - 800	800 - 1200	1200 - 1500	1500 - 1800	1800 - 2100	2100 - 2400	2400 - 2700	2700 - 3000	3000 - 3300	3300 - 3600	3600 - 3900	3900 - 2200
	n_i	16	25	34	35	83	190	170	127	90	70	65	23

16	x_i	200 - 400	400 - 600	600 - 800	800 - 1000	1000 - 1200	1200 - 1400	1400 - 1600	1600 - 1800	1800 - 2000	2000 - 2200	2200 - 2400	2400 - 2600
	n_i	6	22	34	62	87	150	134	82	75	10	5	3
17	x_i	150 - 200	200 - 250	250 - 300	300 - 350	350 - 400	400 - 450	450 - 500	500 - 550	550 - 600	600 - 650	650 - 700	700 - 750
	n_i	6	22	34	62	34	81	34	27	15	10	5	3
18	x_i	150 - 200	200 - 250	250 - 300	300 - 350	350 - 400	400 - 450	450 - 500	500 - 550	550 - 600	600 - 650	650 - 700	700 - 750
	n_i	26	30	36	43	54	81	44	37	28	25	19	15
19	x_i	100 - 200	200 - 300	300 - 400	400 - 500	500 - 600	600 - 700	700 - 800	800 - 900	900 - 1000	1000 - 1100	1100 - 1200	1200 - 1300
	n_i	6	22	34	62	34	81	34	27	15	10	5	3
20	x_i	150 - 200	200 - 250	250 - 300	300 - 350	350 - 400	400 - 450	450 - 500	500 - 550	550 - 600	600 - 650	650 - 700	700 - 750
	n_i	16	22	34	62	74	81	34	27	15	10	5	3
21	x_i	150 - 200	200 - 250	250 - 300	300 - 350	350 - 400	400 - 450	450 - 500	500 - 550	550 - 600	600 - 650	650 - 700	700 - 750
	n_i	12	18	35	62	134	181	131	117	95	75	65	43
22	x_i	200 - 400	400 - 600	600 - 800	800 - 1000	1000 - 1200	1200 - 1400	1400 - 1600	1600 - 1800	1800 - 2000	2000 - 2200	2200 - 2400	2400 - 2600
	n_i	16	28	37	82	95	181	94	67	45	30	25	13
23	x_i	200 - 500	500 - 800	800 - 1200	1200 -1500	1500 - 1800	1800 - 2100	2100 - 2400	2400 - 2700	2700 - 3000	3000 - 3300	3300 - 3600	3600 - 3900
	n_i	26	32	45	67	94	181	134	67	45	30	25	17
24	x_i	400 - 600	600 - 800	800 - 1000	1000 - 1200	1200 - 1400	1400 - 1600	1600 - 1800	1800 - 2000	2000 - 2200	2200 - 2400	2400 - 2600	2600 - 2800
	n_i	16	24	37	52	74	91	134	127	95	80	65	43
25	x_i	200 - 600	600 - 1000	1000 - 1400	1400 - 1800	1800 - 2200	2200 - 2600	2600 - 3000	3000 - 3400	3400 - 3800	3800 - 4200	4200 - 4600	4600 - 5000
	n_i	26	32	44	72	104	181	94	72	65	38	25	13

26	x_i	500 - 800	800 - 1200	1200 - 1500	1500 - 1800	1800 - 2100	2100 - 2400	2400 - 2700	2700 - 3000	3000 - 3300	3300 - 3600	3600 - 3900	3900 - 2200
	n_i	14	27	36	69	85	181	94	72	45	32	15	10
27	x_i	150 - 200	200 - 250	250 - 300	300 - 350	350 - 400	400 - 450	450 - 500	500 - 550	550 - 600	600 - 650	650 - 700	700 - 750
	n_i	8	12	24	42	64	98	53	47	35	22	15	8
28	x_i	200 - 600	600 - 1000	1000 - 1400	1400 - 1800	1800 - 2200	2200 - 2600	2600 - 3000	3000 - 3400	3400 - 3800	3800 - 4200	4200 - 4600	4600 - 5000
	n_i	19	28	74	106	154	185	174	127	85	55	23	9
29	x_i	150 - 200	200 - 250	250 - 300	300 - 350	350 - 400	400 - 450	450 - 500	500 - 550	550 - 600	600 - 650	650 - 700	700 - 750
	n_i	8	24	36	64	38	85	38	31	19	14	9	7
30	x_i	200 - 600	600 - 1000	1000 - 1400	1400 - 1800	1800 - 2200	2200 - 2600	2600 - 3000	3000 - 3400	3400 - 3800	3800 - 4200	4200 - 4600	4600 - 5000
	n_i	26	42	54	82	94	181	84	77	65	50	35	23

Тема 16. Елементи дисперсійного, кореляційного та регресійного аналізу

Задача 4

Досліджувався вплив регіону на прибуток банку через прибуток його філіалів за певний період. При рівні значущості $\alpha = 0{,}05$ з'ясувати, чи впливає вибір регіону на прибуток банку.

1.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	25,4; 29,3; 30,1; 28,3
2	25,7; 28,2; 30,5
3	22,3; 28,4; 29,1; 32,4

2.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	15,8; 17,8; 21,2
2	19,1; 18,2; 20,4; 23,5
3	16,2; 16,3; 18,1; 19,2
4	20,1; 21,2; 21,2; 23,3

3.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	12,5; 13,8; 14,7
2	14,6; 14,8; 14,7; 14,8
3	13,7; 13,9
4	13,6; 13,8; 13,7

4.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	9,2; 10,4; 11,5; 10,6; 11,2
2	8,9; 9,9; 10,3
3	10,8; 12,5; 11,1; 107

5.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	27,3; 29; 30
2	28,1; 32
3	26,4; 29,2; 30,5
4	21,8; 22,9; 24,1; 23,4
5	24,3; 26,2; 29,1

6.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	129; 147; 151; 135
2	128; 133; 127; 138
3	141; 139
4	138; 142; 137

7.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	12,5; 13; 14,5; 15
2	13,3; 12,7; 13,2
3	11,5; 12; 11,9
4	12,5; 12,6; 12,9; 13,5

8.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	0,12; 0,14; 0,13; 0,13
2	0,11; 0,13; 0,12
3	0,12; 0,13; 0,14; 0,15

9.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	1,2; 1,7; 1,5
2	1,6; 1,8; 1,6; 1,7
3	1,3; 1,5
4	1,6; 1,8
5	1,7; 1,9; 1,7

10.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	65; 71; 85; 79; 80
2	79; 77; 69
3	91; 90; 83

11.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	12,5; 13,7; 12,8; 13,5
2	14; 14,2; 14,5
3	13,9; 14,1; 14,8
4	12,9; 14; 13,1

12.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	27; 35; 32; 31; 29
2	36; 37; 38
3	29; 32; 34; 32
4	32; 31; 31; 35
5	28; 29; 28

13.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	13,8; 13,8; 14,2; 14,2
2	14,1; 14,2; 14,4; 14,5
3	13,2; 13,3; 13,4
4	13,8; 13,8; 14,2; 14,2

14.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	18,5; 19,2; 20,2
2	21; 21,5; 20; 19,9
3	22; 21,5; 23; 22,4
4	21,6; 21,8; 21,9

15.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	15,6; 16,8; 17,2; 17,1
2	15,2; 15,8; 16,1; 16,2
3	14,3; 14,9; 15,2

16.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	1,12; 1,21; 1,22; 1,17
2	1,23; 1,25; 1,18
3	1,19; 1,23; 1,21; 1,23
4	1,19; 1,21; 1,23; 1,25

17.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	52; 59; 57; 58; 61
2	53; 56; 57; 59
3	59; 61; 62; 63
4	63; 53; 57

18.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	75; 82; 83; 80
2	77; 79; 82
3	83; 81; 83; 83
4	82; 84; 85; 86
5	74; 79; 78

19.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	14; 14,5; 14,8; 15,2
2	14,6; 14,2; 14,9
3	15,1; 15,2; 15,3; 15,4
4	15; 14,8; 14,9; 15,3

20.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	2,4; 2,7; 2,8; 2,5
2	2,9; 2,8; 2,7
3	2,5; 2,7; 2,8; 2,9

21.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	7,2; 8,1; 7,9; 8,5
2	7,3; 8,3; 8,5; 8,2
3	7,5; 7,7; 7,9

22.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	3,9; 3,8; 4,2; 4,2
2	4,1; 4,2; 4,4; 4,5
3	3,2; 3,3; 3,4

23.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	22,50; 23; 24,50
2	23,30; 22,70; 23,20; 25
3	19; 21; 20
4	24; 24,50; 25,50; 23,50

24.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	22; 24; 23; 23
2	21,1; 25,3; 22,1
3	22; 23; 24; 25; 27

25.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	31,7; 32,2; 32,5
2	31,6; 33,8; 34,6; 31,7
3	32,5; 35,3
4	31,6; 32,8
5	33,7; 34,9; 35,7

26.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	65; 61; 75; 71; 59
2	75; 75; 79; 81
3	80; 82; 83; 79

27.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	52,5; 53,7; 52,8; 53,5
2	54,0; 54,2; 54,5
3	53,9; 54,1; 54,8
4	52,9; 54,0; 53,1

28.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	47; 55; 52; 51; 49
2	56; 57; 58
3	49; 52; 54; 52
4	52; 51; 51; 55
5	48; 49; 48

29.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	0,22; 0,25; 0,23; 0,22
2	0,23; 0,23; 0,25; 0,23
3	0,21; 0,20; 0,23
4	0,22; 0,24; 0,27

30.

Номер регіону	Прибуток філіалів банку (млн грн)
1	13,8; 13,8; 14,2; 14,2
2	14,1; 14,2; 14,4; 14,5
3	13,2; 13,3; 13,4

Задача 5

Досліджується два типи цінних паперів, дохідність яких дорівнює відповідно X та Y. Мета дослідження – виявити взаємозалежні коливання курсів цінних паперів. Необхідно:

– побудувати графік залежності між змінними, по якому необхідно підібрати модель рівняння регресії;

– розрахувати параметри рівняння регресії методом найменших квадратів;

– знайти коефіцієнт еластичності;

– оцінити тісноту зв’язку між змінними за допомогою показників кореляції та детермінації.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_i	N–2	N+4	N	N+2	N	N+5	N+1	N+8	N+3	N+6
x_i	K	K+3	K-1	K+1	K-2	K+6	K	K+10	K+5	K+4

Числові значення параметрів:

N – номер варіанта; K – кількість літер прізвища.

Задача 6

Для аналізу залежності обсягу продажу товару У (тис. у.г.о.) від наявної торговельної площі Х (тис. м^2) відібрана вибірка обсягу n = 10, результати якої наведено у таблиці. Необхідно визначити вид залежності; використовуючи метод найменших квадратів, оцінити параметри рівняння регресії У на Х; оцінити тісноту лінійної залежності між Х та У; спрогнозувати об'єм продажу при торговельний площі $X = x_{прогноз}$.

1.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	0,8	0,9	0,9	1,1	1,15	1,2	1,2	1,5	1,65	1,8	2,0
y_i	20	22	23	25	30	33	32	37	38	45	?

2.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	1,05	1,08	1,1	1,3	1,35	1,4	1,45	1,45	1,6	2,0	1,5
y_i	20	22	23	25	30	33	32	37	38	45	?

3.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	2,3	2,45	2,5	2,5	2,7	3,0	3,3	3,5	3,6	4,0	2,8
y_i	20	22	23	25	30	33	32	37	38	45	?

4.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	1	1.1	1.1	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.9	2.1	2,0
y_i	20	22	23	25	30	33	32	37	38	45	?

5.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	0.65	0.7	0.7	0.8	0.85	0.9	0.9	1	1.1	1.3	1,2
y_i	20	22	23	25	30	33	32	37	38	45	?

6.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	0,8	0,9	0,9	1,1	1,15	1,2	1,2	1,5	1,65	1,8	2,0
y_i	51	56	55	60	64	70	71	75	77	85	?

7.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	1,05	1,08	1,1	1,3	1,35	1,4	1,45	1,45	1,6	2,0	1,5
y_i	51	56	55	60	64	70	71	75	77	85	?

8.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	2,3	2,45	2,5	2,5	2,7	3,0	3,3	3,5	3,6	4,0	2,8
y_i	51	56	55	60	64	70	71	75	77	85	?

9.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	1	1,1	1,1	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,9	2,1	2,0
y_i	51	56	55	60	64	70	71	75	77	85	?

10.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	0,65	0,7	0,7	0,8	0,85	0,9	0,9	1	1,1	1,3	1,2
y_i	51	56	55	60	64	70	71	75	77	85	?

11.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	0,8	0,9	0,9	1,1	1,15	1,2	1,2	1,5	1,65	1,8	2,0
y_i	17	19	20	22	22	25	30	30	33	38	?

12.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	1,05	1,08	1,1	1,3	1,35	1,4	1,45	1,45	1,6	2,0	1,5
y_i	17	19	20	22	22	25	30	30	33	38	?

13.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	2,3	2,45	2,5	2,5	2,7	3,0	3,3	3,5	3,6	4,0	2,8
y_i	17	19	20	22	22	25	30	30	33	38	?

14.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	1	1,1	1,1	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,9	2,1	2,0
y_i	17	19	20	22	22	25	30	30	33	38	?

15.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	0,65	0,7	0,7	0,8	0,85	0,9	0,9	1	1,1	1,3	1,2
y_i	17	19	20	22	22	25	30	30	33	38	?

16.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	0,8	0,9	0,9	1,1	1,15	1,2	1,2	1,5	1,65	1,8	2,0
y_i	90	93	99	105	108	120	122	130	138	150	?

17.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	1,05	1,08	1,1	1,3	1,35	1,4	1,45	1,45	1,6	2,0	1,5
y_i	90	93	99	105	108	120	122	130	138	150	?

18.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	2,3	2,45	2,5	2,5	2,7	3,0	3,3	3,5	3,6	4,0	2,8
y_i	90	93	99	105	108	120	122	130	138	150	?

19.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	1	1,1	1,1	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,9	2,1	2,0
y_i	90	93	99	105	108	120	122	130	138	150	?

20.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	0,65	0,7	0,7	0,8	0,85	0,9	0,9	1	1,1	1,3	1,2
y_i	90	93	99	105	108	120	122	130	138	150	?

21.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	0,8	0,9	0,9	1,1	1,15	1,2	1,2	1,5	1,65	1,8	2,0
y_i	23	25	26	26	28	32	34	45	40	43	?

22.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	1,05	1,08	1,1	1,3	1,35	1,4	1,45	1,45	1,6	2,0	1,5
y_i	23	25	26	26	28	32	34	45	40	43	?

23.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	2,3	2,45	2,5	2,5	2,7	3,0	3,3	3,5	3,6	4,0	2,8
y_i	23	25	26	26	28	32	34	45	40	43	?

24.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	1	1,1	1,1	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,9	2,1	2,0
y_i	23	25	26	26	28	32	34	45	40	43	?

25.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	0,65	0,7	0,7	0,8	0,85	0,9	0,9	1	1,1	1,3	1,2
y_i	23	25	26	26	28	32	34	45	40	43	?

26.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	0,8	0,9	0,9	1,1	1,15	1,2	1,2	1,5	1,65	1,8	2,0
y_i	33	34	33	40	42	45	49	53	57	63	?

27.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	1,05	1,08	1,1	1,3	1,35	1,4	1,45	1,45	1,6	2,0	1,5
y_i	33	34	33	40	42	45	49	53	57	63	?

28.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	2,3	2,45	2,5	2,5	2,7	3,0	3,3	3,5	3,6	4,0	2,8
y_i	33	34	33	40	42	45	49	53	57	63	?

29.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	1	1,1	1,1	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,9	2,1	2,0
y_i	33	34	33	40	42	45	49	53	57	63	?

30.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	прогноз
x_i	0,65	0,7	0,7	0,8	0,85	0,9	0,9	1	1,1	1,3	1,2
y_i	33	34	33	40	42	45	49	53	57	63	?

РОЗДІЛ 4
МАТЕМАТИЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ

Тема 17. Побудова математичної моделі економічної задачі

Задача 1

Скласти математичну модель задачі.

1.1. Підприємство одержує труби довжиною 6 і 2 м. З них потрібно виготовити 30 заготовок довжиною 1 м, 20 заготовок довжиною 0,8 м. Визначити раціональний спосіб нарізання труб на необхідні заготовки.

1.2. Фірма займається виготовленням столів і тумбочок. Відомо, що від виробництва стола фірма отримає прибуток 100 грн, а тумбочок 35 грн. Як фірмі необхідно організувати виробництво, якщо на виробництво стола витрачається 0,1 $м^3$ сосни і 0,5 $м^3$ липи, а на виробництво тумбочок 0,04 $м^3$ сосни і 0,15 $м^3$ липи. Фірма має 100 $м^3$ липи.

1.3. Дільниця цеху випускає вироби двох видів. На один виріб першого виду витрачається 5 кг міді та 1 кг алюмінію, а на виріб другого виду – 3 кг міді та 2 кг алюмінію. Від реалізації одного виробу першого виду дільниці нараховується прибуток 2 грн, а від другого типу – 3 грн. Скільки виробів кожного виду повинна випустити дільниця, щоб отримати найбільший прибуток, якщо дільниця має 45 кг міді та 16 кг алюмінію?

1.4. Меблева фабрика випускає крісла двох видів. На виготовлення крісла першого виду витрачається 2 $м^3$ дощок і 0,8 $м^2$ тканини та дві людино-години, а на виготовлення крісла другого виду – 4 $м^3$, 1,25 $м^2$ і 1,75 – відповідно. Відомо, що ціна одного крісла першого виду 150 грн, а другого – 200 грн. Скільки крісел кожного типу потрібно випустити, щоб прибуток від випущеної продукції був максимальний, якщо фабрика має в наявності 4 400 $м^3$ дощок, 1 500 $м^2$ тканини і може затратити 3 200 людино-годин на виготовлення цієї продукції.

1.5. Ательє шиє жіночі спідниці та плаття з тканини двох видів. На одну спідницю витрачається 1,5 $м^2$ тканини одного

виду, а другого – 0,5 м^2, а на пошиття одного плаття витрачається 1,6 м^2 тканини першого виду, а другого – 0,08 м^2. Скільки платтів і спідниць треба пошити, щоб досягти найбільшого прибутку, якщо на складі є тканини першого виду 141 м^2, а другого виду 63 м^2? Відомо, що дохід ательє від реалізації одного плаття становить 100 грн, а спідниці 60 грн.

1.6. Підприємство одержує труби довжиною 3 і 4 м, із яких виготовляють заготовки відповідної довжини в кількості: 1 м – 400 шт., 0,6 м – 300 шт., 0,9 м – 200 шт. Визначити раціональні способи розкрою труб на необхідні заготовки.

1.7. Для збереження нормальної життєдіяльності людина повинна за добу вживати не менше 120 од. білків, не менше 70 од. жирів та вітамінів не менше 10 од. Місткість їх у продуктах – $П_1 – (0,2; 0,075; 0), П_2 – (0,1; 0,1; 0,1)$. Вартість одиниці продукту $П_1 – 2$ грн, а $П_2 – 3$ грн. Потрібно організувати харчування так, щоб вартість була мінімальна, а організм отримував необхідну кількість харчових продуктів.

1.8. Підприємство електронної промисловості виготовляє дві моделі радіоприймачів, причому кожна модель складається на окремій технологічній лінії. Добовий обсяг виробництва першої лінії становить 60, а другої – 70 од. На один радіоприймач першої моделі витрачається 10 однотипних електронних схем, а на другий – 8. Максимальний запас елементів, що використовуються у виробництві, становить 1 000 од. Прибуток від реалізації одного радіоприймача першої та другої моделі дорівнює 35 та 25 грн відповідно.

1.9. Фермерському господарству виділено 100 га площі для вирощування кормових культур. Цю площу передбачається зайняти кукурудзою і буряком, причому буряком вирішено зайняти не менше 40 га. Як треба розділити площу для цих культур, щоб отримати найбільшу кількість кормових одиниць? При цьому слід врахувати, що 1 ц кукурудзяного силосу містить 0,2 ц кормових одиниць. На обробіток 1 га кукурудзяного поля необхідно затратити 38 людино-годин праці механізаторів і 15 людино-годин ручної праці, а на 1 га поля, зайнятого буряком – 43 і

185 відповідно. Передбачається, що урожай кукурудзи – 500 ц з 1 га, а буряку – 200 ц з 1 га. Усього на вирощування кормових культур можна затратити 4 000 людино-годин механізаторів, 15 000 людино-годин ручної праці.

1.10. Відомо, що 1 кг вишень містить 150 мг, а 1 кг абрикосів – 75 мг вітаміну С. Скільки вишень і абрикосів необхідно включити в денний раціон, щоб при мінімальних затратах у ньому виявилося 75 мг вітаміну С і не менше 0,25 кг вишень, якщо вартість 1 кг вишень 3 грн, а 1 кг абрикос – 4 грн.

1.11. Підприємство одержує труби довжиною 12 і 4 м. З них потрібно виготовити 30 заготовок довжиною 1 м, 20 заготовок довжиною 0,8 м. Визначити раціональний спосіб нарізання труб на необхідні заготовки.

1.12. Фірма займається виготовленням столів і тумбочок. Відомо, що від виробництва стола фірма отримає прибуток 1 000 грн, а тумбочок 350 грн. Як фірмі необхідно організувати виробництво, якщо на виробництво стола витрачається 0,2 $м^3$ сосни і 0,5 $м^3$ липи, а на виробництво тумбочок 0,08 $м^3$ сосни і 0,15 $м^3$ липи. Фірма має 1 000 $м^3$ липи.

1.13. Дільниця цеху випускає вироби двох видів. На один виріб першого виду витрачається 10 кг міді та 2 кг алюмінію, а на виріб другого виду – 6 кг міді та 4 кг алюмінію. Від реалізації одного виробу першого виду дільниці нараховується прибуток 20 грн, а від другого типу – 30 грн. Скільки виробів кожного виду повинна випустити дільниця, щоб отримати найбільший прибуток, якщо дільниця має 90 кг міді та 32 кг алюмінію?

1.14. Меблева фабрика випускає крісла двох видів. На виготовлення крісла першого виду витрачається 2 $м^3$ дощок і 0,8 $м^2$ тканини та дві людино-години, а на виготовлення крісла другого виду – 4 $м^3$; 1,25 $м^2$ і 1,75 – відповідно. Відомо, що ціна одного крісла першого виду 1 500 грн, а другого – 2 000 грн. Скільки крісел кожного типу потрібно випустити, щоб прибуток від випущеної продукції був максимальний, якщо фабрика має в наявності 4 400 $м^3$ дощок, 1 500 $м^2$ тканини і може затратити 3 200 людино-години на виготовлення цієї продукції.

1.15. Ательє шиє жіночі спідниці та плаття з тканини двох видів. На одну спідницю витрачається 1,8 м^2 тканини одного виду, а другого – 0,8 м^2, а на пошиття одного плаття витрачається 1,6 м^2 тканини першого виду, а другого – 0,16 м^2. Скільки платтів і спідниць треба пошити, щоб досягти найбільшого прибутку, якщо на складі є тканини першого виду 1 410 м^2, а другого – 630 м^2? Відомо, що дохід ательє від реалізації одного плаття становить 200 грн, а спідниці – 120 грн.

1.16. Підприємство одержує труби довжиною 6 і 8 м, із яких виготовляють заготовки відповідної довжини в кількості: 1м – 400 шт., 0,6 м – 300 шт., 0,9 м – 200 шт. Визначити раціональні способи розкрою труб на необхідні заготовки.

1.17. Для збереження нормальної життєдіяльності людина повинна за добу вживати не менше 140 од. білків, не менше 80 од. жирів та вітамінів не менше 20 од. Місткість їх у продуктах – $П_1 – (0{,}2; 0{,}075; 0), П_2 – (0{,}1; 0{,}1; 0{,}1)$. Вартість одиниці продукту $П_1 – 20$ грн а $П_2 – 30$ грн. Потрібно організувати харчування так, щоб вартість була мінімальна, а організм отримував необхідну кількість харчових продуктів.

1.18. Підприємство електронної промисловості виготовляє дві моделі радіоприймачів, причому кожна модель складається на окремій технологічній лінії. Добовий обсяг виробництва першої лінії становить 60, а другої – 70 од. На один радіоприймач першої моделі витрачається 10 однотипних електронних схем, а на другий – 8. Максимальний запас елементів, що використовуються у виробництві, становить 1 000 од. Прибуток від реалізації одного радіоприймача першої та другої моделі дорівнює 350 та 250 грн відповідно.

1.19. Фермерському господарству виділено 200 га площі для вирощування кормових культур. Цю площу передбачається зайняти кукурудзою і буряком, причому буряком вирішено зайняти не менше 80 га. Як треба розділити площу для цих культур, щоб отримати найбільшу кількість кормових одиниць? При цьому слід врахувати, що 1 ц кукурудзяного силосу містить 0,2 ц кормових одиниць. На обробіток 1 га кукурудзяного поля необхідно

затратити 38 людино-годин праці механізаторів і 15 людино-годин ручної праці, а на 1га поля, зайнятого буряком – 43 і 185 відповідно. Передбачається, що урожай кукурудзи – 500 ц з 1 га, а буряку – 200 ц з 1 га. Усього на вирощування кормових культур можна затратити 4 000 людино-годин механізаторів, 15 000 людино-годин ручної праці.

1.20. Відомо, що 1 кг вишень містить 200 мг, а 1 кг абрикосів – 150 мг вітаміну С. Скільки вишень і абрикосів необхідно включити в денний раціон, щоб при мінімальних затратах у ньому виявилося 75 мг вітаміну С і не менше 0,25 кг вишень, якщо вартість 1 кг вишень 30 грн, а 1 кг абрикос – 40 грн.

Тема 18. Розв'язання задач графічним методом

Задача 2

У денному раціоні присутні два продукти харчування P_1 і P_2. Причому, продукт P_1 повинен містити не більше 200 одиниць. Вартість одиниці продукції P_1 становить 20 коп., а продукту $P_2 - (40 - n)$ коп. Ці два продукти містять три основні вітаміни *A, B, C*. До продукту P_1 вони входять у кількості $20;\ 10 + m;\ 10 + n$ одиниць, а в продукті $P_2 - 25; 15 + n; 5 + n$ одиниць відповідно.

Визначити оптимальний раціон з мінімальною вартістю, якщо вітаміну *A* в раціоні повинно бути менше 120 одиниць, вітаміну *B* – 80 одиниць; вітаміну *C* – 200 одиниць.

Тема 19. Розв'язання задач симплексним методом

Задача 3

Підприємство може випускати 4 види продукції $П_1$; $П_2$; $П_3$; $П_4$. Для їх випуску використовується 3 види ресурсів. Загальний обсяг ресурсів відповідно становить $100\,m;\ 100\,(m + 3);\ 90\,m + 50$ одиниць. Норми затрат цих ресурсів на виготовлення одиниці продукту кожного виду наведено в таблиці. Ціна реалізації продукції $П_1$ становить $2\,m;\ П_3 - 2m + 5;$

$$П_4 - 3m - 2$$

	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	Об’єм
I	n	6	m	n	100 m
II	2n	3n	n + 2	2n – 1	100 (m + 3)
III	5	2n	n	m	90m + 50
Ціна	2m	3m	2m + 5	3m – 2	

1) знайти план випуску продукції, що дає максимальну виручку;

2) скласти модель двоїстої задачі. Знайти розв’язок двоїстої задачі;

3) дати економічний аналіз основних і додаткових змінних обох задач.

Задача 4

На виготовлення двох видів продукції ($П_1$ і $П_2$) витрачають три види ресурсів A_1, A_2, A_3. Запаси ресурсів, норми їх витрат і прибуток від реалізації одиниці продукції задані в наступній таблиці. За допомогою симплекс-методу (за таблицею) знайти такий план виробництва, який би забезпечував найбільший прибуток. Скласти двоїсту задачу до вихідної і виписати її оптимальний план із останньої симплекс-таблиці розв’язаної задачі. Розкрити її економічний зміст.

Варіант	Витрати ресурсів на одиницю продукції						Наявність ресурсів			Прибуток на одиницю продукції	
							A_1	A_2	A_3		
1	13	7	17	16	4	9	361	520	248	11	8
2	1	1	4	7	1	4	18	93	48	24	36
3	3	2	2	3	1	1	101	99	37	27	24
4	4	13	5	6	11	5	379	197	335	25	12
5	3	1	9	4	3	4	45	144	96	9	8
6	14	15	1	2	9	5	400	49	220	21	18
7	11	6	1	2	15	14	824	60	500	10	7
8	2	1	3	5	4	15	48	100	225	12	9
9	3	8	7	2	1	1	187	143	29	10	6
10	2	7	1	1	6	1	126	30	120	20	15
11	9	4	3	2	2	2	175	65	60	15	10

12	2	3	2	2	3	2	80	58	75	15	12
13	5	2	2	8	1	8	125	83	152	12	10
14	3	2	4	1	7	8	65	70	235	30	20
15	2	2	7	2	3	8	58	143	197	15	21
16	1	1	12	5	1	4	37	360	100	12	9
17	2	1	2	5	3	4	34	105	91	9	7
18	4	7	5	14	2	1	196	350	68	15	30
19	14	15	2	1	6	11	500	60	324	14	10
20	14	3	2	2	2	18	280	62	260	15	18
21	3	2	2	2	2	8	75	58	80	15	18
22	5	2	4	3	8	6	98	84	91	18	10
23	1	2	4	1	2	15	51	120	300	6	9
24	2	5	4	3	2	4	80	91	68	15	12
25	18	15	5	11	13	4	591	335	379	12	22
26	14	3	5	4	1	4	266	136	88	8	12
27	3	2	2	2	2	3	99	74	101	14	12
28	3	4	7	2	2	15	113	161	285	9	15
29	3	6	4	8	10	4	102	91	210	18	15
30	3	2	1	1	2	5	273	100	380	10	8

Задача 5

Дано математичну модель задачі. Скласти задачі з економічним змістом.

Знайти максимум та мінімум функції z при заданих обмеженнях.

Розв’язати графічним та симплексним методами.

1.1. $z = x_1 - x_2$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 4 \geq 0; \\ x_1 - x_2 + 2 \geq 0; \\ x_1 - 1 \geq 0; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

1.2. $z = x_1 - x_2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1; \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

1.3. $z = x_1 - x_2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2; \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12; \\ x_1 \leq 3; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \leq 3; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

2.1. $z = x_1 - 3x_2$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 4 \geq 0; \\ x_1 - x_2 + 2 \geq 0; \\ x_1 - 1 \geq 0; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

2.2. $z = x_1 - 3x_2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1; \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

2.3. $z = x_1 - 3x_2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2; \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12; \\ x_1 \leq 3; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \leq 3; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

3.1. $z = 2x_1 + x_2$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 4 \geq 0; \\ x_1 - x_2 + 2 \geq 0; \\ x_1 - 1 \geq 0; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

3.2. $z = 2x_1 + x_2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1; \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

3.3. $z = 2x_1 + x_2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2; \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12; \\ x_1 \leq 3; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \leq 3; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4.1. $z = x_1 + x_2$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 4 \geq 0; \\ x_1 - x_2 + 2 \geq 0; \\ x_1 - 1 \geq 0; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4.2. $z = x_1 + x_2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1; \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4.3. $z = x_1 + x_2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2; \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12; \\ x_1 \leq 3; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \leq 3; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5.1. $z = 5x_1 + 4x_2$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 4 \geq 0; \\ x_1 - x_2 + 2 \geq 0; \\ x_1 - 1 \geq 0; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5.2. $z = 5x_1 + 4x_2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1; \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5.3. $z = 5x_1 + 4x_2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2; \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12; \\ x_1 \leq 3; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \leq 3; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

6.1. $z = 3x_1 - x_2$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 4 \geq 0; \\ x_1 - x_2 + 2 \geq 0; \\ x_1 - 1 \geq 0; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

6.2. $z = 3x_1 - x_2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1; \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

6.3. $z = 3x_1 - x_2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2; \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12; \\ x_1 \leq 3; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \leq 3; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

7.1. $z = x_1 - 2x_2$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 4 \geq 0; \\ x_1 - x_2 + 2 \geq 0; \\ x_1 - 1 \geq 0; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

7.2. $z = x_1 - 2x_2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1; \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

7.3. $z = x_1 - 2x_2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2; \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12; \\ x_1 \leq 3; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \leq 3; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

8.1. $z = 2x_1 - 3x_2$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 4 \geq 0; \\ x_1 - x_2 + 2 \geq 0; \\ x_1 - 1 \geq 0; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

8.2. $z = 2x_1 - 3x_2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1; \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

8.3. $z = 2x_1 - 3x_2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2; \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12; \\ x_1 \leq 3; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \leq 3; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

9.1. $z = 4x_1 - 5x_2$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 4 \geq 0; \\ x_1 - x_2 + 2 \geq 0; \\ x_1 - 1 \geq 0; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

9.2. $z = 4x_1 - 5x_2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1; \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

9.3. $z = 4x_1 - 5x_2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2; \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12; \\ x_1 \leq 3; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \leq 3; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

10.1. $z = x_1 - 8x_2$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 4 \geq 0; \\ x_1 - x_2 + 2 \geq 0; \\ x_1 - 1 \geq 0; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

10.2. $z = x_1 - 8x_2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1; \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

10.3. $z = x_1 - 8x_2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2; \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12; \\ x_1 \leq 3; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \leq 3; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

11.1. $z = x_1 - x_2$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 5 \geq 0; \\ 2x_1 - x_2 + 4 \geq 0; \\ x_2 - 2 \geq 0; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

11.2. $z = x_1 - x_2$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 2; \\ 3x_1 + x_2 \leq 6; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

11.3. $z = x_1 - x_2$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 1; \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 6; \\ x_1 \leq 3; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \leq 3; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

12.1. $z = x_1 - 3x_2$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 5 \geq 0; \\ 2x_1 - x_2 + 4 \geq 0; \\ x_2 - 2 \geq 0; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

12.2. $z = x_1 - 3x_2$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 2; \\ 3x_1 + x_2 \leq 6; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

12.3. $z = x_1 - 3x_2$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 1; \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 6; \\ x_1 \leq 3; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \leq 3; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

13.1. $z = 2x_1 + x_2$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 5 \geq 0; \\ 2x_1 - x_2 + 4 \geq 0; \\ x_2 - 2 \geq 0; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

13.2. $z = 2x_1 + x_2$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 2; \\ 3x_1 + x_2 \leq 6; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

13.3. $z = 2x_1 + x_2$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 1; \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 6; \\ x_1 \leq 3; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \leq 3; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

14.1. $z = x_1 + x_2$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 5 \geq 0; \\ 2x_1 - x_2 + 4 \geq 0; \\ x_2 - 2 \geq 0; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

14.2. $z = x_1 + x_2$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 2; \\ 3x_1 + x_2 \leq 6; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

14.3. $z = x_1 + x_2$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 1; \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 6; \\ x_1 \leq 3; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \leq 3; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

15.1. $z = 5x_1 + 4x_2$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 5 \geq 0; \\ 2x_1 - x_2 + 4 \geq 0; \\ x_2 - 2 \geq 0; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

15.2. $z = 5x_1 + 4x_2$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 2; \\ 3x_1 + x_2 \leq 6; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

15.3. $z = 5x_1 + 4x_2$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 1; \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 6; \\ x_1 \leq 3; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \leq 3; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

16.1. $z = 3x_1 - x_2$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 5 \geq 0; \\ 2x_1 - x_2 + 4 \geq 0; \\ x_2 - 2 \geq 0; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

16.2. $z = 3x_1 - x_2$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 2; \\ 3x_1 + x_2 \leq 6; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

16.3. $z = 3x_1 - x_2$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 1; \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 6; \\ x_1 \leq 3; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \leq 3; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

17.1. $z = 2x_1 - 3x_2$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 5 \geq 0; \\ 2x_1 - x_2 + 4 \geq 0; \\ x_2 - 2 \geq 0; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

17.2. $z = 2x_1 - 3x_2$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 2; \\ 3x_1 + x_2 \leq 6; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

17.3. $z = 2x_1 - 3x_2$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 1; \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 6; \\ x_1 \leq 3; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \leq 3; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

18.1. $z = 4x_1 - 5x_2$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 5 \geq 0; \\ 2x_1 - x_2 + 4 \geq 0; \\ x_2 - 2 \geq 0; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

18.2. $z = 4x_1 - 5x_2$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 2; \\ 3x_1 + x_2 \leq 6; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

18.3. $z = 4x_1 - 5x_2$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 1; \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 6; \\ x_1 \leq 3; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \leq 3; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

19.1. $z = x_1 - 8x_2$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 5 \geq 0; \\ 2x_1 - x_2 + 4 \geq 0; \\ x_2 - 2 \geq 0; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

19.2. $z = x_1 - 8x_2$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 2; \\ 3x_1 + x_2 \leq 6; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

19.3. $z = x_1 - 8x_2$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 1; \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 6; \\ x_1 \leq 3; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \leq 3; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

20.1. $z = x_1 - 2x_2$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 5 \geq 0; \\ 2x_1 - x_2 + 4 \geq 0; \\ x_2 - 2 \geq 0; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

20.2. $z = x_1 - 2x_2$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 2; \\ 3x_1 + x_2 \leq 6; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

20.3. $z = x_1 - 2x_2$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 1; \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 6; \\ x_1 \leq 3; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \leq 3; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Тема 20. Транспортна задача

Задача 6

На митницях A, B, C розмитнений товар потрібно розвести на склади 1, 2, 3, 4 для зберігання. Митниця A за добу перевіряє α тонн вантажу, митниця $B - b$ тонн вантажу, а митниця C – c тонн

вантажу. Кожен склад може прийняти певну кількість товарів, відповідно $bj(k_1, k_2, k_3, k_4)$ тонн вантажу за добу. Вартість перевезення однієї тонни товару подано в таблиці.

Склади / Митниці	1	2	3	4	запаси
A	C_{11}	C_{12}	C_{13}	C_{14}	a
B	C_{21}	C_{22}	C_{23}	C_{24}	b
C	C_{31}	C_{32}	C_{33}	C_{34}	c
потреби	k_1	k_2	k_3	k_4	

Весь товар потрібно перевезти на склади і всі склади повинні бути заповнені. Побудувати математичну модель задачі. Знайти такий план перевезень, щоб вартість перевезень була найменшою, всі запаси вивезено і потреби задоволені.

6.1

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 2 & 5 \\ 5 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad (a; b; c) = (150; 60; 80),\ b_j = (110; 40; 60; 80);$$

6.2

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 1 \\ 5 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad (a; b; c) = (110, 40, 80), \quad b_j = (50, 60, 80, 40);$$

6.3

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 & 7 \\ 7 & 6 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 9 & 8 \end{pmatrix}, \quad (a; b; c) = (30, 20, 15), \quad b_j = (10, 20, 25, 10);$$

6.4

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 11 & 10 & 12 & 6 \\ 7 & 9 & 10 & 8 \\ 5 & 13 & 14 & 15 \end{pmatrix}, \ (a; b; c) = (310, 230, 300), b_j = (260, 340, 220, 270);$$

6.5

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 4 & 9 \\ 4 & 5 & 8 & 3 \\ 7 & 6 & 4 & 10 \end{pmatrix}, \qquad (a; b; c) = (220, 160, 240),\ b_j = (160, 180, 190, 170);$$

6.6

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 2 \\ 3 & 6 & 3 & 7 \\ 8 & 2 & 5 & 9 \end{pmatrix}, \quad (a;b;c) = (260,180,200), \quad b_j = (180,160,210,180);$$

6.7

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 5 & 4 & 6 \\ 3 & 2 & 7 & 8 \\ 6 & 8 & 3 & 5 \end{pmatrix}, (a;b;c) = (240,160,210), \quad b_j = (195,175,200,180);$$

6.8

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 2 & 2 \\ 7 & 5 & 9 & 6 \\ 3 & 6 & 6 & 10 \end{pmatrix}, (a;b;c) = (250,180,200), \quad b_j = (220,180,165,195);$$

6.9

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 11 & 8 & 7 & 9 \\ 6 & 4 & 2 & 6 \\ 7 & 5 & 10 & 8 \end{pmatrix}, (a;b;c) = (260,220,180), \quad b_j = (190,210,185,140);$$

6.10

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 7 & 4 & 2 \\ 6 & 3 & 8 & 4 \\ 5 & 9 & 11 & 6 \end{pmatrix}, (a;b;c) = (230,210,160), \quad b_j = (160,190,200,170);$$

6.11

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 8 & 3 \\ 6 & 10 & 2 & 11 \\ 7 & 5 & 4 & 15 \end{pmatrix}, (a;b;c) = (400,200,300), \quad b_j = (350,300,450,310);$$

6.12

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 11 & 9 & 10 & 12 \\ 6 & 10 & 6 & 8 \\ 4 & 3 & 5 & 9 \end{pmatrix}, (a;b;c) = (230,180,200), \; b_j = (190,220,200,210);$$

6.13

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 13 & 11 & 10 & 9 \\ 8 & 12 & 9 & 5 \\ 6 & 7 & 3 & 14 \end{pmatrix} (a;b;c) = (300,200,270), \; b_j = (280,310,250,200);$$

6.14

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 15 & 13 & 11 & 9 \\ 12 & 10 & 8 & 7 \\ 6 & 9 & 12 & 10 \end{pmatrix}, (a;b;c) = (340,250,300), \; b_j = (250,300,310,260);$$

6.15

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 7 & 13 & 10 \\ 11 & 8 & 9 & 7 \\ 6 & 7 & 4 & 5 \end{pmatrix}, (a;b;c) = (280,300,290), b_j = (340,270,260,200);$$

6.16

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 9 & 10 \\ 10 & 7 & 6 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 12 \end{pmatrix}, \quad (a;b;c) = (300,220,250),\ b_j = (280,320,260,310);$$

6.17

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 15 & 13 & 9 & 7 \\ 9 & 15 & 13 & 18 \\ 16 & 14 & 17 & 10 \end{pmatrix}, (a;b;c) = (400,300,350), \quad b_j = (450,400,250,200);$$

6.18

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 11 & 12 & 9 \\ 7 & 6 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 9 & 12 \end{pmatrix}, (a;b;c) = (300,200,400),\ b_j = (400,380,220,280);$$

6.19

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 10 & 14 & 11 \\ 11 & 14 & 12 & 15 \\ 12 & 8 & 9 & 7 \end{pmatrix}, (a;b;c) = (580,300,200), b_j = (350,280,310,260);$$

6.20

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 4 & 10 \\ 8 & 7 & 6 & 3 \\ 11 & 10 & 9 & 12 \end{pmatrix}, (a;b;c) = (280,260,240),\ b_j = (380,250,210,200);$$

6.21

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 16 & 14 & 13 & 11 \\ 8 & 11 & 14 & 9 \\ 12 & 16 & 11 & 17 \end{pmatrix}, (a;b;c) = (310,260,380),\ b_j = (230,270,350,250);$$

6.22

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 9 & 11 & 5 \\ 6 & 8 & 9 & 7 \\ 4 & 12 & 13 & 14 \end{pmatrix}, (a;b;c) = (350,230,300),\ b_j = (300,280,200,260);$$

6.23

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 6 & 11 & 7 & 14 \\ 13 & 9 & 10 & 15 \\ 12 & 10 & 11 & 8 \end{pmatrix}, (a;b;c) = (400,250,260),\ b_j = (270,320,270,230);$$

6.24

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 20 & 14 & 15 & 12 \\ 11 & 10 & 9 & 15 \\ 16 & 17 & 19 & 18 \end{pmatrix}, (a;b;c) = (400,350,280),\ b_j = (240,250,290,200);$$

6.25

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 11 & 9 & 8 \\ 5 & 4 & 7 & 6 \\ 8 & 10 & 12 & 14 \end{pmatrix}, (a; b; c) = (290, 260, 350),\ b_j = (280, 220, 340, 200);$$

6.26

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 8 & 6 \\ 11 & 9 & 3 & 12 \\ 7 & 10 & 5 & 8 \end{pmatrix}, (a; b; c) = (400, 300, 200),\ b_j = (350, 400, 250, 180);$$

6.27

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 9 & 11 & 16 & 15 \\ 5 & 7 & 13 & 10 \\ 4 & 17 & 12 & 14 \end{pmatrix}, (a; b; c) = (240, 280, 300),$$
$$b_j = (190, 200, 250, 250);$$

6.28

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 9 & 10 & 5 & 4 \\ 3 & 6 & 11 & 8 \\ 4 & 5 & 7 & 18 \end{pmatrix}, (a; b; c) = (200, 180, 310),\ b_j = (180, 240, 170, 180);$$

6.29

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 6 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 4 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 6 \end{pmatrix}, (a; b; c) = (205, 195, 240),\ b_j = (175, 225, 230, 170);$$

6.30

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 11 & 10 & 7 & 9 \\ 8 & 5 & 4 & 13 \\ 4 & 3 & 14 & 15 \end{pmatrix}, (a; b; c) = (400, 250, 170),\ b_j = (220, 190, 310, 170).$$

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Барковський В. В. Математика для економістів: Вища математика / В. В. Барковський, Н. В. Барковська. – К. : Національна академія управління, 1997. – Т. 1, 2.

2. Бугір М. Математика для економістів / М. Бугір. – К. : Академія, 1998.

3. Валєєв К. Г. Вища математика : навчальний посібник / К. Г. Валєєв, І. А. Джалладова. – Ч. 1. – К. : КНЕУ, 2001.

4. Валєєв К. Г. Вища математика : навчальний посібник / К. Г. Валєєв, І. А. Джалладова. – Ч. 2. – К. : КНЕУ, 2002.

5. Валєєв К. Г. Вища математика : навчально-методичний посібник для самостійного вивчення дисципліни / К. Г. Валєєв, І. А. Джалладова. – К. : КНЕУ, 1999.

6. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятности и математической статистике / В. Е. Гмурман. – М. : Высш. шк., 2003.

7. Гмурман В. Е. Теория вероятности и математическая статистика / В. Е. Гмурман. – М. : Высш. шк., 2004.

8. Данко П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах : в двух частях / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. – Москва : Высшая школа, 1997.

9. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз / А. Я. Дороговцев. – Київ : Либідь, 1993. – Ч. 1, 2.

10. Дубовик В. П. Вища математика / В. П. Дубовик, І. І. Юрик. – К. : А.С.К., 2001.

11. Дубовик В. П. Вища математика : збірник задач : навчальний посібник / Дубовик В. П., Юрик І. І., Вовкодав І. П. та ін. – К. : А.С.К., 2001.

12. Жлуктенко В. І. Теорія ймовірностей і математична статистика/ Частина 1. Теорія ймовірностей / В. І. Жлуктенко, С. І. Наконечний. – К. : КНЕУ, 2000. – 304 с.

13. Жлуктенко В. І. Теорія ймовірностей і математична статистика. Частина 2. Математична статистика / В. І. Жлуктенко, С. І. Наконечний. – К. : КНЕУ, 2001. – 336 с.

14. Высшая математика для экономистов : учебное пособие для вузов / Кремер Н. Ш., Путко Б. А., Тришин И. М., Фридман М. Н. ; под редакцией проф. Кремера Н. Ш. – Москва : Банки и биржи, ЮНИТИ, 1997.

15. Красс М. С. Математика для экономических специальностей: учебник / М. С. Красс. – М. : ИНФРА, 1998.

16. Наконечний С. І. Математичне програмування : навч. посіб. / С. І. Наконечний, С. С. Савіна. – К. : КНЕУ,2004. – 452 с.

17. Руденко І. Б. Курс лекцій з вищої математики / І. Б. Руденко, С. Б. Харенко, О. Б. Чернобай ; за заг. ред. О. Б. Чернобай. – 2-ге видання, без змін. – Ірпінь : Національний університет ДПС України, 2009. – 266 с.

18. Руденко І. Б. Лінійна алгебра та аналітична геометрія : навчальний посібник / І. Б. Руденко, С. Б. Харенко, О. Б. Чернобай ; за заг. ред. О. Б. Чернобай. – Ірпінь : Національний університет ДПС України, 2010. – 178 с.

19. Задачі про податки (5–11 класи) / І. Руденко, Т. Задорожня, С. Харенко та ін. // Математика в рідній школі. – 2016. – № 9, 10. – С. 16–22.

20. Залізко В. Д. Диференціальні рівняння. Практикум : навчальний посібник / В. Д. Залізко, Г. В. Мамонова, О. Б. Чернобай ; за заг. ред. Г. В. Мамонової. – Ірпінь : Національний університет ДПС України, 2009. – 158 с.

21. Задорожня Т. М. Практичні заняття з вищої математики : навчальний посібник / Т. М. Задорожня, С. М. Кучменко, О. Б. Чернобай ; за заг. ред. О. Б. Чернобай. – Частина ІІІ. – Ірпінь : Національний університет ДПС України, 2009. – 160 с.

22. Задорожня Т. М. Опорний конспект лекцій з теорії ймовірностей, математичної статистики, теорії випадкових процесів / Т. М. Задорожня, Г. В. Мамонова. – Ірпінь : Національний університет ДПС України, 2011. – 229 с.

23. Збірник вправ та задач з курсу «Теорія ймовірностей та математична статистика» / Задорожня Т. М., Кучменко С. М., Мамонова Г. В. та ін. – Ірпінь : Національний університет ДПС України, 2013. – 114 с.

24. Збірник тестових завдань з вищої математики / Задорожня Т. М., Кучменко С. М., Мамонова Г. В. та ін. – Ірпінь : ВЦ НУДПС України, 2013. – 284 с.

25. Рудь І. Б. Практичні заняття з вищої математики : навчальний посібник / І. Б. Рудь, Н. В. Точиліна, С. Б. Харенко ; за заг. ред. Є. А. Сторожука. – Ірпінь : Національний університет ДПС України, 2006. – Частина ІІ. – 178 с.

26. Рудь І. Б. Практичні заняття з вищої математики. Лінійна та векторна алгебра. Аналітична геометрія : навчальний посібник / І. Б. Рудь, Н. В. Точиліна, Є. А. Сторожук ; за заг. ред. Є. А. Сторожука. – Частина І. – Ірпінь : Національна академія ДПС України, 2003. – 180 с.

27. Руденко І. Б. Математика для економістів. Функція кількох змінних. Ряди / І. Б. Руденко, С. Б. Харенко, О. Б. Чернобай. – Ірпінь : Національний університет ДПС України, 2016. – 162 с. – (Серія «Податкова та митна справа в Україні», т. 74).

28. Руденко І. Б. Вища та прикладна математика : навч. посіб. / І. Б. Руденко, О. Б. Чернобай ; Державна фіскальна служба України, Університет ДФС України. – Ірпінь, 2017. – 374 с. – (Серія «На допомогу студенту УДФСУ», т. 10).

29. Математика для економістів (заочна форма навчання) : навч. посібник / Семко М. М., Пискун М. М., Задорожня Т. М., Ярова О. А. – Ірпінь: Національний університет ДПС України, 2010. – 317 с.

30. Вища математика (перший семестр). Розрахункові роботи / Семко М. М., Задорожня Т. М., Кучменко С. М. та ін. ; за заг. ред. О. Б. Чернобай. – Київ, 2012. – 96 с.

31. Вища математика (другий семестр). Розрахункові роботи / Семко М. М., Задорожня Т. М., Кучменко С. М. та ін. ; за заг. ред. О. Б. Чернобай. – Київ, 2013. – 100 с.

32. Теорія ймовірностей та математична статистика. Робочий зошит для індивідуальних занять / Семко М. М., Задорожня Т. М., Кучменко С. М. та ін. ; за заг. ред. Г. В. Мамонової. – Київ, 2011. – 104 с.

33. Дидактичні матеріали до екзамену з вищої математики : посібник / Семко М. М., Кучменко С. М., Харенко С. Б., Ярова О. А. – Київ, 2014. – 144 с.

34. Контрольні роботи з вищої математики : навчальний посібник / Семко М. М., Чернобай О. Б., Скасків Л. В. та ін. – Київ, 2015. – 58 с.

35. Вища математика. Методичні вказівки до виконання екзаменаційних та залікових завдань : навчальний посібник / Семко М. М., Чернобай О. Б., Бащук О. Ю. та ін. – Київ : Інститут математики НАН України, 2016. – 50 с.

36. Семко М. М. Практикум з теорії ймовірності та математичної статистики : навчальний посібник / М. М. Семко, Л. В. Скасків. – Київ : Інститут математки НАН України, 2015. – 81 с.

37. Контрольні роботи з теорії ймовірностей та математичної статистики : навчальний посібник / Семко М. М., Чернобай О. Б., Скасків Л. В. та ін. – Київ, 2016. – 58 с.

38. Шкіль М. І. Вища математика. Аналітична геометрія з елементами алгебри. Вступ до математичного аналізу / М. І. Шкіль, Т. В. Колесник. – Книга 1. – Київ: Либідь, 1994.

39. Шкіль М. І. Вища математика. Диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної. Ряди / М. І. Шкіль, Т. В. Колесник. – Книга 2. – Київ : Либідь, 1994.

40. Шкіль М. І. Вища математика. Диференціальне та інтегральне числення функцій багатьох змінних. Диференціальні рівняння / М. І. Шкіль, Т. В. Колесник. – Книга 3. – Київ : Либідь, 1994.

ДОДАТКИ

Додаток 1

Таблиця значень функції $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3652	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209,	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1491	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145I	1I27
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,054	0529	0519	0568	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	O11O	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2.9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0606	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

Таблиця значень функції $\Phi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$

x	$\Phi_0(x)$	x	$\Phi_0(x)$	x	$\Phi_0(x)$	x	$\Phi_0(x)$
0,00	0,0000	0,24	0,0948	0,48	0,1844	0,72	0,2642
0,01	0,0040	0,25	0,0987	0,49	0,1879	0,73	0,2673
0,02	0,0080	0,26	0,1026	0,50	0,1915	0,74	0,2703
0,03	0,0120	0,27	0,1064	0,51	0,1950	0,75	0,2734
0,04	0,0160	0,28	0,1103	0,52	0,1985	0,76	0,2764
0,05	0,0199	0,29	0,1141	0,53	0,2019	0,77	0,2794
0,06	0,0239	0,30	0,1179	0,54	0,2054	0,78	0,2823
0,07	0,0279	0,31	0,1217	0,55	0,2088	0,79	0,2852
0,08	0,0319	0,32	0,1255	0,56	0,2123	0,80	0,2881
0,09	0,0359	0,33	0,1293	0,57	0,2157	0,81	0,2910
0,10	0,0398	0,34	0,1331	0,58	0,2190	0,82	0,2939
0,11	0,0438	0,35	0,1368	0,59	0,2224	0,83	0,2967
0,12	0,0478	0,36	0,1406	0,60	0,2257	0,84	0,2995
0,13	0,0517	0,37	0,1443	0,61	0,2291	0,85	0,3023
0,14	0,0557	0,38	0,1480	0,62	0,2324	0,86	0,3051
0,15	0,0596	0,39	0,1517	0,63	0,2357	0,87	0,3078
0,16	0,0636	0,40	0,1554	0,64	0,2389	0,88	0,3106
0,17	0,0675	0,41	0,1591	0,65	0,2422	0,89	0,3133
0,18	0,0714	0,42	0,1628	0,66	0,2454	0,90	0,3159
0,19	0,0753	0,43	0,1664	0,67	0,2486	0,91	0,3186
0,20	0,0793	0,44	0,1700	0,68	0,2517	0,92	0,3212
0,21	0,0832	0,45	0,1736	0,69	0,2549	0,93	0,3238
0,22	0,0871	0,46	0,1772	0,70	0,2580	0,94	0,3264
0,23	0,0910	0,47	0,1808	0,71	0,2611	0,95	0,3289

x	$\Phi_0(x)$	x	$\Phi_0(x)$	x	$\Phi_0(x)$	x	$\Phi_0(x)$
0.96	0,3315	1,37	0,4147	1,78	0,4625	2,36	0,4909
0,97	0,3340	1,38	0,4162	1,79	0,4633	2,38	0,4913
0,98	0,3365	1,39	0,4177	1,80	0,4641	2,40	0,4918
0,99	0,3389	1,40	0,4192	1,81	0,4649	2,42	0,4922
1,00	0,3413	1,41	0,4207	1,82	0,4656	2,44	0,4927
1,01	0,3438	1,42	0,4222	1,83	0,4664	2,46	0,4931
1,02	0,3461	1,43	0,4236	1,84	0,4671	2,48	0,4934
1,03	0,3485	1,44	0,4251	1,85	0,4678	2,50	0,4938
1,04	0,3508	1,45	0,4265	1,86	0,4686	2,52	0,4941
1,05	0,3531	1,46	0,4279	1,87	0,4693	2,54	0,4945
1,06	0,3554	1,47	0,4292	1,83	0,4699	2,56	0,4948
1,07	0,3577	1,48	0,4306	1,89	0,4706	2,58	0,4951
1,08	0,3599	1.49	0,4319	1,90	0,4713	2,60	0,4953
1,09	0,3621	1,50	0,4332	1,91	0,4719	2,62	0,4956
1,10	0,3643	1,51	'0,4345	1,92	0,4726	2,64	0,4959
1,11	0,3665	1,52	0,4357	1,93	0,4732	2,66	0,496l
1,12	0,3686	1,53	0,4370	1,94	0,4738	2,68	0,4963
1,13	0,3708	1,54	0,4382	1,95	0,4744	2,70	0,4965
1,14	0,3729	1,55	0,4394	1,96	0,4750	2,72	0,4967
1,15	0,3749	1,56	0,4406	1,97	0,4756	2,74	0,4969
1,16	0,3770	1,57	0,4418	1,98	0,4761	2,76	0,4971
1,17	0,3790	1,58	0,4429	1,99	0,4767	2,78	0,4973
1,18	0,3810	1,59	0,4441	2,00	0,4772	2,80	0,4974
1,19	0,3830	1,60	0,4452	2,02	0,4783	2,82	0,4976
1,20	0,3849	1,61	0,4463	2,04	0,4793	2,84	0,4977
1,21	0,3869	1,62	0,4474	2,05	0,4803 i	2,86	0,4979
1,22	0,3883	1,63	0,4484	2,08	0,4812	2,88	0,4980
1,23	0,3907	1,64	0,4495	2,10	0,4821	2,90	0,4981
1,24	0,3925	1,65	0,4505	2,12	0,4830	2,92	0,4982
1,25	0,3944	1,66	0,4515	2,14	0,4838	2,94	0,4984
1,26	0,3962	1,67	0,4525	2,16	0,4846	2,96	0,4985
1,27	0,3980	1,68	0,4535	2,18	0,4854	2,98	0,4986
1,28	0,3997	1,69	0,4545	2,20	0,4861	3,00	0,49865
1,29	0,4015	1,70	0,4554	2,22	0,4868	3,20	0,49931
1,30	0,4032	1,71	0,4564	2,24	0,4875	3,40	0,49966
1,31	0,4049	1,72	0,4573	2,26	0,4881	3,60	0,499841
1,32	0,4066	1,73	0,4582	2,28	0,4887	3,80	0,499928
1,33	0,4082	1,74	0,4591	2,30	0,4893	4,00	0,499968
1,34	0,4099	1,75	0,4599	2,32	0,4898	4,50	0,499997
1,35	0,4115	1,76	0,4608	2,34	0,4904	5,00	0,499997
1,36	0,4131	1,77	0,4616				

Додаток 3

Таблиця значень $t_y = t(\gamma, n)$

n	γ						
	0,95	0,99	0,999	n	0,95	0,99	0,099
5	2,78	4,60	8,61	**20**	2,093	2,861	3,883
6	2,57	4,03	6,86	**25**	2,064	2,797	3,745
7	2,45	3,7!	5,96	**30**	2,045	2,756	3,659
8	2,37	3,50	5,41	**35**	2,032	2,720	3,600
9	2,31	3,36	5,04	**40**	2,023	2,708	3,558
10	2,26	3,25	4,78	**45**	2,016	2,692	3,527
11	2,23	3,17	4,59	**50**	2,009	2,679	3,502
12	2,20	3,11	4,44	**60**	2,001	2,662	3,464
13	2,18	3,06	4,32	**70**	1,996	2,649	3,439
14	2,16	3,01	4,22	**80**	1,991	2,640	3,418
15	2,15	2,98	4,14	**90**	1,987	2,633	3,403
16	2,13	2,95	4,07	**100**	1,984	2,627	3,392
17	2,12	2,92	4,02	**120**	1,980	2,617	3,374
18	2,11	2,90	3,97	∞	1,960	2,576	3,291
19	2,10	2,88	3,92				

Додаток 4

Таблиця значень $q = q(\gamma,\ n)$

n	γ						
	0,95	0,99	0,999	n	0,95	0,99	0,099
5	1,37	2,67	5,64	**20**	0,37	0,58	0,88
6	1,09	2,01	3,88	**25**	0,32	0,49	0,73
7	0,92	1,62	2,98	**30**	0,28	0,43	0,63
8	0,80	1,38	2,42	**35**	0,26	0,38	0,56
9	0,71	1,20	2,06	**40**	0,24	0,35	0,50
10	0,65	1,08	1,80	**45**	0,22	0,32	0,46
11	0,59	0,98	1,60	**50**	0,21	0,30	0,43
12	0,55	0,90	1,45	**60**	0,188	0,269	0,38
13	0,52	0,83	1,33	**70**	0,174	0,245	0,34
14	0,48	0,78	1,23	**80**	0,161	0,226	0,31
15	0,46	0,73	1,15	**90**	0,151	0,211	0,29
16	0,44	0.70	1,07	**100**	0,143	0,198	0,27
17	0,42	0,66	1,01	**150**	0,11 5	0,160	0,211
18	0,40	0,63	0,96	**200**	0,099	0,136	0,185
19	0,39	0,60	0,92	**250**	0,089	0,120	0,162

Додаток 5

Критичні точки розподілу Стьюдента
(*k* – число ступенів вільності)

Число ступенів вільності k	**Рівень значущості** α **(двостороння критична область)**					
	0,10	**0,05**	**0,02**	**0,01**	**0,002**	**0,001**
1	6,31	12,7	31,82	63,7	318,3	637,0
2	2,92	4,30	6,97	9,92	22,33	31,6
3	2,35	3.18	4,54	5,84	10,22	12,9
4	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	2,01	2,57	3,37	4,03	5,89	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,40
8	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	3,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,03	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,96
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,73	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,51	3,79
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,49	3,77
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,74
25	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,72
26	1,71	2,05	2,48	2,78	3,44	3,71
27	1,71	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
29	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
40	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
60	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
120	1,66	1,98	2,36	2,62	3,17	3,37
∞	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,29

Додаток 6

Критичні точки розподілу χ^2
(k – число ступенів вільності)

Число ступенів вільності k	**Рівень значущості** α					
	0,01	**0,025**	**0,05**	**0,95**	**0,975**	**0,99**
1	6,6	5,0	3,8	0,0039	0,00098	0,00016
2	9,2	7.4	6,0	0,103	0,051	0,020
3	11,3	9,4	7,8	0,352	0,216	0,115
4	13,3	11,1	9,5	0,711	0,484	0,297
5	15,1	12,8	11,1	1,15	0,831	0,554
6	16,8	14,4	12,6	1,64	1,24	0,872
7	18,5	16,0	14,1	2,17	1,69	1,24
8	20,1	17,5	15,5	2,73	2,18	1,65
9	21,7	19,0	16,9	3,33	2,70	2,09
10	23,2	20,5	18,3	3,94	3,25	2,56
11	24,7	21,9	19,7	4,57	3,82	3,05
12	26,2	23,3	21,0	5,23	4,40	3,57
13	27,7	24,7	22,4	5,89	5,01	4,11
14	29,1	26,1	23,7	6,57	5,63	4,66
15	30,6	27,5	25,0	7,26	6,26	5,23
16	32,0	28,8	26,3	7,96	6,91	5,81
17	33,4	30,2	27,6	8,67	7,56	6,41
18	34,8	31,5	28,9	9,39	8,23	7,01
19	36,2	32,9	30,1	10,1	8,91	7,63
20	37,6	34,2	31,4	10,9	9,59	8,26
21	38,9	35,5	32,7	11,6	10,3	8,26
22	40,3	36,8	33,9	12,3	11,0	9,54
23	41,6	38,1	35,2	13,1	11,7	10,2
24	43,0	39,4	36,4	13,8	12,4	10,9
25	44,3	40,6	37,7	14,6	13,1	11,5
26	45,6	41,9	38,9	15,4	13,8	12,2
27	47,0	43,3	40,1	16,2	14,6	12,9
28	48,3	44,5	41,3	16,9	15,3	13,6
29	49,6	45,7	42,6	17,7	16,0	14,3
30	50,9	47,0	43,8	18,5	16,8	15,0

Критичні точки розподілу Фішера-Снедекора: k_1 – число ступенів вільності більшої дисперсії, k_2 – число ступенів вільності меншої дисперсії

Рівень значущості $\alpha = 0,01$

k_2	k_1											
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
1	4052	4999	5403	5625	5764	5889	5928	5981	6022	6056	6082	6106
2	98,49	99,01	90,17	99,25	99,33	99,30	99,34	99,36	99,36	99,40	99,41	99,42
3	34,12	30,81	29.46	28,71	28,24	27,91	27,67	27.49	27,34	27,23	27,13	27,05
4	21,20	18,00	16,69	15.98	15.52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,54	14,45	14,37
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,45	10,27	10,15	10,05	9,96	9,89
6	13,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,79	7,72
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	7,00	0,84	6,71	6,62	6,54	6,47
8	11,26	8,65	7,59	7,0!	6,63	6,37	6,19	6,03	5,91	5,82	5,74	5,67
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,62	5,47	5,35	5,26	5,18	5,11
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,21	5,06	4,95	4,85	4,78	4,71
11	9,86	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,88	4,74	4,63	4,54	4,46	4,40
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4.82	4,65	4,50	4,39	4,30	4,22	4,16
13	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	4,02	3,96
14	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,28	4,14	4.03	3,94	3,86	3,80
15	8,()8	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,73	3,67
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,61	3,55
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3.52	3,45

Рівень значущості $\alpha = 0,05$

k_2	k_1											
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19;30	19,33	19,36	19,37	19,38	19,39	19,40	19,41
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8.84	8,81	8,78	8,76	8,74
4	7,71	6,94	(),59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,93	5,91
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74	4,70	4,68
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63	3,60	3,57
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,34	3,31	3,28
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,10	3,07
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97	2,94	2,91
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,86	2,82	2,79
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76	2,72	2,69
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67	2,63	2,60
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70	2,65	2,60	2,56	2,53
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59	2,55	2,51	2,48
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,45	2,42
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,62	2,55	2,50	2,45	2,41	2,38

Навчальне видання

Серія «На допомогу студенту УДФСУ»

**Бащук Олена Юріївна, Кучменко Світлана Миколаївна,
Скасків Лілія Василівна, Чернобай Ольга Борисівна**

ВИЩА ТА ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА: ЗБІРНИК ВПРАВ ТА ЗАДАЧ

Навчальний посібник

Відповідальний за випуск	*Д. Ф. Салахова*
Редактор	*Н. І. Грицюк*
Форматування та комп'ютерна верстка	*О. В. Лисенко*

Здано до друку 14.03.2019. Формат 60×84/16
Папір офсетний № 1. Гарнітура «Times New Roman».
Друк. арк. 4,4.
Тираж 300 примірників. Замовлення № 772.

Підготовлено до друку Видавничо-поліграфічним центром
Університету ДФС України
08200, вул. Університетська, 31, м. Ірпінь, Київська область, Україна

*Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до державного реєстру видавців, виготовлювачів і
розповсюджувачів видавничої продукції
Серія ДК № 5104 від 20.05.2016*